

模糊推理中零级泛蕴涵的信息度约束研究^{*})

付利华 何华灿

(西北工业大学计算机科学与工程系 西安710072)

摘要 基于线性特征测度的定义,本文详细地讨论了模糊推理中零级泛蕴涵满足信息有界性原则的条件,并得出结论:当命题间是相克相关,即其广义相关系数 $h \in [0, 0.5]$ 时,零级泛蕴涵满足信息有界性原则。这一结论对于在实际控制应用中,如何给定命题间的广义相关系数 h 值具有重要的指导意义。

关键词 泛逻辑,零级泛蕴涵,广义相关性,特征测度,信息有界性原则

Research on Information Requirement of Zero-Order Universal Implication Operators in Fuzzy Reasoning

FU Li-Hua HE Hua-Can

(Department of Computer Science&Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract Based on the definition of linear specificity measure, this paper discusses detailedly the conditions on which the zero-order universal implication operators satisfy the information boundedness principle in fuzzy reasoning, and gets the conclusion: when propositions are restraining correlative, that is, their general correlation coefficient $h \in [0, 0.5]$, the zero-order universal implication operators satisfy the information boundedness principle. This conclusion has important directive meaning for how to give the value of the general correlative coefficient h in practical control application.

Keywords Universal logic, Zero-order universal implication, General correlatin, Measure of specificity, Information boundedness principle

1 引言

模糊推理作为模糊控制的理论基础,近三十多年来一直是模糊理论研究的热点之一。而模糊推理中涉及到的一个重要问题,便是蕴涵运算的定义。在发展过程中,人们提出过许多不同的蕴涵算子^[1~5],然而,常见的蕴涵算子往往凭主观经验给定,缺乏理论指导和使用的有效性分析,具有很大的随意性和盲目性。本文第二作者于1996年提出的泛逻辑学对解决此问题提供了一条有效的途径^[10~12],泛蕴涵是泛逻辑学中的蕴涵联结词,它是由命题间的相关系数所确定的一个 R -蕴涵簇。在实际应用中,根据命题间的内在相关特性,便可在簇中选取一个对应的蕴涵算子进行操作,从而有效地克服了在应用中凭主观经验选取算子所具有的盲目性和随意性。

在模糊推理中,输入和输出都是以模糊子集的形式出现,对模糊推理结果的语义解释依赖于模糊集上的每一点在值域上的取值,这使得考虑蕴涵运算的性质应从整个子集出发,而不应仅仅限于其在某点处的性质^[7~9]。因此,有学者提出了模糊推理中蕴涵运算的全局性要求:信息有界性原则^[8]。

在实际控制应用中,如何确定命题间的相关系数 h ,一直是一个有待探索的问题。因此,本文将在信息有界性原则思想的指导下,具体地讨论模糊推理中零级泛蕴涵的信息度约束,并给出一般性的结论,以期对应用中如何确定相关系数 h 具有重要的指导意义。

2 基本概念

2.1 模糊推理的基本形式

在模糊推理的理论研究中,最基本的模糊推理形式为:

设 X 与 Y 是非空集, A, A^* 是论域 X 上的模糊集,而 B ,

B^* 则是论域 Y 上的模糊集,

$$\begin{array}{l} \text{已知: } A \rightarrow B \\ \text{且给定: } A^* \\ \hline \text{求} \quad B^* \end{array} \quad (1)$$

2.2 泛逻辑的基本思想^[12]

1. 泛逻辑的基本思想 在探索已有逻辑一般规律的基础之上,本文第二作者于1996年首次提出了一种能包容各种逻辑形态和推理模式的数理逻辑学理论新构架——泛逻辑。它是刻画柔性世界逻辑规律的一个全新的连续可控的逻辑体系,其思想精髓是:模糊测度的逻辑运算本身具有不确定性,事物之间的广义相关性是引起这种不确定的根源。本文第二作者把中国古典哲学的思想(即世间万事万物都是相关的,不是相生就是相克,非此即彼)引起到柔性逻辑学中,用相关性来解释命题连接词的运算模型不唯一的原因,它是事物间的内在特性,用它可以反映事物间作用的真正原因。它包括广义相关性(模糊命题之间的关联性)和广义自相关性(命题真值的测量误差),并且将其量化为广义相关系数(一般用 h 表示)和广义自相关系数(一般用 k 表示),其在 $[0, 1]$ 中连续取值。广义相关性的变化是连续变化的,其从最大相吸状态($h=1$)连续变小,经过独立相关状态($h=0.75$)到达中间状态($h=0.5$,最大相斥状态也就是最小相克状态),随着相克性的增加,广义相关性从最小相克状态经过僵持状态($h=0.25$)到达最大相克状态($h=0$)。广义自相关系数用 k 来刻画,比如,最大正误差时 $k=1$,没有误差时 $k=0.5$,最大负误差时 $k=0$ 。依据范数理论以及相关系数作为参数可以得到不同联结词的生成元完整簇,从而使得联结词算子是连续可变的,而相同的相关

^{*})国家自然科学基金资助项目(60273087),国家863项目(2002AA412020),北京市自然科学基金项目(4032009),西北工业大学研究生创业种子基金(Z20030065)。付利华 博士研究生,主要研究方向为复杂系统智能控制、进化计算。何华灿 教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能原理及应用,泛逻辑学。

系数所对应的联结词算子是互相配对的。

只要给定 h 和 k 的值,就可得到对应的联结词算子。在实际应用中,可以通过命题间的内在相关特性确定命题间的联结词算子,从而使得命题间联结词算子的选择有章可循,这就是有效地克服了在应用中凭主观经验选取算子所具有的盲目性和随意性。

2. 零级泛蕴涵 在本文中,我们仅考虑命题间的广义相关系数 h ,即仅考虑泛逻辑中的零级泛蕴涵算子,其定义如下:

定义1^[2] 由零级 T 性生成元完整簇 $F_0(x, h) = x^m$ 代入蕴涵运算的基模型 $(I(x, y, 0.5) = \min(1, 1 - x + y))$ 生成的零级 I 范数完整簇:

$$I(x, y, h) = \text{ite}\{1 | x \leq y; 0 | m \leq 0 \text{ 且 } y = 0 \text{ 且 } x \neq 0; \Gamma^{-1}[(1 - x^m + y^m)^{1/m}]\} \quad (2)$$

其中, $m = (3 - 4h)/(4h(1 - h))$, $h \in [0, 1]$, $m \in R$ 。

注:条件表达式 $\text{ite}\{\beta | \alpha; \gamma\}$ 表示:如果 α 成真,则 β ;否则 γ 。 $\text{ite}\{\beta_1 | \alpha_1; \beta_2 | \alpha_2; \gamma\} = \text{ite}\{\beta_1 | \alpha_1; \text{ite}\{\beta_2 | \alpha_2; \gamma\}\}$ 。 $[0, 1]$ 上的限幅函数 $\Gamma^{-1}[x] = \text{ite}\{1 | x > 1; 0 | x < 0 \text{ 或虚数}; x\}$ 。

零级泛蕴涵是包括了了几种常用蕴涵算子的一个连续可控的蕴涵算子簇,在实际应用中,可根据命题间的广义相关性,在簇中选取相应的蕴涵算子。下面给出几种特殊的蕴涵算子:

1) $h = 1$, 表示两命题最大相吸, $I(x, y, 1) = \text{ite}\{1 | x \leq y; y\}$ 为 Gödel 蕴涵 R_G 。

2) $h = 0.75$, 表示两命题独立相关, $I(x, y, 0.75) = \text{ite}\{1 | x = 0; \min(1, y/x)\}$ 为 Goguen 蕴涵 R_{G_0} 。

3) $h = 0.5$, 表示两命题最大相斥,也是最小相克, $I(x, y, 0.5) = \min(1, 1 - x + y)$ 为 Lukasiewicz 蕴涵 R_{L_0} 。

4) $h = 0$, 表示两命题最大相克, $I(x, y, 0) = \text{ite}\{y | x = 1; 1\}$ 为变形的突变蕴涵。

3. 零级泛蕴涵具有的一些常见性质 为了后面讨论的方便,这里我们列出零级泛蕴涵的一些常见性质^[12, 16]:

I1 $x_1 \leq x_2$ 时, $I(x_1, y, h) \geq I(x_2, y, h)$, $h \in [0, 1]$ 。

I2 $y_1 \leq y_2$ 时, $I(x, y_1, h) \geq I(x, y_2, h)$, $h \in [0, 1]$ 。

I3 $I(0, y, h) = 1$, $h \in [0, 1]$ 。

I4 $I(1, y, h) = y$, $h \in [0, 1]$ 。

2.3 信息有界性原则

关于蕴涵算子合理形式的讨论,大多数是基于该算子是否满足那些由二值逻辑蕴涵算子扩展而来的性质^[5],如著名的 $D-P$ 条件^[6]。然而,在这些蕴涵运算应满足的性质中,除了连续性外,大部分都是针对蕴涵运算在其定义域中某一点上的性质,这在模糊命题逻辑中,并没有什么不妥之处。但是,在模糊推理中,输入和输出都是以模糊子集的形式出现,对模糊推理结论的语义解释依赖于模糊集上的每一点在其值域上的取值,这使得我们不仅要考虑蕴涵算子在某点上的性质,而且还应考虑其在整个结论模糊集上的性质^[7~9]。因此,有学者提出了模糊推理中蕴涵运算的全局性要求:信息有界性原则,这主要体现在两个方面:1)推理结论的模糊集所含的信息不应大于推理所用的规则的后件模糊集所含的信息。如在(1)式中, B^* 所含信息应不大于 B 所含的信息。2)如果 A_1^* 比 A_2^* 与规则前件模糊集 A 更相近,那么由 A_1^* 推得的结论 B_1^* 所含的信息应不小于由 A_2^* 推得的结论 B_2^* 所含的信息。其实,我们可以看到,当蕴涵算了满足性质I4时,原则的第二方面包含了第一方面。因此,在后面的章节中,我们将重点讨论信息有界性原则的第二方面。

文[13]提出了一种描述命题所含信息度的特征测度:

定义2(特征测度 Specificity Measure)^[13] 假定 X 是一

个非空有限集, $F(X)$ 表示 X 上所有模糊集的集合, $A \in F(X)$, 设 A 在每点上的隶属度从大到小依次记为: $a_1, a_2, \dots$ 。 Sp 为一测度 $Sp: F(X) \rightarrow [0, 1]$, 如果它满足:

1) $Sp(A) = 1$ 当且仅当 A 是一个单点集 $A = \{x\}$ 。

2) $Sp(\emptyset) = 0$ 。

3) 设 B 和 C 是 X 上的两个正规模糊集, 且 $B \subset C$, 则有 $Sp(B) \geq Sp(C)$ 。

则称 Sp 为特征测度。

当然,在实际的应用中,可以根据需要而定义不同形式的特征测度^[14]。在本文中,我们将采用文[15]提出的线性特征测度。

定义3(线性特征测度 Linear Specificity Measure)^[15]

假定 X 是一个 n 元非空有限集, $F(X)$ 表示 X 上所有模糊集的集合, $A \in F(X)$, 设 A 在每点上的隶属度从大到小依记为: $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。线性特征测度 Sp 为:

$$Sp(A) = a_1 - \sum_{j=2}^n w_j a_j \quad (3)$$

其中, w_j 表示权值, 满足: 1) $w_j \in [0, 1]$; 2) $\sum_{j=2}^n w_j = 1$;

3) 如果 $j < i$, $w_j \geq w_i$ 。

3 模糊推理中零级泛蕴涵运算的信息度约束

3.1 模糊推理中蕴涵算子的信息度约束

在(1)式中, 设论域 Y 是一个 n 元非空有限集: $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, 并不失一般性的假定, 对于任意的 $i < j$, 有 $\mu_B(y_i) \geq \mu_B(y_j)$ 。在模糊控制中, 我们一般对精确的输入 x^* 做如下特殊的模糊化:

$$\mu_{A^*}(x) = \begin{cases} 1 & x = x^* \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

利用 CRI 进行推理合成运算, 可得到:

$$\begin{aligned} \mu_{B^*}(y) &= \sup_{x \in X} T_{h_1}(\mu_{A^*}(x), I_{h_2}(\mu_A(x), \mu_B(y))) \\ &= I_{h_2}(\mu_A(x^*), \mu_B(y)) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, h_1, h_2 分别是相应命题间的广义相关系数, 而 T_{h_1}, I_{h_2} 则分别是由 h_1, h_2 决定的零级泛与算子以及零级泛蕴涵算子。在(4)式中, $\mu_A(x^*)$ 反映了输入 x^* 与模糊控制规则前件模糊集 A 的匹配程度。假设对于精确输入 x_1 得到匹配程度 $\mu_A(x_1)$, 记为 a_1 ; 精确输入 x_2 得到匹配程度 $\mu_A(x_2)$, 记为 a_2 , 并分别得到推理结果 E, F , 则有:

$$\mu_E(y) = I_{h_1}(a_1, B(y)), \quad \mu_F(y) = I_{h_1}(a_2, B(y)),$$

相应地有:

$$\mu_E(y_j) = I_{h_1}(a_1, B(y_j)), \quad \mu_F(y_j) = I_{h_1}(a_2, B(y_j))。$$

为了讨论的方便, 我们不妨令 $\mu_E(y_j) = e_j, \mu_F(y_j) = f_j, \mu_B(y_j) = b_j$, 则有:

$$e_j = I_{h_1}(a_1, b_j), \quad f_j = I_{h_1}(a_2, b_j) \quad (5)$$

因为在论域 Y 上有: 对于任意的 $i < j$, $b_i \geq b_j$, 则根据泛蕴涵具有的性质 I2 有: 对于任意的 $i < j$, $e_i \geq e_j, f_i \geq f_j$, 即可以通过线性特征测度来衡量 E, F 中所含的信息度:

$$Sp(E) = e_1 - \sum_{j=2}^n w_j e_j, \quad Sp(F) = f_1 - \sum_{j=2}^n w_j f_j,$$

让我们不妨设 $a_1 > a_2$, 则根据信息有界性原则有: $Sp(E) \geq Sp(F)$, 即:

$$e_1 - \sum_{j=2}^n w_j e_j \geq f_1 - \sum_{j=2}^n w_j f_j \quad (6)$$

则有 $e_1 - f_1 - \sum_{j=2}^n w_j (e_j - f_j) \geq 0$, 根据线性特征测度的定义,

有 $\sum_{j=2}^n w_j = 1$, 则上式可转化为:

$$\sum_{j=2}^n w_j((e_1-f_1)-(e_j-f_j)) \geq 0$$

$$\text{则有: } (e_1-f_1)-(e_j-f_j) \geq 0 \quad (7)$$

由式(5)、(7)得,对于任意的 $a_1 > a_2, b_1 \geq b_2$ 得:

$$I_k(a_1, b_1) - I_k(a_2, b_1) \geq I_k(a_1, b_2) - I_k(a_2, b_2) \quad (8)$$

根据泛蕴涵具有的性质 I1, 有:

$$0 \leq I_k(a_2, b_1) - I_k(a_1, b_1) \leq I_k(a_2, b_2) - I_k(a_1, b_2) \quad (9)$$

由(9)式,可以得出:

结论1 在模糊推理中,满足信息有界性原则的蕴涵算子应当满足:当后件越大时, $I(x, y)$ 对 x 的变化越不敏感。同时,由(8)式有:

$$I_k(a_1, b_1) - I_k(a_1, b_2) \geq I_k(a_2, b_1) - I_k(a_2, b_2) \quad (10)$$

我们不妨设, $D(v) = I_k(v, b_1) - I_k(v, b_2)$, 对于任意的 $b_1 \geq b_2$, 那么由(10)式,显然有 $D(v)$ 是关于 v 的不减函数,且有,令 $a_2 = 0$ 时,

$$I_k(a_1, b_1) - I_k(a_1, b_2) \geq 0 \quad (11)$$

令 $a_1 = 1$ 时,

$$b_1 - b_2 \geq I_k(a_2, b_1) - I_k(a_2, b_2) \quad (12)$$

综上所述:

结论2 在模糊推理中,满足信息有界性原则的蕴涵算子应当满足: $D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b)$, 对于所有 $a > b$, $D(v)$ 是 v 的不减函数。

显然,结论1和结论2是等价的,它们描述了事物的不同方面。

3.2 模糊推理中零级泛蕴涵的信息度约束

在本节中,我们将具体地分析零级泛蕴涵的信息度约束,并给出一般性的结论,以期对应中如何确定相关系数 h 具有重要的指导意义。

1. $m = -\infty$, 即 $h = 1$, 此时零级泛蕴涵便为 Gödel 蕴涵 $R_G(x, y) = \text{ite}\{1 | x \leq y; y\}$ 。

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = \text{ite}\{1 | v \leq a; a\} - \text{ite}\{1 | v \leq b; b\}$$

$$1) v \leq b < a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0.$$

$$2) b < v \leq a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - b \geq 0.$$

$$3) b < a < v, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = a - b \leq 1 - b.$$

综上所述, Gödel 蕴涵 R_G 不满足信息有界性原则。

2. $m = 0$, 即 $h = 0.75$, 此时零级泛蕴涵便为 Goguen 蕴涵 $R_{G_0}(x, y) = \text{ite}\{1 | x = 0; \min(1, y/x)\}$ 。

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = \text{ite}\{1 | v = 0; \min(1, a/v)\} - \text{ite}\{1 | v = 0; \min(1, b/v)\}$$

$$1) v = 0, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0$$

$$2) 0 < v \leq b < a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0$$

$$3) b < v \leq a, \text{ 即 } a/v \geq 1 > b/v, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - b/v > 0, \text{ 且 } 1 - b/v \text{ 是关于 } v \text{ 的一个不减函数.}$$

$$4) b < a < v, \text{ 即 } 1 > a/v > b/v, \text{ 则 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = a/v - b/v = (a-b)/v, \text{ 且 } (a-b)/v \text{ 是关于 } v \text{ 的一个减函数.}$$

综上所述, Goguen 蕴涵 R_{G_0} 不满足信息有界性原则。

3. $m = 1$, 即 $h = 0.5$, 此时零级泛蕴涵便为 Lukasiewicz 蕴涵 $R_{Lw}(x, y) = \min(1, 1 - x + y)$ 。

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = \min(1, 1 - v + a) - \min(1, 1 - v + b)$$

$$1) v \leq b < a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0.$$

$$2) b < v \leq a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - (1 - v + b) = v - b > 0, \text{ 且 } v - b \text{ 是关于 } v \text{ 的一个不减函数.}$$

$$3) b < a < v, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = (1 - v + a) - (1 - v + b) = a - b.$$

综上所述, Lukasiewicz 蕴涵 R_{Lw} 满足信息有界性原则。

4. $m = +\infty$, 即 $h = 0$, 此时零级泛蕴涵便为变形的突变蕴涵 $R(x, y) = \text{ite}\{y | x = 1; 1\}$ 。

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = \text{ite}\{a | v = 1; 1\} - \text{ite}\{b | v = 1; 1\}$$

$$1) v \neq 1, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0.$$

$$2) v = 1, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = a - b > 0.$$

综上所述,变形的突变蕴涵 R 满足信息有界性原则。

5. $m \in (-\infty, 0)$, 即 $h \in (0.75, 1)$ 时,由零级泛蕴涵的定义(2)式,有:

$$1) v \leq b < a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0.$$

$$2) b = 0, \text{ 则有 } v > 0, a > 0$$

$$D(v) = I_k(v, b) - I_k(v, b) = 1 - 0 = 1, \quad v \leq a$$

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = \Gamma^1[(1 - v^m + a^m)^{1/m}] - 0$$

$$= \Gamma^1[(1 - v^m + a^m)^{1/m}], \quad v > a$$

且由零级泛蕴涵的性质 I1 知,此时 $D(v)$ 是关于 v 的一个减函数。

故, $h \in (0.75, 1)$ 时,此时的零级泛蕴涵不满足信息有界性原则。

6. $m \in (0, 1)$, 即 $h \in (0.5, 0.75)$ 时,由零级泛蕴涵的定义(2)式,有:

$$1) v \leq b < a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0$$

$$2) b < v \leq a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - \Gamma^1[(1 - v^m + b^m)^{1/m}] \geq 0, \text{ 且由零级泛蕴涵的性质 I1 知: } 1 - \Gamma^1[(1 - v^m + b^m)^{1/m}] \text{ 是关于 } v \text{ 的一个不减函数.}$$

$$3) b < a < v, \text{ 即 } b^m < a^m < v^m, \text{ 且 } b^m, a^m, v^m \in [0, 1], \text{ 则有}$$

$$I_k(v, a) = \Gamma^1[(1 - v^m + a^m)^{1/m}] = (1 - v^m + a^m)^{1/m} \quad (13)$$

$$I_k(v, b) = \Gamma^1[(1 - v^m + b^m)^{1/m}] = (1 - v^m + b^m)^{1/m} \quad (14)$$

由式(13)、(14)得:

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = (1 - v^m + a^m)^{1/m} - (1 - v^m + b^m)^{1/m} \quad (15)$$

$$\text{即, } \partial D(v) / \partial v = v^{m-1} [(1 - v^m + b^m)^{1/m-1} - (1 - v^m + a^m)^{1/m-1}] \quad (16)$$

由 $m \in (0, 1)$, 即 $1/m - 1 > 0$, 则 $(1 - v^m + b^m)^{1/m-1} < (1 - v^m + a^m)^{1/m-1}$, 那么可得:

$$\partial D(v) / \partial v < 0$$

即,此时得 $D(v)$ 是关于 v 的一个减函数。

故, $h \in (0.5, 0.75)$ 时,此时的零级泛蕴涵不满足信息有界性原则。

7. $m \in (1, +\infty)$, 即 $h \in (0, 0.5)$ 时,由蕴级泛蕴涵的定义(2)式,有:

$$1) v \leq b < a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - 1 = 0$$

$$2) b < v \leq a, \text{ 即 } D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = 1 - \Gamma^1[(1 - v^m + b^m)^{1/m}] \geq 0, \text{ 且由零级泛蕴涵的性质 I1 知:}$$

$1 - \Gamma^1[(1 - v^m + b^m)^{1/m}]$ 是关于 v 的一个不减函数,则其在 $v = a$ 时,取得最大值:

$$D_1(v) = 1 - (1 - a^m + b^m)^{1/m} \quad (17)$$

3) $b < a < v$, 即 $b^m < a^m < v^m$, 且 $b^m, a^m, v^m \in [0, 1]$, 同理可得:

$$D(v) = I_k(v, a) - I_k(v, b) = (1 - v^m + a^m)^{1/m} - (1 - v^m + b^m)^{1/m} \quad (18)$$

即,

$$\partial D(v) / \partial v = v^{m-1} [(1 - v^m + b^m)^{1/m-1} - (1 - v^m + a^m)^{1/m-1}] \quad (19)$$

由 $m \in (1, +\infty)$, 即 $1/m - 1 < 0$, 则 $(1 - v^m + b^m)^{1/m-1} > (1 - v^m + a^m)^{1/m-1}$,

(下转封四)

(上接第164页)

那么可得:

$$\partial D(v)/\partial v > 0$$

即,此时得 $D(v)$ 是关于 v 的一个不减函数,且其在 $v=a$ 时,取得最小值:

$$\begin{aligned} D_2(v) &= (1-a^n+a^n)^{1/n} - (1-a^n+b^n)^{1/n} \\ &= 1 - (1-a^n+b^n)^{1/n} \end{aligned} \quad (20)$$

则,由式(17)、(20)知: $D_1(v) = D_2(v)$ 。

故, $h \in (0, 0.5)$ 时,此时的零级泛蕴涵满足信息有界性原则。

上面的讨论可以通过下面的图形看得更清楚。

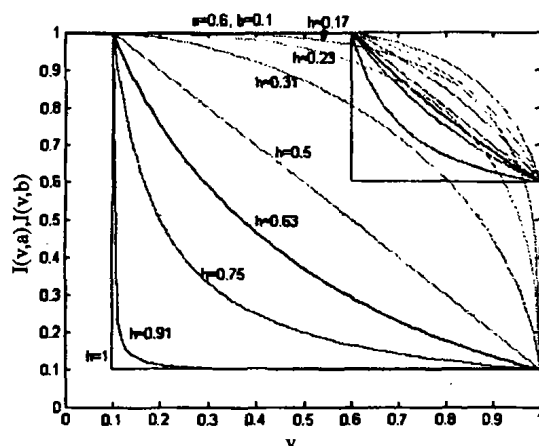


图1 在不同的 h 值下, $I(v,a)$ 和 $I(v,b)$ 随 v 的变化情况

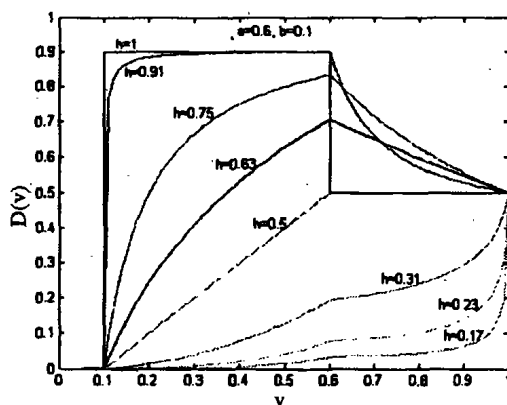


图2 在不同的 h 值下, $D(v)$ 随 v 的变化情况

通过上面对于零级泛蕴涵的信息度约束分析可知,当命题是相吸相关($h \in [0.75, 1]$),以及相斥相关($h \in (0.5, 0.75)$)时,零级泛蕴涵不满足信息有界性原则,仅当其为相克相关($h \in [0, 0.5]$)时,零级泛蕴涵满足信息有界性原则。

结束语 本文详细讨论了模糊推理零级泛蕴涵满足信息有界性原则的条件,并得出结论:当命题间是相克相关,即其广义相关系数 $h \in [0, 0.5]$ 时,零级泛蕴涵满足信息有界性原则。这一结论对于在实际控制应用中,如何给定命题间的广义相关系数 h 值具有重要的指导意义。对于其它特征测度定义,或者一种通用的基于 T 范数的特征测度定义^[14],零级泛蕴涵的信息度约束情况是如何的,以及这种 T 范数与零级泛蕴涵所对应的 T 范数间是否存在某种制约关系,关于所有这些,我们将在另文中进行更深入的探讨。

参考文献

- 1 Mizumoto M, Zimmermann H. Comparison of Fuzzy Reasoning Method. *Fuzzy Sets and Systems*, 1982, 8: 252~283
- 2 Fernandez F G, Kreinovich V. Fuzzy Implication Can be Arbitrarily Complicated; A Theorem. *Int. J. Intelligent Systems*, 1998, 13: 445~451
- 3 Turksen I B, Kreinovich V, Yager R R. A new class of fuzzy implications. *Axioms of fuzzy implication revisited*. *Fuzzy Sets and Systems*, 1998, 100: 262~2723
- 4 Dujat C, Vincent N. Force implication: A new approach to human reasoning. *Fuzzy Sets and Systems*, 1995, 69: 53~63
- 5 Klir G J, Bo Y. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and application*. Prentice-Hall, NJ, 1995
- 6 Dubois D, Parde H. Fuzzy sets in approximate reasoning part I: inference with possibility distributions. *Fuzzy Sets and Systems*, 1991, 40: 143~202
- 7 Yager R R. Measures of information in generalized constraints. *Int. J. uncertainty, fuzziness and knowledge-based systems*, 1998, 6: 519~532
- 8 Yager R R. On the global requirement for the implication operators in fuzzy modus ponens. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 106: 3~10
- 9 陈丹,等. 模糊推理中蕴涵运算的信息度约束. *计算机科学*, 2001, 28(8): 124~126
- 10 何华灿,等. 经验性思维中的泛逻辑. *中国科学(E 辑)*, 1996, 26(1): 72~78
- 11 何华灿,等. *泛逻辑学原理*. 北京: 科学出版社, 2001
- 13 Yager R R. On the specificity of a possibility distribution. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 50: 279~292
- 14 Garmendia L. On t-norms based measures of specificity. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 133: 237~248
- 15 Yager R R. Default knowledge and measures of specificity. *Inform. Sci.*, 1992, 61: 1~44
- 16 马盈仓,等. 泛蕴涵的若干性质. To appear

计算机科学

(1974年1月创刊)

第32卷第1期(月刊)

2005年1月25日出版

ISSN 1002-137X
CN50-1075/TP

定价: 25.00元 国外定价: 5美元

邮发代号: 78-68

发行范围: 国内外公开

主管单位: 国家科学技术部

主办单位: 国家科技部西南信息中心

编辑出版: 《计算机科学》杂志社

重庆市渝中区胜利路132号 邮政编码: 400013

电话: (023) 63500828 E-mail: jsjxx@swic.ac.cn

网址: www.jsjxx.com

社长: 牟炳林

主编: 彭丹

副主编: 朱宗元

主编助理: 徐书令

印刷者: 重庆科情印务有限公司

总发行处: 重庆市邮政局

订购处: 全国各地邮政局

国外总发行: 中国国际图书贸易总公司(北京399信箱)

国外代号: 6210-MO