基于图像复杂度曲线拟合的快速图像分割方法

王海峰 章 怡 蒋益锋
(江苏理工学院信息中心 江苏 常州 213001)

摘 要 针对经典Otsu算法、最大熵算法、最小交叉熵算法等在低信噪比图像中分割效果较差的问题,从图像复杂度的角度提出了基于图像背景与目标的对象复杂度的图像分割方法,并采用曲线拟合方法大大减少了计算冗余,提高了算法的实时性与稳定性。实验表明,与经典算法相比,所提快速分割算法具有运行速度快、稳定性与可靠性高等特点,能够有效地解决低信噪比图像分割效果较差的问题。

关键词 图像复杂度,最大熵算法,最小交叉熵,曲线拟合,图像分割

中图法分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.02.023

Fast Image Segmentation Method Based on Image Complexity through Curve Fitting

WANG Hai-feng ZHANG Yi JIANG Yi-feng
(Information Center, Jiangsu University of Technology, Changzhou, Jiangsu 213001, China)

Abstract The classical Otsu algorithm, maximum entropy algorithm, and minimum cross entropy algorithm have poor segmentation image effect when image signal noise ratio (SNR) is low. The paper proposed a kind of image segmentation method based on image background and target object complexity from the perspective of the image complexity, greatly reducing redundancy with the curve fitting method and improving the real-time performance and stability of the algorithm. According to the experiment results, compared with the classical algorithm, the fast segmentation algorithm proposed in the paper has high operation speed, stability and reliability, and can effectively solve dissatisfactory image segmentation effect when image SNR is low.

Keywords Image complexity, Maximum entropy algorithm, Minimum cross entropy, Curve fitting, Image segmentation

图像分割是图像信息处理的基本技术,也是图像理解与模式识别的前提,有着广泛的应用[1]。在医学图像处理中,图像分割对三维显示病人身体中发生病变的器官或者确定与分析病变的位置都有着不错的辅导作用;在路面交通图像的分析应用中,可用图像分割技术从监控或航拍等模糊复杂背景中分割出要提取的目标车辆;遥感图像分割还被广泛应用于军事领域,如战略战术的侦查、军事海洋领域的测绘等,高分辨率的遥感图像分割数据可被用于自然灾况的监测与评估、地图的绘制与更新、森林资源及环境的监测与管理等。因此,图像的分割有着至关重要的作用[2]。

在众多的图像分割方法中,阈值分割是最为简单有效的方法,其关键在于阈值的选取,主要分为全局阈值与局部阈值[3]。全局阈值类的几种经典分割方法主要有Otsu算法、信息最大熵算法、最小交叉熵算法等[4-6]。当图像中的目标和背景的灰度区别不明显时,应用这些经典算法进行分割会使图像的信息丢失,容易出现比较严重的分割错误,且在信噪比较低时,阈值分割的稳定性与可靠性较差。为解决传统一维的Otsu算法、信息最大熵算法、最小交叉熵算法在低信噪比图像中分割效果较差的问题,一些学者提出相关的改进二维算法来选取阈值,使分割效果得到明显改善;但是由于解空间维数增加,导致计算复杂,运算时间延长[7-8]。为解决这一问题,学者们又提出了各种二维快速算法,但这些快速算法仍然没有摆脱计算复杂、运算时间长、效率低的问题[9-11]。

针对上述问题,本文从图像复杂度的角度出发,结合曲线拟合方法,提出了一种基于图像复杂度曲线拟合的快速图像分割方法。

1 图像复杂度阈值分割原理

图像复杂度是指在给定的一幅图像中,目标自动处理(目标识别、图像增强、图像分割、图像恢复等)时内在的困难程度[12]。一般可以从整体复杂度、区域复杂度和对象复杂度这3个层次分别对图像复杂度进行描述。本文主要从对象的复杂度出发,研究一幅图像的背景与目标的复杂度,以为后续的图像阈值分割提供参考[13]。

到稿日期:2017-04-01 返修日期:2017-05-22 本文受江苏省自然科学基金项目(BY2016030-08),江苏省常州市科技计划资助项目(CE20165049)资助。

王海峰(1977—),男,硕士,高级工程师,主要研究方向为信息隐藏、数字图像处理与分析,E-mail:cjswhf@just.edu.cn(通信作者);**章 怡**(1983—),女,工程师,主要研究方向为数字图像处理与分析;**蒋益锋**(1979—),男,高级工程师,主要研究方向为计算机应用。

将广义集合内部状态的复杂度定义为图像复杂度，其计算公式为：

$$C=-\sum_{i=0}^{i=t} n_i \log(n_i/N) \tag{1}$$

其中，C 代表图像复杂度，t 为划分目标区域和背景区域的分割阈值，n_i 为灰度值为 i 的像素点个数，N 为整幅图像内像素点的个数。

图像复杂度分割算法是一种使目标与背景对象复杂度的差值最小且自动确定阈值的方法，具有简单、处理速度快的优点，是一种全局阈值选取方法。该算法的基本思想如下：设图像像素数为 N，灰度范围为$[0,L-1]$，灰度值 T 将图像中的像素分成背景 C_0 与目标 C_1 两类。背景 C_0 由灰度值在$[0,T]$之间的像素组成，其总像素数为 N_0；目标 C_1 由灰度值在$[T+1,L-1]$之间的像素组成，其总像素数为 N_1。C_0 与 C_1 对应的图像复杂度为：

$$\begin{aligned} C_0 &= -\sum_{i=0}^{T} h_0(i)\log\frac{h_0(i)}{N_0} \\ C_1 &= -\sum_{i=T+1}^{L-1} h_1(i)\log\frac{h_1(i)}{N_1} \end{aligned} \tag{2}$$

其中，$h_0(i)$为背景 C_0 中像素 i 的个数，$h_1(i)$为背景 C_1 中像素 i 的个数。

图像复杂度分割算法的阈值计算公式如下：

$$\begin{aligned} C(T) &= \left|-\sum_{i=0}^{T} h_0(i)\log\frac{h_0(i)}{N_0}+\sum_{i=T+1}^{L-1} h_1(i)\log\frac{h_1(i)}{N_1}\right| \\ &= |C_0-C_1| \end{aligned} \tag{3}$$

$$g=\arg\min_{0\leqslant i\leqslant L-1}[C(T)] \tag{4}$$

在$[0,L-1]$范围内依次为 T 取值，使得 $C(T)$最小的 T 值即为图像复杂度分割算法的最佳阈值。

2　最小二乘法的曲线拟合原理

图像复杂度分割算法在灰度级区间$[0,L-1]$内计算图像的目标与背景对象复杂度的差值的绝对值 $C(T)$，其数学形态与二次曲线形态相似。拟合曲线的模型为：$y=a_0+a_1x+a_2x^2$，依据最小二乘法偏差平方和最小原则计算各点到拟合曲线的距离之和，即偏差平方和如下[14]：

$$R^2=\sum_{i=1}^{n}[y_i-(a_0+a_1x_i+a_2x_i^2)]^2 \tag{6}$$

为求得符合条件的 a 值，对式(5)两边分别求 a_0，a_1，a_2 的偏导数：

$$\begin{cases} -2\sum_{i=1}^{n}[y_i-(a_0+a_1x_i+a_2x_i^2)]=0 \\ -2\sum_{i=1}^{n}[y_i-(a_0+a_1x_i+a_2x_i^2)]x_i=0 \\ -2\sum_{i=1}^{n}[y_i-(a_0+a_1x_i+a_2x_i^2)]x_i^2=0 \end{cases} \tag{6}$$

将式(6)中各等式左边化简，可得下列等式：

$$\begin{cases} a_0n+a_1\sum_{i=1}^{n}x_i+a_2\sum_{i=1}^{n}x_i^2=\sum_{i=1}^{n}y_i \\ a_0\sum_{i=1}^{n}x_i+a_1\sum_{i=1}^{n}x_i^2+a_2\sum_{i=1}^{n}x_i^3=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i \\ a_0\sum_{i=1}^{n}x_i^2+a_1\sum_{i=1}^{n}x_i^3+a_2\sum_{i=1}^{n}x_i^4=\sum_{i=1}^{n}x_i^2y_i \end{cases} \tag{7}$$

由于算法在 matlab 中编写，且 matlab 擅长矩阵运算，因此将式(7)转成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}x_i & \sum_{i=1}^{n}x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n}x_i & \sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \sum_{i=1}^{n}x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \sum_{i=1}^{n}x_i^3 & \sum_{i=1}^{n}x_i^4 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}y_i \\ \sum_{i=1}^{n}x_iy_i \\ \sum_{i=1}^{n}x_i^2y_i \end{bmatrix} \tag{8}$$

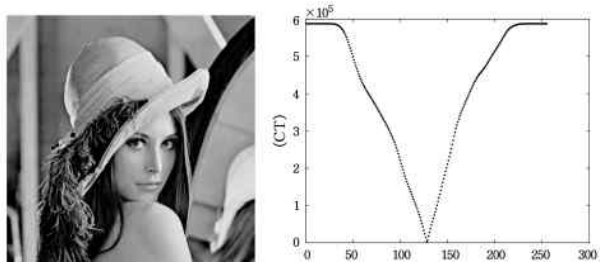
将式(8)化简为范德蒙德矩阵：

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \tag{9}$$

在 matlab 中利用矩阵求出系数矩阵 a 即可求出拟合曲线系数a_0，a_1，a_2，从而计算出二次曲线取得极小值的最佳灰度分割阈值。

3　图像复杂度快速分割算法的计算步骤

本文以一幅分辨率为 512×512 的正常照度的标准 Lena 灰度图像为例，采用式(3)计算图像复杂度 $C(T)$的 T 值变化，如图 1 所示。



(a)Lena　　(b)图像复杂度分割变化图

图 1　lena 灰度图像与图像复杂度分割算法曲线

Fig. 1　Lena grayscale image and image complexity segmentation curve

通过研究发现，采用图像复杂度分割算法的数学外形与抛物线方程的数学形态类似(如图 1 的 T 值变化曲线)。因此，图像复杂度快速分割算法设计在均值 $mean1$ 附近共选取步长为 5 的 7 个点(T_1，T_2，…，T_7)，求取其对应的图像复杂度算法的最小值 $C(T)$，并对这 7 个点进行最小二乘法二次曲线拟合，以大大减少因图像复杂度算法遍历整个灰度区间$[0,L-1]$而计算图像复杂度的次数，去除较大的计算冗余，显著加快运算速度，提升算法的实时性。算法的具体步骤如下：

1)统计灰度图像 $f(m,n)$的直方图 $h(i)$，计算 $f(m,n)$的灰度均值 $mean1$；

2)计算 $T_1=mean1-15$，$T_2=mean1-10$，$T_3=mean1-5$，$T_4=mean1$，$T_5=mean1+5$，$T_6=mean1+10$，$T_7=mean1+15$；

3)在灰度分割值 $T=mean1-15$ 时，计算背景图像复杂度 C_0 的像素数 N_0 与 C_0 类内像素 i 的对应个数 $h_0(i)$，同理计算目标图像复杂度 C_1 的像素数 N_1 及 $h_1(i)$；

4)根据式(2)计算背景图像复杂度 C_0 和目标图像复杂度 C_1；

5)根据式(3)计算 $T=mean1-15$ 时 $C(T)_1$ 的值；

6)重复步骤(3)－步骤(5)，计算其余 6 个点对应的 $C(T)_2$，$C(T)_3$，$C(T)_4$，$C(T)_5$，$C(T)_6$，$C(T)_7$；

7)根据推导的范德蒙德矩阵公式计算 7 个点的二次曲线系数 a_0，a_1，a_2，计算公式如下：

$$\begin{bmatrix} 1 & T_1 & T_1^2 \\ 1 & T_2 & T_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & T_7 & T_7^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(T)_1 \\ C(T)_2 \\ \vdots \\ C(T)_7 \end{bmatrix} \tag{10}$$

8)求拟合曲线 $y=a_0+a_1x+a_2x^2$ 的最小值 T，计算公式为：

$$T=x=\mathrm{round}(|\frac{a_1}{2a_2}|)$$

4 实验结果及分析

实验选取两幅图像：1)分辨率为 512×512 的正常照度的标准 Lena 灰度图像；2)分辨率为 269×350 的低照度红外灰度图像。实验工具为 matlab，实验图像如图 2 所示。

(a)标准 Lena 图像 (b)低照度红外图像

图 2 实验图像

Fig. 2 Experimental images

为验证所提算法的运算速度和处理效率，将其与经典 Otsu 算法、信息最大熵算法和最小交叉熵算法进行比较。程序运行环境如下：windows 系统、Intel Pentinum CPU G860、主频 3.0GHz。表 1 和表 2 分别列出了各算法分割标准 Lena 图像与低照度红外图像的结果数据，算法的分割效果如图 3 所示。

表 1 标准 Lena 算法的比较结果

Table 1 Comparison results of standard Lena

Lena 图像	Otsu 算法	信息最大熵算法	最小交叉熵算法	本文算法
阈值	117	122	108	127
时间/s	0.046	0.063	0.063	0.046

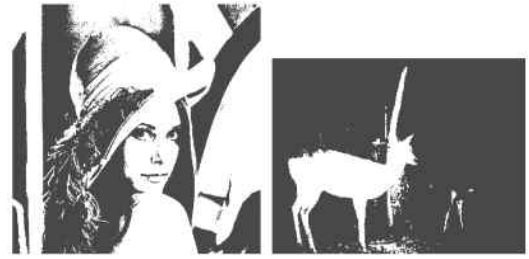
表 2 低照度红外图像算法的比较结果

Table 2 Comparison results of low illumination infrared image

红外图像	Otsu 算法	信息最大熵算法	最小交叉熵算法	本文算法
阈值	91	92	80	57
时间/s	0.031	0.047	0.047	0.032

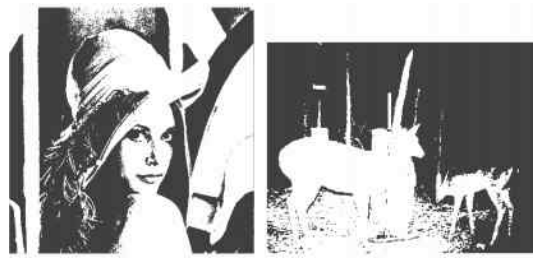
表 1、表 2 中的算法运行时间表明，本文算法的运算速度比最大熵算法及最小交叉熵算法快，与 Ostu 算法相当。

(a)Otsu 算法的图像分割结果



(b)信息最大熵算法的分割结果

(c)最小交叉熵算法的分割结果



(d)本文算法的分割结果

图 3 几种算法的分割结果比较

Fig. 3 Comparison of segmentation results of several algorithms

从图 3 的分割效果看，Otsu 算法与最小交叉熵算法分割的图像存在较严重的信息丢失现象，如图 3(a)、图 3(c)中丢失了正常照度下的 Lena 面部信息(鼻子与嘴唇)，在低照度红外图像中该现象表现得尤为明显，右边的小鹿基本丢失。而信息最大熵算法与本文图像复杂度快速算法对正常照度下 Lena 图像阈值分割的二值图像中面部的轮廓信息(鼻子与嘴唇)，比 Otsu 算法与最小交叉熵算法的分割效果好。与信息最大熵算法相比，本文算法对 Lena 二值图像的轮廓信息(鼻子与嘴唇)的分割效果更好，这一优点在低照度红外分割的二值图像中表现得更明显，右边的小鹿轮廓被较好地分割了出来。实验结果表明，所提算法很好地解决了几种算法在图像分割中存在的信息丢失问题。

在算法的稳定性与可靠性测试中，定义阈值偏离量为 ΔT，$\Delta T=|T_1-T_2|$，T_1 为原图像分割阈值，T_2 为受噪声污染的图像分割阈值。在图像信噪比逐渐减小即噪声污染不断加大的情况下，阈值偏离量越小，噪声对该算法分割阈值的影响力越弱，该算法的稳定性与可靠性就越强；反之，噪声对该

算法分割阈值的影响力越强，该算法的稳定性与可靠性越弱。实验过程中，在实验图像上加入均值为 0、方差在 0.01～0.05 之间变化的高斯噪声，阈值偏离量 ΔT 的结果如表 3 所列。由于篇幅的限制，本文仅列出方差为0.03的高斯噪声的分割结果，如图 4 所示。

表 3　阈值偏离量的实验结果

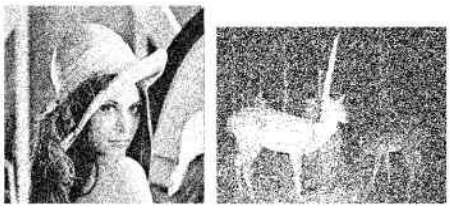
Table 3　Experimental results of threshold deviation

高斯噪声方差	Otsu 算法	信息最大熵算法	最小交叉熵算法	本文算法
0.01	4	5	3	2
0.02	5	4	5	2
0.03	6	7	7	2
0.04	7	8	9	2
0.05	7	8	9	2

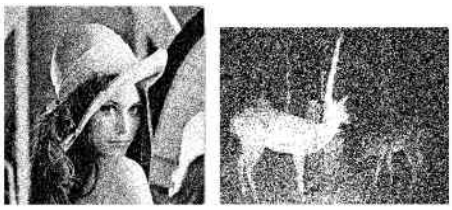
(a)高斯噪声方差为 0.03 的实验图像

(b)Otsu 算法的图像分割结果

(c)最大熵算法的图像分割结果



(d)最小交叉熵的图像分割结果



(e)本文算法的图像分割结果

图 4　高斯噪声的分割结果

Fig. 4　Segmentation results of Gauss noise

由表 3 可知，在实验图像中引入噪声后，Otsu 算法、信息最大熵算法、最小交叉熵算法及本文算法的阈值偏离量 ΔT 都发生了偏移，说明噪声对阈值分割产生了影响。随着噪声强度的加强，Otsu 算法、信息最大熵算法、最小交叉熵算法的偏离量 ΔT 也越来越大，最大偏离量 ΔT 都高于 7，表明这 3 种算法都对噪声敏感，算法的稳定性与可靠性较差；而本文算法的偏离量 ΔT 始终为 2，表明本文算法比其他 3 种算法的性能优越，即本文算法的稳定性与可靠性最优。

综上所述，在算法的运行时间上，本文算法＝Otsu 算法＜信息最大熵算法＝最小交叉熵算法，即本文算法的运行效率明显优于信息最大熵算法与最小交叉熵算法，运行速度较快。在算法分割效果上，本文算法＞信息最大熵算法＞Otsu 算法＞最小交叉熵算法，即本文算法最优，且很好地解决了待分割图像中的目标和背景的灰度区别不明显时，一般分割方法会使图像的信息丢失，出现比较严重的分割错误的问题。综合稳定性与可靠性，本文算法优于其他 3 种算法。

结束语　阈值分割是图像分割的主要方法，经典的基于阈值的图像分割算法主要有信息最大熵算法、Otsu 算法、最小交叉熵算法等。本文的创新点是从图像复杂度的角度提出了基于图像背景与目标的对象复杂度的图像分割方法，并采用曲线拟合方法大大减少了计算冗余，提高了算法的实时性。实验表明，本文提出的基于图像复杂度的快速分割算法的运行速度快，稳定性与可靠性优越，也较好地解决了其他分割算法容易出现的信息丢失问题。所提算法也存在一定缺陷，即把一些无关信息分割进了目标中，造成目标轮廓不清晰（见图 3(d)），如何解决此问题是今后的研究重点和方向。

参 考 文 献

[1]　GAO Z Y，YANG X M，GONG J M，et al. Research on Image Complexity Description Methods[J]. Journal of Image and Graphics，2010，15(1)：129-135.（in Chinese）
高振宇，杨晓梅，龚剑明，等. 图像复杂度描述方法研究[J]. 中国图像图形学报，2010，15(1)：129-135.

[2]　WANG W，WANG X J，LIU X W，et al. Image Segmentation Algorithm Based on Image Complexity[J]. Journal of Detection & Control，2015，37(3)：5-9.（in Chinese）
王崴，王晓军，刘晓卫，等. 基于图像复杂度的图像分割算法[J]. 探测与控制学报，2015，37(3)：5-9.

[3]　DUAA A，AHMED B，ALI E Z. A Novel Fast Otsu Digital Image Segmentation Method[J]. International Arab Journal of Information Technology，2016，13(4)：427-434.

[4]　ZHAO Y C，HU Z H，BAI Y，et al. Multiple Visual Objects Segmentation Based on Adaptive Otsu and Improved DRLSE[C]// 12th International Conference on ICIC 2016. 2016：707-716.

[5]　GE Q C，LIN J G，XIAO D. Algorithm of image thresholding based on information entropy[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology (Natural Science Edition)，2010，24(5)：485-488.（in Chinese）

葛启承,林锦国,肖迪.基于信息熵的图像阈值选取算法[J].江苏科技大学学报(自然科学版),2010,24(5):485-488.

[6] CHEN S W,LIU Y C. Improved Canny Edge Detection Algorithm Based on Minimum Cross Entropy[J]. Video Engineering,2013,37(1):165-168.(in Chinese)
陈世文,刘越畅.一种基于最小交叉熵的 Canny 边缘检测算法[J].电视技术,2013,37(1):165-168.

[7] LUN X M,HOU Y M. Optimal threshold selection for image segmentation utilizing entropy-max algorithm[J]. Computer Engineering and Design,2015,36(5):1265-1268.(in Chinese)
伦向敏,侯一民.运用迭代最大熵算法选取最佳图像分割阈值[J].计算机工程与设计,2015,36(5):1265-1268.

[8] WEN K F,YE S T,WAN Z P. Infrared target segmentation algorithm based on maximum entropy threshold in complex background[J]. LASER & INFRARED,2016,46(1):103-108.(in Chinese)
温凯峰,叶仕通,万智萍.复杂背景下的最大熵阈值红外目标分割算法[J].激光与红外,2016,46(1):103-108.

[9] WANG L,DUAN H C H,WANG J L. A fast algorithm for three-dimensional Otsu's thresholding method[C]// IEEE International Symposium on IT in Medicine and Education. 2008:136-140.

[10] XU L M,LV J D. Improved PCNN bayberry image segmentation algorithm based on minimum cross entropy[J]. Journal of Northwest Normal University(Natural Science),2016,52(1):43-46.(in Chinese)
徐黎明,吕继东.基于最小交叉熵的改进 PCNN 杨梅图像分割算法[J].西北师范大学学报(自然科学版),2016,52(1):43-46.

[11] BUI T D,CHUNSOO A,JITAE S. Fast localized active contour for inhomogeneous image segmentation[J]. IET Image Processing,2016,10(6):483-494.

[12] CHEN Y Q,DUAN J,ZHU Y,et al. Research on the image complexity based on texture features[J]. Chinese Optics,2015,8(3):407-412.(in Chinese)
陈燕芹,段锦,祝勇,等.基于纹理特征的图像复杂度研究[J].中国光学,2015,8(3):407-412.

[13] DONG Z Y,JIANG L X,WANG J Y,et al. Modified One-dimensional Otsu Algorithm Based on Image Complexity[J]. Computer Science,2015,42(6A):171-174.(in Chinese)
董忠言,蒋理兴,王俊亚,等.基于图像复杂度的一维 otsu 改进算法[J].计算机科学,2015,42(6A):171-174.

[14] ANDREW M,GHANG D. Fast algorithm for least-squares based image prediction[J]. IET Image Processing,2016,10(8):582-589.

(上接第 97 页)

[7] ROMANO Y,ELAD M. Improving K-SVD denoise by post-processing its method-noise[C]// Proceedings of International Conference on Image Processing. 2013:435-439.

[8] RAJA H,BAJWA W U. Cloud K-SVD:A Collaborative Dictionary Learning Algorithm for Big, Distributed Data[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2016,4(1):173-188.

[9] JIAO L J,WANG W J. A Speeded-up K-SVD Image Denoising Algorithm[J]. Mini-Micro Systems,2016,37(7):1608-1612.(in Chinese)
焦莉娟,王文剑.一种快速的 K-SVD 图像去噪方法[J].小型微型计算机系统,2016,37(7):1608-1612.

[10] TROPP J,GILBERT A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transaction on Information Theory,2007,53(12):4655-4666.

[11] MALLAT S,ZHANG Z. Matching pursuits with time frequency dictionaries[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,1993,41(12):3397-3415.

[12] NEEDELL D,VERSHYNIN R. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[J]. Foundations of Computational Mathematics,2009,9(3):317-334.

[13] DO T T,GAN L,NGUYEN N,et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing[C]// IEEE 42nd Asilomar Conference on Signals,Systems and Computers. 2008:581-587.

[14] NEEDELL D,TROPP J A. CoSaMP:Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis,2009,26(3):301-321.

[15] DONOHO D L,TSAIG Y,DRORI I,et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory,2012,58(2):1094-1121.

[16] KWON S,WANG J,SHIM B. Multipath matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory,2014,60(5):2986-3001.