

# 定性方向关系模型研究进展<sup>\*</sup>)

谢琦 刘大有 虞强源 陈娟

(吉林大学计算机科学与技术学院 吉林大学符号计算与知识工程教育部重点实验室 长春 130012)

**摘要** 空间关系形式化模型的发展是空间推理、地理信息系统(GIS)、机器人导航等领域的一个非常重要的研究内容,近年来受到相关领域研究者的极大重视。空间对象的方向关系模型的研究已经取得了一定的进展。本文介绍了近年来空间对象的方向关系形式化模型的主要研究内容、研究方法和研究进展,对已有的方向关系模型做了比较,并探讨了目前存在的问题和今后的发展方向。

**关键词** 方向关系,空间推理,空间对象

## Research Progress in Qualitative Direction Relations Models

XIE Qi LIU Da-You YU Qiang-Yuan CHEN Juan

(College of Computer Science and Technology, Key Laboratory of Symbolic Computing and Knowledge Engineering of Ministry of Education, Jilin University, Changchun 130012)

**Abstract** The development of formal models of spatial relations is an important topic in spatial reasoning, geographic information system(GIS) and robot navigation, and has gained much attention from researchers during the recent years. Progress has been made in the models of directional relations between spatial objects. The primary research contents, methods and advancements of formal models for directional relations between spatial objects are introduced, and comparison among various existing models of directional relation is made at the same time. Existent problems and future research directions are also discussed.

**Keywords** Directional relation, Spatial reasoning, Spatial objects

空间关系形式化模型的发展是空间推理、地理信息系统(GIS)、机器人导航等领域的一个非常重要的主题,越来越受到相关领域研究者的重视。空间关系对于在大型空间数据库中进行空间检索以及在空间推理中推断新信息都是非常重要的。空间对象间的方向关系是空间中最基本的关系之一,构成了空间推理的基本方面,有关方向关系的研究在空间推理中占有重要的地位。

空间对象的方向关系是指空间中一个对象(目标对象)相对于另一个对象(参考对象)的位置,反映空间对象间的序(ordering)关系。描述方向关系时,至少需要三个元素:除参考对象和目标对象外,还有它们所处的参考框架。参考框架包括:内部参考框架、直接(deictic)参考框架和外部参考框架。本文所介绍的方向关系模型中,除“双十字”模型采用内部参考框架外,其余模型均采用外部参考框架。方向关系模型包括方向关系的表示及推理,目前推理的主要形式是以复合表为基础的新关系的推导、方向关系的约束满足问题(CSP)等。

目前定性方向关系模型的研究可以分为两类:(1)确定性对象间的方向关系研究,其中根据所考虑的空间实体又可分为点对象间的方向关系模型和扩展对象(或称区域)间的方向关系模型的研究,主要体现在GIS、空间推理和机器人导航的相关研究中;(2)不确定对象(主要针对区域而言)的表示

及推理的研究,主要体现在空间数据库和计算机视觉的相关研究中。

本文的结构如下:第1部分介绍了确定性对象间的方向关系模型的研究及应用,包括点对象和区域的方向关系模型,并对这些模型进行比较;第2部分阐述了不确定对象间的方向关系模型,最后探讨了目前存在的问题和未来的发展方向。

### 1 确定性对象间的方向关系模型

近年来,对确定性对象间的方向关系模型研究取得了很大的进展,也为不确定性对象间的方向关系研究奠定了基础。目前确定性对象间的方向关系模型主要分以点为基元和以区域为基元的两大类模型,另外还有许多学者提出的改进方法。

#### 1.1 点对象

点对象模型即用抽象点来近似表示空间对象,以点为基元对方向关系建模,在小比例尺空间适用。代表性的点对象模型有“圆锥”模型、投影模型、“双十字”模型,以及对它们的改进及应用研究。

##### 1.1.1 “圆锥”模型

Frank<sup>[1~3]</sup>提出了“圆锥”方向关系模型,经过参考对象A的直线将参考对象周围的空间划分为相同形状的四个或多个互不相交的部分(图1为八方向划分),四方向划分用定性方向符号E, W, S, N分别表示所对应的地理空间中的东、西、南

<sup>\*</sup>)国家自然科学基金重大项目(60496321);非规范知识处理的基本理论和核心技术;国家自然科学基金项目(60373098, 60173006);国家863高技术研究发展计划项目(2003AA118020);吉林省科技发展计划重大项目(20020303);吉林省科技发展计划项目(20030523)。谢琦 博士研究生、讲师,主要研究方向为时空推理、不确定性推理、知识工程;刘大有 教授、博士生导师,主要研究领域为知识工程与专家系统、多Agent系统、不确定性推理、数据挖掘、算法与数据结构、空间推理与GIS应用。

和北四个方向;八方向划分在此基础上加入 NE,SE,SW,NW 表示对空间更细的划分,对应于地理空间中的东北,东南,西南,西北。两个方向间的边界被系统地指派其方向性,例如可以指定边界的方向为其顺时针邻域的方向,如在八方向划分中 W 和 SW 间边界的方向为 W。由目标对象 B 所处的方向来确定目标对象相对于参考对象的方向关系,如果目标对象与参考对象的位置相同,它们间的方向关系称为 same(同一关系),即  $n$  方向模型能够区分  $n+1$  种不同的方向关系,  $n = 4, 8, \dots$ 。常用的“圆锥”方向模型是八方向模型。Frank 给出了基本方向关系的复合表。

Hernandez<sup>[5]</sup>提出的方向关系模型对空间的划分与“圆锥”模型相同,表示人们感知的方向关系如前、后、左、右等。Clementini 等人<sup>[6]</sup>研究了将该模型中的方向关系与定性距离相结合表示空间对象的定性位置关系,推导出对象在同向和反向及正交情况下的定性距离复合表。Hernandez<sup>[7]</sup>探讨了在小比例尺空间用拓扑和方向的结合表示对象在空间中的布局,研究拓扑/方向对的概念邻域结构及包含拓扑和方向的约束满足问题。Hong 等人<sup>[8]</sup>提出定性方向关系与定性距离关系组合表示位置关系,讨论了任意方向上的距离关系的复合操作。

1.1.2 基于投影的模型

Frank<sup>[9]</sup>提出基于投影的方向关系模型,经过参考对象的水平和垂直的直线对平面进行划分,N,S,W,E 对应于四条射线上的四个方向,NE,SE,SW,NW 表示被两条直线划分出的四个象限的方向(图 2)。目标对象与参考对象的位置相同时的方向关系为 same。

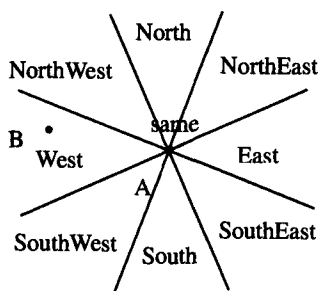


图 1 “圆锥”模型

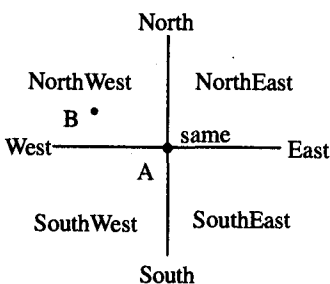


图 2 “基于投影”模型

lf	sf	rf
l	ldf	B r
lm	sm	rm
ibl	ib	A ibr
bl	sb	br

图 3 “双十字”模型

Goyal 等人<sup>[3,4,9]</sup>指出基于投影的模型与圆锥模型相比存在某些优点:投影模型产生的复合推理结果比圆锥模型的推理结果更精确<sup>[3]</sup>;由于投影模型对于方向划分的矩形特性,使得它比圆锥模型在空间数据库中更容易实现。但另一方面,圆锥模型易于对空间进行更细的方向划分<sup>[4]</sup>,如 16 或 32 划分。

Ligozat<sup>[9]</sup>基于时间点代数提出基于投影的方向演算,可以将它看成是二维时间点演算。用二元约束网(binary constraint network, BCN)表示一组给定对象间的方向约束集合,研究了方向 BCN 的一致性问题。指出判定 BCN 一致性的时间复杂性是 NP 完全的,但存在方向关系的最大可处理子类,可以在  $O(n^3)$  时间内判定其 BCN 的一致性问题。

1.1.3 “双十字”模型

“圆锥”模型和“基于投影”的模型所表示的方向关系与地理空间中的方向是一致的,Freska 和 Zimmermann<sup>[10,11]</sup>提出“双十字”方向关系模型,基于人类感知空间的方式,方向关系为“前”“后”“左”“右”等。“双十字”模型中,除参考对象和主对象外,引入了视点对象,表示相对方向关系。首先,从视点对象到参考对象的直线将平面分成三部分,然后垂直于该直线并分别经过视点和参考对象的两条直线再将平面细化,划分成 15 个部分,对应于 15 个方向关系,其中有 2 个点、7 条线、6 个区域(图 3)。该模型用三元关系表示相对方向关系。

Zimmermann 等<sup>[12]</sup>将该模型看成点对象相对于直线(向量)的方向关系模型,因此不必强调构成向量的两个点哪个是观察点,哪个是参考点。定义了复合操作,以及 INV, HM 和 SC 三个一元操作,通过这些一元操作可以计算出三个点(观察点、参考点和目标点)间所有可能的方向关系。Escrib 等人<sup>[13]</sup>将“双十字”模型中的方向关系与距离关系结合,讨论了在各个方向上的距离关系的复合操作。Isli<sup>[14]</sup>将 Frank 的基于投影方向关系模型和 Freksa 的“双十字”模型相结合,提出了 cCOA 演算,能同时处理地理空间中的方向和人们感知到的方向关系。该模型考虑了两种方向约束间的相互作用和相互转换,并提出了一个用于解决 cCOA-CSP 问题的约束传播算法 PcS4c+,能处理投影方向约束集的路径一致问题和“双十字”模型中的方向约束 S4 一致问题,同时考虑了二者之间的相互作用。

Pacheco 等人<sup>[15]</sup>将二维“双十字”模型扩展到三维空间,引入新的定性方向符号表达三维方向关系,将三维空间划分为 75 个部分,给出了 75 个方向的概念邻域图,定义了相应的方向关系一元操作 INV, HM 和 SC 及复合操作和复合表。同时为适应输入的粗糙(coarse)信息,以及满足响应时间的要求,定义了 3 种不同精度的模型:长度粗糙模型(length coarse model)、高度粗糙模型(height coarse model)和普遍粗糙模型(general coarse model)。通过这些模型不仅可以处理不同粒度的方向信息,还能将这些信息集成为精确的三维方向模型。

Latecki 等人<sup>[16]</sup>提出一个用定性角度及三角形来表示方向的方法,对于空间中的四个点构成的四个三角形,由其中两个三角性的定性方向,推导出其余两个三角性的定性方向的推理规则。

1.2 区域

基于区域的方向关系模型考虑到对象的形状及大小对方向关系的影响,基于区域的代表性模型有 2-D String 方法、最小外接矩形(Minimum Bounding Rectangles, MBR)、方向关

系矩阵等。其中,方向关系矩阵是表达能力最强、研究得最广泛的一个模型。

### 1.2.1 2-D String 方法

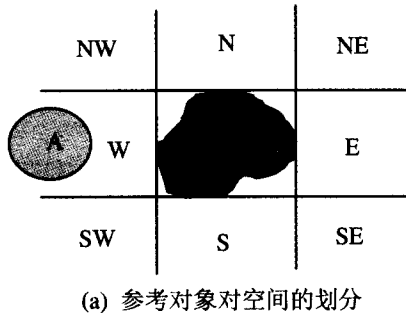
Chang 等人<sup>[17]</sup>基于区域在  $x$  轴和  $y$  轴上的符号投影提出 2-D String 方法表示方向关系。用一个符号集合表示所考虑的区域,区域在坐标轴上的投影关系用符号  $\{<, =, :\}$  表示,符号  $<, =$  或  $:$  将所有的区域在两坐标轴上的投影分别连接成两个字符串。Chang 等人<sup>[18]</sup>对 2-D String 方法进行扩展,在符号集中加入一些新的符号,称为 2D-G String 方法,可以表示区域间是否接触。Lee 等人<sup>[19]</sup>通过引入一些操作符对 2-D String 方法进行扩展,称为 2-D C-String 方法,可以表示 Allen 的区间代数中<sup>[20]</sup>的 13 种区间关系。

### 1.2.2 四半区域模型

Abdelmoty<sup>[21,22]</sup>提出了一个基于交集的方向关系表示方法,该方法是以表示拓扑关系的 4 交集模型为基础,参考区域的最小边界矩形的四个顶点发出的直线将区域外部的空间划分为四个半无限区域,根据两个对象的四个半无限区域间的交集表示两对象间的方向关系。

### 1.2.3 最小外接矩形(MBR)方法

Papadias<sup>[23,24]</sup>提出了最小边界矩形方向关系表示方法。



(a) 参考对象对空间的划分

$$dir_{RR}(A, B) = \begin{bmatrix} NW_A \cap B & N_A \cap B & NE_A \cap B \\ W_A \cap B & O_A \cap B & E_A \cap B \\ SW_A \cap B & S_A \cap B & SE_A \cap B \end{bmatrix}$$

(b) 方向关系矩阵

图 4 方向关系矩阵模型

Goyal 等人<sup>[27]</sup>将方向关系矩阵模型扩展到多维对象中,提出了能够同时表示点、线及区域的深方向关系矩阵模型。详尽地考虑了所有可能的情况:参考对象为水平线或垂直线或是一个点时,对空间划分的影响;目标对象为水平线或垂直线且与两个相邻的方向片边界重合,或目标对象是点且与四个方向片的交点重合的情况等。深方向关系矩阵中,矩阵元素不是从  $\{\emptyset, -\emptyset\}$  中取值,而是通过一个 9 位的邻域码计算矩阵元素值,9 个位值分别表示目标对象与方向片取交集的结果以及与方向片的四个边和四个顶点取交集的结果。该模型可以应用在空间数据库中,在进行查询时无需考虑对象是点、线还是区域。

Goyal 等人<sup>[28]</sup>基于方向关系矩阵模型提出一个计算模型,用于确定区域间的方向相似性,可以作为判断空间场景相似性的基础。首先给出单元方向关系矩阵间的距离和多元方向关系矩阵的距离的定义和计算方法,进而提出矩阵相似度的计算方法。该计算模型在空间数据库中可用于基于视图的检索。

Skiadopoulos 等人<sup>[29,31]</sup>给出方向关系矩阵模型的形式化定义,讨论了方向关系的复合操作。分三种情况研究基于一致性的复合操作:首先给出了原子方向关系的复合表,然后讨论了单片关系与基本方向关系的复合方法以及基本方向关系间的复合操作。在此基础上研究了传统的复合操作。然后将该形式化模型扩展到多维空间。Skiadopoulos 等人<sup>[30,32]</sup>对该

用区域的 MBR 近似表示区域的方法最初用于表示区域间的拓扑关系。按照参考区域的 MBR 对空间进行划分,将空间划分为 9 个部分。观察目标区域的 MBR 与这 9 个部分的相交情况,分析两者间的方向关系。在进行方向关系分析时,考虑区域的 MBR 在两个坐标轴上的投影关系。由于区域的 MBR 在坐标轴上的投影为区间,因此区域间的投影关系与 Allen 的 13 种区间关系是一致的。MBR 方法能够区分 169 种基本方向关系。该方法能够应用于空间数据库中,实现 R-Tree 检索。

### 1.2.4 方向关系矩阵

Goyal 等<sup>[25,26]</sup>提出方向关系矩阵模型,该模型按照参考对象的 MBR 将空间分成 9 个部分,称为方向片,用符号集  $\{N, S, E, W, NE, SE, SW, NW, O\}$  中的符号表示这 9 个方向片在地理空间的方向,  $O$  表示与参考对象的 MBR 相同的方向片。目标对象用确定的多边形表示,即表示方向关系时考虑到目标对象的形状对方向的影响。用一个  $3 \times 3$  矩阵表示目标对象相对于参考对象的方向,矩阵中的每个元素表示目标对象与相应的方向片取交集的结果,即矩阵元素在  $\{\emptyset, -\emptyset\}$  中取值(图 4)。方向关系矩阵模型能够区分 218 种基本方向关系。

模型进行扩展,区域由原来模型中的简单区域扩展到复杂区域,即研究不连通区域或有洞区域的方向关系,能够区分 512 种方向关系。提出方向关系约束满足问题的第一个检验算法,并验证了算法的正确性、分析了其复杂度,指出使用该算法检验基本主方位关系约束满足问题的时间复杂度是  $O(n^5)$ ,而对没有任何限制的主方位关系的相容性检验则是 NP 完全问题。

Cicerone 等人<sup>[33]</sup>给出空间中两个物体互为参照对象时方向关系矩阵的一致性检验问题(pairwise-consistency problem)检验算法。该模型可用于空间数据的查询和数据质量的评价。实验表明在  $218^2$  对可能的情况中,只有 2004 对方向关系矩阵是互为参照一致的。

### 1.2.5 Voronoi 图方法

闫浩文等人<sup>[34-37]</sup>研究了用 Voronoi 图描述空间方向关系。指出影响平面目标 Voronoi 图描述方向关系的两个因素:两目标群点凸壳的直径和目标的可视性,论证了 Voronoi 图是描述空间方向关系的良好工具。提出基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述模型框架及其详细实现方法,并提供了多个算例以印证模型的实用性和合理性。该模型可以与当前基于 Voronoi 图的空间拓扑关系研究成果融合。

### 1.3 比较

在已有的模型中,基于点对象的方向关系模型不考虑参考对象的形状和大小对方向关系的影响。“圆锥”模型和四半

区域模型属于经验模型,与形式化模型有差距。“双十字”模型中对空间进行划分的直线不必是与坐标轴平行的,只与对象的位置点有关,因此不适合表示地理空间中的方向关系,也不能描述点对象相对于曲线或区域的方向关系。2D-String方法可以应用于不同维的空间对象,但它不是直接表示方向关系,方向关系是通过字符串符号串中的 $<$ 和 $=$ 推导出来的,而且不支持方向关系的比较。MBR方法没有考虑到目标对象的形状对方向关系的影响,会产生错误或不完整的查询结果,推理结果缺乏空间认知的合理性。方向关系矩阵既考虑了参考对象的大小,又顾及目标对象的形状,计算方便,接近人们对方向关系的认知,是一种较好的模型。

在小比例尺空间适合用抽象点表示空间对象,建立对象间的方向关系模型;在大比例尺空间需要考虑对象的大小、形状对方向关系表示的影响,因此应建立区域间的方向关系模型。另外,区域间的方向关系模型也是研究不确定对象间的方向关系模型的基础。

## 2 不确定对象间方向关系模型

许多空间对象隐含着边界不确定性,例如山地和平原、城市和乡村、大海和大洋等等。在很多情况下,尽管不能确定区域的确切边界,人们还是可以理解其含义并进行推理。例如人们都知道珠江位于长江的南面,尽管二者都没有明确的边界。由此看来,区域的不确定边界不是必然影响其间的方向关系。由于空间区域的边界具有不确定性,必须利用带有不确定性的模型来描述空间实体及其方向关系。目前有关不确定区域的方向关系模型尚不多见,已有的研究主要分为两类:1)精确模型:对确定性空间对象的方向关系模型进行扩展,使之能处理具有不确定边界的空间对象;2)模糊模型:基于模糊集或粗糙集理论,主要建模空间对象模糊性及方向关系的模糊性。

Cicerone等<sup>[38]</sup>扩展了Goyal和Egenhofer的精确对象的方向关系矩阵模型来表示具有宽边界对象间的方向关系。基于点集拓扑理论,将对象的不确定边界定义为由内边界和外边界构成的宽带,即宽边界。根据对象的内、外边界的最小边界矩形将空间进行双重划分,划分为25个部分,用 $5 \times 5$ 矩阵表示。矩阵元素的取值范围即目标对象与各方向片的交集的结果,由原来的 $\{0,1\}$ 扩展为四值 $\{\emptyset, \Delta, \circ, \nabla\}$ ,分别表示目标对象与方向片的交集为空;目标对象的宽边界与方向片的交集非空,但目标对象的内部与方向片的交集为空;目标对象的内部与方向片的交集非空,但目标对象的宽边界与方向片的交集为空;目标对象的内部和宽边界与方向片的交集都非空这四种情况。这个扩展的模型得到的方向关系集合是非常庞大的,共有 $4^{25}$ 种情况,其中包含一些不可能的方向关系;提出了判定相容矩阵的充分必要条件。该模型不能将分明区域作为不确定区域的特例来做统一的处理,方向关系的表达不够直观,不能反映出方向关系间的隶属程度。

杜世宏等<sup>[39]</sup>采用模糊集的方法描述方向关系,指出方向关系的模糊性受两方面的约束和影响:一是空间对象的模糊性;二是认知中方向概念的模糊性。根据模糊和精确对象,将方向关系分为4种类型:模糊对象与模糊对象方向关系(Direction Relations between two Fuzzy objects, DRFF)、模糊对象与精确对象间的方向关系(Direction Relations between Fuzzy objects and Crisp objects, DRFC)、精确对象和模糊对象间的方向关系(Direction Relations between Crisp objects

and Fuzzy objects, DRCF)以及精确对象与精确对象间方向关系(Direction Relations between two Crisp objects, DRCC)。并且认为DRCC, DRCF和DRFC都是DRFF的一个特例。对于DRCF, DRFC和DRFF,给每个方向片定义一个模糊隶属函数,使得目标对象属于某个方向的模糊性可用一个模糊集来描述,9个方向关系可用9个模糊集来描述。在每个模糊集上定义一个聚集算子,用一个 $3 \times 3$ 的模糊矩阵描述对象间的方向关系。模糊模型的困难主要在于不确定边界的隶属度函数难以确定且计算量大。

杜世宏等<sup>[40]</sup>基于粗糙集理论和方法,将空间对象以上、下近似集表示为粗实体,提出了方向关系粗糙表示方法、变精度粗糙表达方法以及方向关系的粗糙推理方法,把模糊对象和精确对象之间的方向关系统一到一个框架中表示。经过计算,得到四个模糊矩阵,根据模糊矩阵中元素的取值来实现模糊对象间方向关系的粗糙表达。

Papadias等<sup>[41]</sup>基于“圆锥”的方向模型,采用梯形隶属函数,方向的模糊值用四元组 $(a, b, c, d)$ 来表示,再以两点间的角度为变量,且相邻方向的重叠区域为 $45^\circ$ ,建立了空间方向关系模糊表达方法。该方法考虑的是分明区域间方向关系的模糊性和对方向关系认知上的模糊性,并不是处理对象的不确定边界,也不能在不确定对象和精确对象框架内表达方向关系。

## 3 存在的问题和发展方向

在确定性对象的方向关系表示和推理方面,除“双十字”模型外,其它方法都是针对二维空间的,应该考虑向多维空间发展。另外,在实际应用中,单独的方向关系有时不足以推导出人们希望的结果,而方向与距离的结合或与拓扑的结合有助于提高表达能力及推理结果的准确性。因此,应更多地考虑方向与其它关系结合时的相互作用关系,研究表达能力更强的结合多空间关系的模型。

目前,大多数不确定性区域的方向关系模型都基于内、外边界来描述,此假设过于简单,不能刻画所有边界模型的情形。实际区域的内、外边界的确定也很困难,而且此假设不符合人们对模糊的直观理解,今后应考虑高阶模糊的情形。模糊模型的困难主要在于不确定边界的隶属度函数难以确定,所以应该设计更好的关系系统,以更自然的方式来表达和处理区域间的空间关系。另外,还应考虑多实体间复杂空间关系的表达和推理方法。

在空间推理领域中的方向关系推理方法的研究将主要侧重于3个方面:(1)理论模型的完善,要求对空间实体间关系的刻画更准确、更全面;(2)增强模型的实用性,与GIS充分结合,较好地解决实际问题;(3)充分结合人类的认知模式,使模型的描述方式更符合人们对常识的表达和认知方式,尽量缩小认知和模型描述之间的差异。

## 参考文献

- 1 Frank A U. Qualitative spatial reasoning about cardinal directions. In: Mark D, White D, eds. Proceedings of Austrian Conference on Artificial Intelligence. 1991. 157~167
- 2 Frank A U. Qualitative spatial reasoning about distance and directions in geographic space. Journal of Visual Languages and Computing, 1992, 3(2):343~373
- 3 Frank A U. Qualitative spatial reasoning: Cardinal directions as

- an example. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1996, 10 (3); 269~290
- 4 Goyal R. Similarity Assessment for Cardinal Directions Between Extended Spatial Objects; [Ph D Thesis]. Department of Spatial Information Science and Engineering, University of Maine, Orono, ME, [http://www.spatial.edu/publications/phd\\_thesis/Goyal2000.pdf](http://www.spatial.edu/publications/phd_thesis/Goyal2000.pdf)
  - 5 Hernandez D. Relative representation of spatial knowledge: The 2-D case. In: Mark and Frank. eds. *Cognitive and Linguistic Aspects of Geographic Space*, 1991. 373~385
  - 6 Clementini E, Felice P D, Hernandez D. Qualitative representation of positional information. *Artificial Intelligence*, 1997, 95 (2):317~356
  - 7 Hernandez D. Qualitative Representation of Spatial Knowledge. vol 804 of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*. Springer-Verlag, Berlin, 1994
  - 8 Hong J, Egenhofer M, Frank A. On the Robustness of Qualitative Distance and Directions Reasoning. In: Peuquet D eds. *Proceedings of Auto-Carto 12*, Charlotte, North Carolina, 1995. 301~310
  - 9 Ligozat G. Reasoning about cardinal directions. *Journal of Visual Languages and Computing*, 1998, 9: 23~44
  - 10 Freksa C. Using orientation information for qualitative spatial reasoning. In: Frank A U, Campari I, Formentini U. eds. *Proceedings of International Conference on Theories and Methods of Spatial-Temporal Reasoning in Geographic Space*. Springer-Verlag, Berlin, 1992. 162~178
  - 11 Zimmermann K. Enhancing qualitative spatial reasoning-combining orientation and distance. In: *Proceedings of International Conference on Spatial Information Theory. A Theoretical Basis for GIS*, ELBA, Italy. 1993. 69~76
  - 12 Zimmermann K, Freksa C. Qualitative spatial reasoning using orientation, distance, and path knowledge. *Applied Intelligence*, 1996, 6(1):49~58
  - 13 Escrig M T, Toledo F. Qualitative Spatial Reasoning: theory and practice. Application to Robot Navigation. Hamburg; IOS Press, *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, 1998
  - 14 Isli A, Haarslev V, Moller R. Combining Cardinal Direction Relations and Relative Relations in QSR. In: 8<sup>th</sup> International Symposium on Artificial Intelligence and Mathematics, 2004
  - 15 Pacheco J, Escrig M T, Toledo F. Integrating 3D Orientation Models. In: 5<sup>th</sup> Catalanian Conference on Artificial Intelligence, *Lecture Notes in Artificial Intelligence 2504*, 2002. 88~100
  - 16 Latecki L, Rohrig R. Orientation and Qualitative Angle for Spatial Reasoning. In: *Proceedings of the 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-93)*, Morgan Kaufmann. France, 1993. 1544~1549
  - 17 Chang S K, Shi Q S, Yan C W. Iconic Indexing by 2-D Strings. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, 9(6): 413~428
  - 18 Chang S K, Jungert E. *Symbolic Projection for Image Information Retrieval and Spatial Reasoning*. London: Academic Press, 1996
  - 19 Lee S Y, Hsu F J. 2D C-String: A New Spatial Knowledge Representation for Image Database Systems. *Pattern Recognition*, 1990, 23(10): 1077~1087
  - 20 Allen J F. Maintaining Knowledge about Temporal Intervals. *Communications of the ACM*, 1983,26(11):832~843
  - 21 Abdelmoty A I, El-Geresy B A. An intersection-based formalism for representing orientation relations in a geographic database. *Proceedings of 2<sup>nd</sup> ACM Conference on Advances in GIS Theory*, 1994
  - 22 Abdelmoty A I, Williams H. Approaches to the representation of qualitative spatial relationships for geographic databases. *Proceedings of the Advanced Geographic Data Modeling, International GIS Workshop*, 1994
  - 23 Papadias D, Sellis T. Qualitative Representation of Spatial Knowledge in Two Dimensional Space. *Vldb Journal*, 1994, 3 (4): 479~516
  - 24 Papadias D, Egenhofer M J, Sharma J. Hierarchical reasoning about direction relations. In: 4<sup>th</sup> International Symposium on Advances in Geographic Information Systems (ACM GIS'96), ACM Press. 1996. 105~112
  - 25 Goyal R, Egenhofer M J. The Direction-Relation Matrix: A Representation for Directions Relations between Extended Spatial Objects. *The Annual Assembly and the Summer Retreat of University Consortium for Geographic Information Systems Science*, 1997
  - 26 Goyal R, Egenhofer M J. Cardinal Directions between Extended Spatial Objects. *IEEE Transactions on Data Knowledge and Data Engineering*, 2000. <http://www.spatial.maine.edu/~max/RJ36.html>
  - 27 Goyal R, Egenhofer M J. Consistent queries over cardinal directions across different levels of detail. *Proceedings of the 11th International Workshop on Database and Expert Systems Applications*, 2000
  - 28 Goyal R, Egenhofer M J. Similarity of Cardinal directions. In: *Proceedings of the 7th International Symposium on Advances in Spatial and Temporal Databases*. 2001. 36~58
  - 29 Skiadopoulos S, Koubarakis M. Composing cardinal directions relations. In: *Proceedings of the 7th International Symposium on Spatial and Temporal Databases (SSTD'01)*. Springer-Verlag, Berlin. 2001. 299~317
  - 30 Skiadopoulos S, Koubarakis M. Consistency Checking for Qualitative Spatial Reasoning with Cardinal Direction. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP'02)*, in: *Lecture Notes in Computer Science*, Vol 2470, Springer-Verlag, Berlin, 2002. 341~355
  - 31 Skiadopoulos S, Koubarakis M. Composing cardinal direction relations. *Artificial Intelligence*, 2004,152 (2): 143~171
  - 32 Skiadopoulos S, Koubarakis M. On the consistency of cardinal direction constraints, *Artificial Intelligence*, 2005, 163(1): 91~135
  - 33 Cicerone S, Felice P D. Cardinal Directions between Spatial Objects; the Pairwise- Consistency Problem. *Informatics and Sciences*, 2004, 164(1-4):165~188
  - 34 闫浩文,郭仁忠. 用 Voronoi 图描述空间方向关系的理论依据. *武汉大学学报(信息科学版)*,2002,27(3):306~310
  - 35 闫浩文,郭仁忠. 基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述研究(一). *测绘科学*, 2002, 27(1): 24~27
  - 36 闫浩文,郭仁忠. 基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述研究(二). *测绘科学*, 2002, 27(3): 4~7
  - 37 闫浩文,郭仁忠. 基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2003,28(4):468~471
  - 38 Cicerone S, Felice P D. Cardinal relations between regions with a broad boundary. In: 8<sup>th</sup> ACM Symposium on Advances in Geographic Information Systems (GIS'00), ACM Press, 2000. 15~20
  - 39 杜世宏,王桥,杨一鹏,等. 空间方向关系模糊描述. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2005, 8: 1744~1751
  - 40 杜世宏,王桥,魏斌,等. 空间方向关系粗糙推理. *测绘学报*, 2003, 32(4):334~338
  - 41 Papadias D, Karacapilidis N, Arkoumanis D. Processing fuzzy spatial queries: a configuration similarity approach. *International Journal of Geographical Information Science*, 1999,13 (2): 93~118