发生率计算理论的研究*)

季 秋[1] 王万森[1,2]

(首都师范大学信息工程学院 北京100037)[1] (西北工业大学计算机学院 西安710072)[2]

摘 要 在不确定性推理算法中,纯数值机制是一种计算简单快捷,并在许多实际应用方面已取得重大成就的方法,但这也掩盖不了其自身的一些缺陷。本文首先对纯数值机制的优缺点进行分析,然后针对其不足之处,引入了发生率计算。发生率计算是有关不确定性知识的一个自动推理机制。在文中,我们介绍发生率计算的一些基本知识,重点研究它在命题逻辑、三值逻辑上的假言推理。

关键词 发生率计算,纯数值机制,概率逻辑,假言推理

The Study of Incidence Calculus Theory

JI Qiu[1] WANG Wan-Sen[1,2]

(Information Engineering College, Capital Normal University, Beijing 100037)[1]

(College of Computer, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)[2]

Abstract In the methods of uncertain reasoning pure numerical mechanism is a method that can be calculated in a rapid and simple way and has gained much progress in many applicable fields. But this can't conceal its shortcomings. The paper analyzes the merits and shortcomings of pure numerical mechanism firstly, then introduces the incidence calculus to make up for the shortcomings. Incidence calculus is an automated mechanism about uncertain knowledge. In the paper, we expound the basic knowledge of incidence calculus and study primarily the modus ponens on propositional logic and three-valued logic.

Keywords Incidence calculus, Pure numerical mechanism, Probabilistic logic, Modus ponens

1 引言

随着人工智能特别是专家系统的发展,知识不确定性的表示和处理成为一个十分活跃的研究领域。处理不确定性知识的模型方法可以分为数值方法及非数值方法这两类。数值方法是对不确定性的一种定量表示和处理方法,目前对它的研究及其应用都比较多,形成了多种应用模型。其中一类是依据概率论的有关理论发展起来的方法,即基于概率的方法;另一类是依据模糊理论发展起来的方法,即模糊推理。而非数值方法是指除数值方法外的其它各种处理不确定性的方法。本文要讨论的主要内容就是非数值方法中的发生率计算推理方法。它是1984年由 Alan Bundy 提出的,采用集合来描述和处理不确定性,而且满足概率推理的性质,继承了基于概率推理方法的优点,是一种很有发展前途的不确定性推理方法。

发生率计算是使用符号与数值两种途径处理不确定性的方法,发生率计算是 Nilsson 概率逻辑[1]的一个扩展。它首先由 Alan Bundy 在文[2]中提出,而它的一些数学结论的合理性和完整性的证明是在文[3]中。本文首先分析纯数值机制的优缺点,然后针对其存在的缺点引入了发生率计算,接着大概介绍发生率计算理论的一些基本概念,并对它在命题逻辑和三值逻辑上的假言推理进行了研究。

2 纯数值机制

在已有的不确定性推理算法中,有代表性的有如下几种模型:确定性理论、主观 Bayes 理论、可能性理论、证据理论和发生率计算,前4种方法都是用数值描述不确定性,用算术函数更新不确定值,这类方法一般称之为纯数值机制。这类推理方法虽然允许我们快速简单地计算知识的不确定性,但它往往与标准的概率论没有清晰明确的联系,并且,一个纯数值机制可能会导致出现这样的情况:语义上等价的公式被指派不同的不确定性值。

为了克服纯数值机制的上述缺陷,Bundy 于1984年首次提出了发生率计算方法,该算法采用集合来描述证据的不确定性,根据对集合元素的恰当赋值,来描述证据间的相关性。发生率计算试图把不确定性推理建立在经典概率论之上。它不是把不确定性直接与公式相关,而是使每个公式具有一个相关的发生率,即使得该公式成立的可能世界的集合。形式上,发生率被认为是一些概率空间中的一个集合。因此,为公理 A 指定一个发生率 $i(A)$,那么,概率 $p(i(A))$ 与该集合相关联。

3 发生率计算理论

发生率计算[2~4]实际上是一个概率逻辑,其中,概率不是直接与公式关联,而是与这些公式的可能世界集相关联,此时公式的概率可由这些可能世界集合来计算。

一个发生率计算理论是一个五元组:$\langle W, \mu, P, A, i \rangle$,其中

·W 是一个有限的可能世界集;

*)基金项目:国家自然科学基金(项目号60273087);北京市自然科学基金(项目号4032009)。季 秋 硕士研究生,主要研究方向:人工智能,概率逻辑,模糊推理等;王万森 教授,在读博士,主要研究方向:人工智能,专家系统,数据挖掘,概率逻辑,模糊推理等。

·对于所有的 $w\in W$，$\mu(w)$指的是 w 的概率，并且 $\mu(W)=1$，对于 $I\subseteq W$，有 $\mu(I)=\sum_{w\in I}\mu(w)$；

·P 是一个有限的命题集，$L(P)$是建立在 P 上的发生率计算理论的命题语言；

·A 是 $L(P)$中已被证实为正确的命题，通常称为发生率计算理论的公理；

·i 是从公理集 A 到2^W 上的一个函数，其中2^W 是 W 的子集的集合。$i(\varphi)$被认为是 φ 为真的可能世界的集合，即 $i(\varphi)=\{w\in W\mid w\models\varphi\}$。$i(\varphi)$称为 φ 的发生率集合。通常有 $i(true)=W$，$i(false)=\varnothing$。

通过下面这些公式，i 被扩展为从 $L(A)$到2^W 上的函数：

$i(\neg\varphi)=W\setminus i(\varphi)$

$i(\varphi\wedge\psi)=i(\varphi)\cap i(\psi)$

$i(\varphi\vee\psi)=i(\varphi)\cup i(\psi)$

$i(\varphi\rightarrow\psi)=(W\setminus i(\varphi))\cup i(\psi)$

我们也假定，$L(A)$在等价关系下是封闭的，即如果一个公式 ϕ 等价于 $L(A)$中的另一个公式 ψ，记为 $\varphi\equiv\psi$，则 $\varphi\in L(A)$，且 $i(\varphi)=i(\psi)$。

这样的一个发生率理论是一个真值函数，即一个公式的发生率集合可以完全由其组成部分的发生率来直接计算出。

例1 假设有三个命题，$P=\{sunny,rainy,windy\}$，与七个可能世界，$W=\{sun,mon,tues,wed,thus,fri,sat\}$。假定每个可能世界都是等可能的，即每个可能世界发生的概率为1/7。已知：可能世界 fri,sat,sun,mon 支持 $rainy$，三个可能世界 mon,wed,fri 使得 $windy$ 为真，则这两个命题的发生率集合为 $i(rainy)=\{fri,sat,sun,mon\}$，$i(windy)=\{mon,wed,fri\}$，公理集 $A=\{rainy, windy\}$。

由此可得：$i(\neg rainy)=\{tues,wed,thus\}$

$i(rainy\wedge windy)=i(rainy)\cap i(windy)=\{fri,mon\}$

$i(rainy\vee windy)=i(rainy)\cup i(windy)=\{fri,sat,sun,mon,wed\}$。

而对于 $L(P)\setminus L(A)$中的公式，我们通常不可能推导出其发生率。据以上知识，我们所能作的是依据下面的两个等式来得到其发生率的上下界。

$$i_*(\varphi)=\bigcup_{\psi\in L(A)}\{i(\psi)\mid i(\psi\rightarrow\varphi)=W\} \tag{1}$$

$$i^*(\varphi)=\bigcap_{\psi\in L(A)}\{i(\psi)\mid i(\varphi\rightarrow\psi)=W\} \tag{2}$$

例2 已知条件如例1所示。对于命题 $\varphi=(sunny\vee windy)\wedge\neg rainy$，根据等式(1)与(2)得

$i_*(\varphi)=i(windy\wedge\neg rainy)=\{wed\}$（因为 $i((windy\wedge\neg rainy)\rightarrow\varphi)=W$）

$i^*(\varphi)=i(\neg rainy)=\{tues,wed,thus\}$（因为 $i(\varphi\rightarrow\neg rainy)=W$）

在给定了命题的发生率后，此命题的概率可根据下面公式来计算：

$p(\varphi)=wp(i(\varphi))$

$p(\varphi|\psi)=wp(i(\varphi\wedge\psi))/wp(i(\varphi))=wp(i(\varphi)\cap i(\psi))/wp(i(\varphi))$

设可能世界集 W 上概率均匀分布，即 $p(w)=1/n(W)$，则有：

$p(\varphi)=n(i(\varphi))/n(W)$

$p(\varphi|\psi)=n(i(\varphi)\cap i(\psi))/n(i(\varphi))$

$n(i(\varphi))$表示 $i(\varphi)$中可能世界的数量。

4 发生率计算上的假言推理

实际上，对于一个命题集 P 的命题语言 $L(P)$，我们只知道所有命题的一个子集的发生率，而研究的重点，则是通过已知命题的发生率来推导未知命题的发生率。因此，下面我们就研究一下命题逻辑与三值逻辑上的假言推理。

4.1 发生率计算与命题逻辑上的假言推理

在命题逻辑中，假言推理(modus ponens)规则：

$$\frac{\varphi\rightarrow\psi,\ \varphi}{\psi}$$

它允许我们通过 $\varphi\rightarrow\psi$ 与 φ 推导出 ψ。这三条语句的一致组合为：

表1 语句集的一致组合

φ	T	T	F	F
φ→ψ	T	F	T	T
ψ	T	F	T	F

从上面的这个真值表1与命题逻辑的一些知识我们可以得出，当 φ 为假时，无论 ψ 为真或为假，$\varphi\rightarrow\psi$ 都为真，因此，我们根据 φ 与 $\varphi\rightarrow\psi$ 的真值，不能确切指出 ψ 的真值。所以在发生率计算的框架中，我们不可能由 $i(\varphi\rightarrow\psi)$ 与 $i(\varphi)$ 推导出 $i(\psi)$。但是，我们可以确定真正的发生率 $i(\psi)$ 所在的范围。由于如果 φ 为真，且 $\varphi\rightarrow\psi$ 为真时，ψ 必为真；如果不管 φ 的真假，而 $\varphi\rightarrow\psi$ 为真时，则 ψ 可能为真也可能为假。因此，可以确定出 ψ 为真的一个上下界。在文[6]中定义了一个修改过的假言推理(modified modus ponens)规则，使得命题逻辑中的假言推理适合发生率计算理论：

$$\frac{i(\varphi\rightarrow\psi),\ i(\phi)}{i(\varphi)\cap i(\varphi\rightarrow\psi)\subseteq i(\psi)\subseteq i(\varphi\rightarrow\psi)}$$

则这个修改过的假言推理被用于定义一个概率推理规则，如下所示。给定 φ 的概率和 $\varphi\rightarrow\psi$ 的概率，我们可以推出：

$$P(\varphi\rightarrow\psi)+P(\varphi)-1\leqslant P(\psi)\leqslant P(\varphi\rightarrow\psi)。$$

显而易见，这个不等式与 Nilsson 在概率逻辑中介绍的不等式是一致的。

4.2 发生率计算与三值逻辑上的假言推理

基于三值逻辑的概率推理[5]同 Nilsson[1]的基本原理类似，我们把每个命题 S 与一个可能世界集相联系。但这里只有三个可能世界，其中两个是 S 分别为真和假的世界，第三个是 S 既不为真又不为假，也即未知的世界。这里我们用 F，T，I 来分别表示语句 S 为假、真、未知三种状态。对于三值逻辑，为了分析一致的可能世界，我们可以把 Nilsson 的语义二叉树扩展为语义三元树，通过添加第三个真值 I，这里不再祥述。因此，对于给定的三个语句 $\varphi,\varphi\rightarrow\psi,\psi$，我们可以得到它们的一致的可能世界集为：

表2 语句集的一致可能世界集

φ	T	T	T	I	I	F
φ→ψ	T	I	F	T	I	T
ψ	T	I	F	T	{I,F}	{T,I,E}

根据发生率计算理论，对于一个可能世界 $w\in W$，我们定义一个从 $L(P)$到$\{T,I,F\}$的映射 π_w。当 $\pi_w(\varphi)=T$ 时，表示在可能世界 w 中，命题 φ 为真；当 $\pi_w(\varphi)=F$ 时，表示在可能世界 w 中，命题 φ 为假；当 $\pi_w(\varphi)=I$ 时，表示 φ 的真值是不确定的。因此，第三节中的等式(1)与(2)就相应地转变为，$i_*:L(P)\rightarrow 2^W$ 与 $i^*:L(P)\rightarrow 2^W$，定义如下所示：

（下转第120页）

围之内。但其包交换的特性与路由器没有本质的差别，一些较为简单的 QoS 机制已经被引入这个环境，例如802.1P 的8个优先级。

硬件支持的 QoS 机制参考的是 DS 模型。数据包进入交换控制芯片后，在输入处理中被映射到两个优先级队列之一：数据包离开交换控制芯片时，在输出处理中根据 WRR(加权轮转)和 SP(严格优先)出队列。此外，硬件还支持两处拥塞控制机制：FC(流控)和 HOL(线头阻塞)。

在社区宽带综合业务网络系统中，Internet 接入流量是弹性流，数字电视和 VoIP 的流是非弹性流。因此 Internet 流量使用低优先级而后两者使用高优先级。数字电视的控制包是 IGMP 包，缺省为高优先级；数据包是组播包，通过地址表项映射到高优先级。VoIP 的控制包和数据包由家庭网关和边缘路由器负责标识 ToS 字段，然后通过 ToS 映射到高优先级。

VRR 有预留带宽的作用，设置保证高优先级队列至少能够得到12/13的带宽，低优先级队列至少能够得到1/13的带宽；数字电视的流量在进入网络之前，先由服务器进行流量整形，使其尽量地接近 CBR 流。VoIP 的流量较小，可以忽略。保证高优先的流量使用的带宽不超出预留的范围，三种服务的服务质量可以得到保证。

对于拥塞控制机制，禁止 FC 开启 HOL。

结束语 基于以太网技术，提供多业务接入的宽带社区网已经提上议事日程。RBISN(社区宽带综合业务网络)研究使用交换式以太网提供电视、IP 电话和 Internet 接入服务。本文介绍了楼道交换机的关键技术。一是实现用户隔离的非对称 VLAN 技术，首先定义通用模型，然后根据实际环境实现，最后分析全局/局部控制的优劣。二是针对该环境改进的 IGMP snooping 协议，提高了响应时间和可靠性。最后是保证服务质量的措施。目前 RBISN 建有200用户的实验室测试网，已经稳定运行了两个月。实验表明，这些技术对该系统成为可用系统起到了关键的作用。

参 考 文 献

1 IEEE Std 802.1Q-1998. IEEE Standards for Local and Metropolitan Area Networks: Virtual Bridged Local Area Networks
2 IEEE Std 802.1D-1999. Standards for Media Access Comtrol (MAC) Bridges
3 Beau Williamson. IP 组播网络设计开发. 电子工业出版社, 2000
4 Christensen M, Kimball K, Solensky F. Consideration for IGMP and MLD Snooping Switches <draft-ietf-magma-snoop-09.txt>. Internet Draft, 2003
5 Fenner W. Internet Group Management Protocol, Version 2 <RFC 2236>. Internet Draft, 1997
6 Stallings W. High-speed Networks and Internets—Performance and Quality of Service. Prentice Hall, 2002

(上接第80页)

$$i_*(\varphi)=\bigcup_{\psi\in L(A)}\{w\in W\,|\,\pi_w(\varphi)=T\} \tag{3}$$

$$i^*(\varphi)=\bigcap_{\psi\in L(A)}\{w\in W\,|\,\pi_w(\varphi)=\{T,I\}\} \tag{4}$$

显然，我们有 $i_*(\varphi)\subseteq i^*(\varphi)$，则称 $[i_*(\varphi),\ i^*(\varphi)]$ 为命题 φ 的区间集合表示。

在文[6]中，假言推理规则扩展为：

$$\frac{[i_*(\varphi),\ i^*(\varphi)],[i_*(\varphi\to\psi),\ i^*(\varphi\to\psi)]}{i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi)\subseteq i_*(\psi)\subseteq i^*(\psi)\subseteq i^*(\varphi\to\psi)} \tag{5}$$

因为，如表2所示，当 $\varphi\to\psi$ 为 T 或 I 时，ψ 的所有为 T 或 I 的情况都包含进来，所以有 $i^*(\psi)\subseteq i^*(\varphi\to\psi)$；当 $\varphi\to\psi$ 为 T 且 φ 为 T 或 I 时，ψ 必为 T，所以有 $i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi)\subseteq i_*(\psi)$。综合起来，我们就得到了文[6]中的最终结论。其对应的概率推理规则为：已知 $P_*(\varphi\to\psi)\ (\varphi\to\psi)\leqslant P^*(\varphi\to\psi)$ 与 $P_*(\varphi)\leqslant P(\varphi)\leqslant P^*(\varphi)$，我们可以推出：

$$P^*(\varphi)+P_*(\varphi\to\psi)-1\leqslant P_*(\psi)\leqslant P^*(\psi)\leqslant P^*(\varphi\to\psi) \tag{6}$$

但是，上述知识只定义了 $i_*(\psi)$ 的最佳下界与 $i^*(\psi)$ 的最佳上界，它不能比较精确地描述 $i_*(\psi)$ 与 $i^*(\psi)$ 的合适的取值范围。因此，我们需要对此范围进行进一步的研究。

再次回到表2，我们来观察分析 $i_*(\psi)$ 与 $i^*(\psi)$ 各自的上下界。对于 $i_*(\psi)$，我们来找出它的合适的上界：由于当 $\varphi\to\psi$ 为 T 时，ψ 的所有为 T 的情况都包含进来，所以用 $i_*(\varphi\to\psi)$ 来作为 ψ 的上界，则有 $i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi)\subseteq i_*(\psi)\subseteq i_*(\varphi\to\psi)$；对于 $i^*(\psi)$，找出其下界：当 $\varphi\to\psi$ 为 T，φ 为 T 或 I 时，ψ 一定为 T，并且，当 $\varphi\to\psi$ 为 I，φ 为 T 时，ψ 一定为 I，所以用 $(i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi))\cup(i_*(\varphi)\cap i^*(\varphi\to\psi))$。因此，我们可以得出 $i_*(\psi)$ 的范围是 $[i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi),\ i_*(\varphi\to\psi)]$，$i^*(\psi)$ 的范围为 $[(i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi))\cup(i_*(\varphi)\cap i^*(\varphi\to\psi)),\ i^*(\varphi\to\psi)]$。

则修改过的假言推理对应的概率推理为：已知 $P_*(\varphi\to\psi)\leqslant P(\varphi\to\psi)\leqslant P^*(\varphi\to\psi)$ 与 $P_*(\varphi)\leqslant P(\varphi)\leqslant P^*(\varphi)$，我们可以推出

$$P^*(\phi)+P_*(\varphi\to\psi)-1\leqslant P_*(\psi)\leqslant P_*(\varphi\to\psi) \tag{7}$$

$$P^*((i^*(\varphi)\cap i_*(\varphi\to\psi))\cup(i_*(\varphi)\cap i^*(\varphi\to\psi)))\leqslant P^*(\psi)\leqslant P^*(\varphi\to\psi) \tag{8}$$

在三值逻辑的基础上，上述两种假言推理方法中，前者是后者的基础，后者是前者的扩展或细化。后者更精确地表示出作为结论的命题的确切发生率范围，或者确切的概率范围。

结论 发生率计算提供了与标准概率论的清晰明确的联系，同时，也确保了语义上等价的公式总是具有相同的相关概率，特别是其真值函数性，使得发生率可以表示命题间的独立性，它已经包含了命题间的联系。另一方面，该不确定性推理方法也增加了计算的复杂度。因为，使用该方法进行推理需要对集合进行操作，而这比用单独的数值方法进行推理复杂许多。这就意味着发生率计算在实用性方面，与已得到广泛应用的几种纯数值机制算法相比，还存在着相当的差距。因此，发生率计算算法还有待改进。本文对发生率计算理论进行了初步的研究，我们忠心地希望本文能够起到抛砖引玉的作用，为我国不确定性推理算法的研究起到推动作用。

参 考 文 献

1 Nilsson N J. Probabilistic Logic. Artificial Intelligence, 1986, 28: 71～87
2 Bundy A. Incidence calculus: a mechanism for probabilistic reasoning, J. Automated Reasoning, 1985, 1: 263～283
3 Bundy A. Correctness criteria of some algorithms for uncertain reasoning using incidence calculus, J. Automated Reasoning, 1986, 2: 109～126
4 Liu W, McBryan D, Bundy A. The Method of Assigning Incidences. Applied Intelligence, 9, 2, Kluwer Academic, 1998. 139～162
5 Qi G. Probabilistic Inference on Three-valued Logic. In: Proc. of intl. conf. RSFDGrc'2003, 2003. 690～693
6 Yao Y Y, Li X. Comparison of rough-set and interval-set models for uncertain reasoning. Fundamenta Informaticae, 1996, 27(2-3): 289～298