

# 正态模糊集合

## ——Fuzzy 集理论的新拓展

吕泽华 陈传波 秦培煜

(华中科技大学计算机科学与技术学院 武汉 430074)

**摘要** 直觉模糊集(intuitionistic fuzzy sets)、区间值模糊集(interval-valued fuzzy sets)以及 Vague 集对普通 fuzzy 集的扩展是给出了隶属度的上下限,把隶属度从 $[0,1]$ 区间中的一个单值推广到了 $[0,1]$ 的子区间。但是该子区间犹如一个黑洞,隶属度在其内部的分布情况我们无从知晓,即这个子区间中的每一个值是等可能地作为元素的隶属度还是区间中的某些值较另外的值有更大的可能性呢?为了清晰的刻画出元素的隶属度在 $[0,1]$ 区间中的分布情况,本文通过对投票模型的分析及正态分布理论,提出了一种新的模糊集合——正态模糊集合,同时对正态模糊集合的交、并、补等基本运算性质进行了讨论,文章最后对正态模糊集与 fuzzy 集、直觉模糊集的相互关系也作出了详细阐述。正态模糊集合是模糊集合理论的进一步推广,为我们处理模糊信息提供了一种全新的思想方法。

**关键词** Fuzzy 集,直觉模糊集合,正态分布,正态模糊集

### Normal Distribution Fuzzy Sets

#### ——A New Extension of Fuzzy Sets

LU Ze-Hua CHEN Chuan-Bo QIU Pei-Yu

(College of Computer Science and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract** Comparing with the theory of fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets, interval-valued fuzzy sets and vague sets extend the membership degree from a single value in  $[0,1]$  to a subinterval in  $[0,1]$ , but a more detailed information is that whether all the values in the subinterval have the same probability or some values have bigger probability than the others as a membership degree, we can not obtain. In this paper, according to the investigation of vote model we present a method for expressing intuitionistic fuzzy sets by a series of normal distribution functions, then the theory of normal distribution fuzzy sets is established. This theory can well solve the problem exist in the existing generalized fuzzy theories. The notion of inclusion, union, intersection, and complement are extended to such set, and various properties of normal distribution fuzzy sets are discussed. Normal distribution fuzzy sets are the extension of intuitionistic fuzzy sets, the relationships among fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets and normal distribution fuzzy sets are specified.

**Keywords** Fuzzy sets, Intuitionistic fuzzy sets, Normal distribution function, Transform

## 1 引言

模糊集理论由 Zadeh 教授于 1965 年所创立,他发表的论文“模糊集合论”<sup>[1]</sup>标志着模糊数学的诞生。模糊集合是对经典集合的扩充,随着模糊知识处理技术的发展,有许多新的拓展模糊集被提出,这些理论中有的对 Fuzzy 集理论的推广,有的则是从另外一种角度来处理不确定性和不精确性。如:Atanassov 提出了直觉模糊集(intuitionistic fuzzy sets)<sup>[2~5]</sup>,Goguen 定义了 L-模糊集(L-fuzzy sets)<sup>[6]</sup>,Atanassov 将 L-模糊集扩展成 L-直觉模糊集合(L-intuitionistic fuzzy sets)<sup>[7]</sup>,Dubois 等<sup>[8]</sup>和 Gorzalczany<sup>[9]</sup>提出了区间值模糊集合(interval-valued fuzzy sets),Gau 和 Buehrer 提出了 Vague 集理论<sup>[10]</sup>。这些推广了的模糊集合在本质上有许多相通之处,Bustince 和 Burillo<sup>[11]</sup>已经证明 Vague 集与直觉模糊集理论的基本思想是相同的,Vague 集中的真隶属函数  $t_v$  和假隶属函数  $f_v$ 。实际上就是直觉模糊集合中的隶属函数  $\mu(x)$  和非隶属函数  $\gamma(x)$ ,Vague 集的性质和定义在 Vague 集上的运算与直觉模糊集相同,因此 Vague 集就是直觉模糊

集;许多学者<sup>[12~14]</sup>也对这些扩展模糊集合之间的相互关系做出了讨论,给出了这些集合的内在联系和相互转化方法。近年来还有学者提出了“统一集”的概念<sup>[15]</sup>,设想用一种统一的集合论方法对客体进行描述,为开辟新的集合论、逻辑推理提供了良好的理论基础。

## 2 正态模糊集合

与精确集合相比,fuzzy 集合没有明确的边界,它把隶属度从 $(0,1)$ 推广到了 $[0,1]$ 。但在 fuzzy 集中,我们却能够精确地把握对象对集合的隶属程度,例如:Fuzzy 集 $=0.2/1+0.4/3$ ,我们就能清楚地知道 1 隶属于 A 的程度为 0.2,3 隶属于 A 的程度为 0.4。直觉模糊集、区间值模糊集和 Vague 集等拓展模糊集是对 fuzzy 集的推广,它们把隶属度从 $[0,1]$ 间的单值再次推广到了 $[0,1]$ 中的子区间。在这些拓展的模糊理论中,直觉模糊集是目前研究的热点,也最具有代表性。直觉模糊集的特征是不但对象可以不完全隶属于某个集合,而且隶属度也是模糊的,我们仅仅知道隶属度在区间 $[0,1]$ 的某个子区间内。例如:直觉模糊集合  $B=\{(1, 0.2, 0.6), (3,$

0.2, 0.2)}, 我们知道 1 隶属于 B 的程度在 0.2 与 0.4 之间, 3 隶属于 B 的程度在 0.2 到 0.8 之间。

对于直觉模糊集合, 我们很自然要考虑的一个问题是: 这个子区间中的值作为元素的隶属度之可能还是某些值较另外的值有更大的可能性呢? 以  $B = \{(1, 0.2, 0.6), (3, 0.2, 0.2)\}$  为例, 我们可以知道元素 3 隶属于 B 的程度是在 0.2 到 0.8 之间的, 用投票模型来解释, 就相当于在一次投票中, 2 个人投了赞成票, 6 个人投了中立票, 2 个人投了反对票, 很直观的结论是 3 隶属于 B 的最大的可能值是 0.5,  $[0.2, 0.8]$  中的其它值随着与 0.5 距离的变大, 取其为隶属度的可能性变小, 而 0.2 和 0.8 是隶属度的上下界, 因此可以用图 1 来表示  $[0.2, 0.8]$  间值作为隶属度可能性的分布情况。

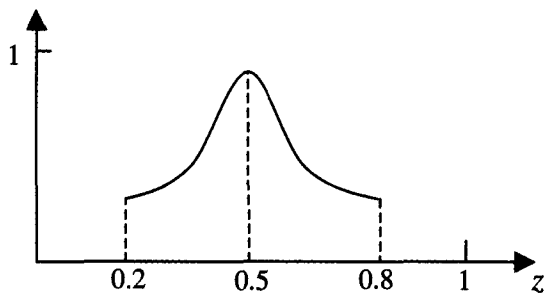


图 1  $[0.2, 0.8]$  作为隶属度可能性的分布情况

不妨设区间  $[0.2, 0.8]$  间的值作为元素 3 的隶属度的可能性符合正态分布, 由此可以考虑建立一种新的模糊集合——正态模糊集, 此类集是论域  $X$  到正态函数集上的一个映射, 记为  $A_N$ 。

**定义 1** 设  $X$  是一个给定论域,  $X$  上的每一个元素记为  $x_i$ ,  $A_N$  是  $X$  上的一个正态模糊集合,  $A_N$  由一系列正态分布函数决定, 当  $X$  是离散时,  $A_N$  记为:

$$A_N = \sum_{i=1}^n \varphi_i(z) / x_i \quad x_i \in X$$

当  $X$  是连续时,  $A_N$  记为:

$$A_N = \int \varphi_i(z) / x_i \quad x_i \in X$$

对于任意的  $i$ , 满足如下条件:

$$\mu_i = E(\varphi_i(z)) \in [0, 1], \sigma_i = D(\varphi_i(z)) \geq \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

$E(\varphi_i(z))$  和  $D(\varphi_i(z))$  分别表示正态分布函数  $\varphi_i(z)$  的期望和方差。若  $E(\varphi_i(z))$  越大, 则表明元素隶属于该集合的程度越大,  $D(\varphi_i(z))$  越大则表明该隶属程度越模糊。如图 2, 图中所示的是同一个元素  $x_i$  在两个正态模糊集  $A_N$  和  $B_N$  中所对应的正态分布函数的图像, 该图显示  $E(\varphi_i^{A_N}(z)) < E(\varphi_i^{B_N}(z))$ ,  $D(\varphi_i^{A_N}(z)) > D(\varphi_i^{B_N}(z))$

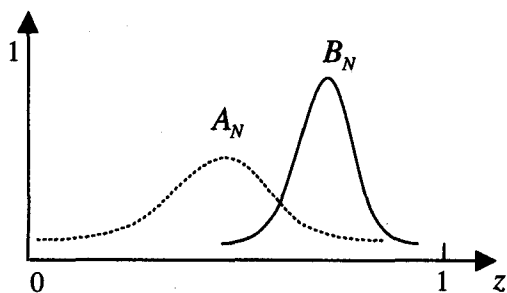


图 2 同一元素  $x_i$  在正态模糊集  $A_N$  和  $B_N$  中对应的正态分布函数

本文中论域  $X$  为离散的情形为例来进行讨论, 一个离散域上的正态模糊集合可以用图 3 来表示。因为正态分布函数由其期望  $\mu_i$  和方差  $\sigma_i$  两个参数所决定, 因此我们可以把论域  $X$  上的一个正态模糊集合记为如下形式:

$$A_N = \{(x_i, \mu_i, \sigma_i) | x_i \in X\}$$

对所有的  $i$ , 若满足  $\mu_i = E(\varphi_i(z)) = 0$  且  $\sigma_i = +\infty$ , 则该正态模糊集记为  $\phi_N$ ; 若  $\mu_i = E(\varphi_i(z)) = 1$  且  $\sigma_i = D(\varphi_i(z)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ , 则该正态模糊集记为  $X_N$ 。

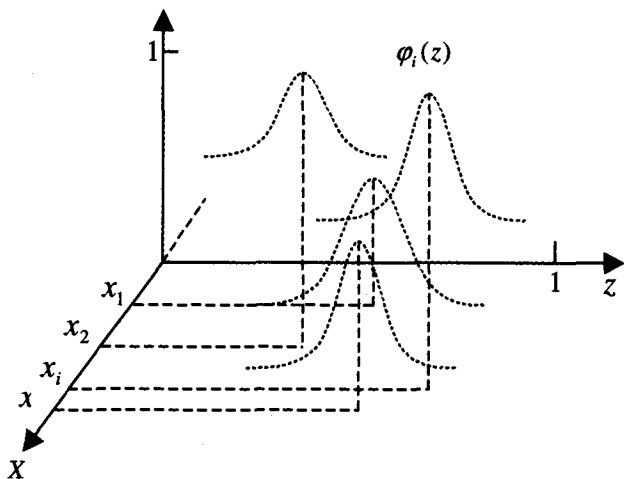


图 3 一个离散域上的正态模糊集合

**定义 2** 设  $A_N$  是论域  $X$  上的正态模糊集合, 则  $A_N$  的补  $\overline{A_N}$  定义为

$$\overline{A_N} = \sum_{i=1}^n \varphi'_i(z) / x_i$$

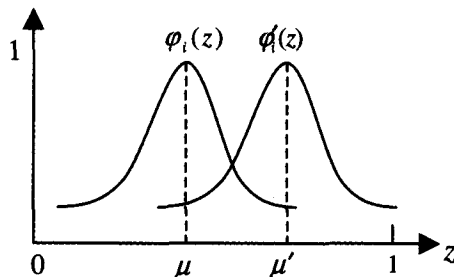


图 4

这里:

$$\mu'_i = E(\varphi'_i(z)) = 1 - E(\varphi_i(z)),$$

$$\sigma'_i = D(\varphi'_i(z)) = D(\varphi_i(z))$$

如图 4 所示,  $\overline{A_N}$  也可以记为  $\overline{A_N} = \{(x_i, 1 - \mu_i, \sigma_i) | x_i \in X\}$

**定义 3** 设  $A_N$  和  $B_N$  是论域  $X$  上的两个正态模糊集合,

$$A_N = \{(x_i, \mu_i^A, \sigma_i^A) | x_i \in X\}$$

$$B_N = \{(x_i, \mu_i^B, \sigma_i^B) | x_i \in X\},$$

若  $A_N \subseteq B_N$  当且仅当对任意的  $i$ :

$$\mu_i^A \leq \mu_i^B \quad \sigma_i^A \geq \sigma_i^B$$

显然, 对于论域  $X$  上任意的正态模糊集合  $A_N$ , 式子  $\phi_N \subseteq A_N \subseteq X_N$  恒成立。

**定义 4** 设  $A_N$  和  $B_N$  是论域  $X$  上的两个正态模糊集合,  $A_N = \{(x_i, \mu_i^A, \sigma_i^A) | x_i \in X\}$ ,  $B_N = \{(x_i, \mu_i^B, \sigma_i^B) | x_i \in X\}$   $A_N$  和  $B_N$  的并仍然为一个正态模糊集, 记为  $C_N = A_N \cup B_N$ , 则:

$$\mu_i^C = \max(\mu_i^A, \mu_i^B), \sigma_i^C = \min(\sigma_i^A, \sigma_i^B)$$

**定义 5** 设  $A_N$  和  $B_N$  是论域  $X$  上的两个正态模糊集合,  $A_N = \{(x_i, \mu_i^A, \sigma_i^A) \mid x_i \in X\}$ ,  $B_N = \{(x_i, \mu_i^B, \sigma_i^B) \mid x_i \in X\}$ ,  $A_N$  和  $B_N$  的交仍为一个正态模糊集, 记为  $C_N = A_N \cap B_N$ , 则:

$$\mu_i^C = \min(\mu_i^A, \mu_i^B), \sigma_i^C = \max(\sigma_i^A, \sigma_i^B)$$

### 3 正态模糊集合交并补的若干性质

上一节中给出了正态模糊集合上的交, 并, 补的定义, 本节中将给出正态模糊集合交并补运算的一些重要性质。

**性质 1 交换性**

$$A_N \cup B_N = B_N \cup A_N \quad A_N \cap B_N = B_N \cap A_N$$

**性质 2 结合性**

$$A_N \cup (B_N \cup C_N) = (A_N \cup B_N) \cup C_N,$$

$$A_N \cap (B_N \cap C_N) = (A_N \cap B_N) \cap C_N$$

**性质 3 对合性**

$$\bar{A} = A$$

**证明:** 设  $A = \{(x_i, \mu_i^A, \sigma_i^A) \mid x_i \in X\}$ , 根据定义 2, 则  $\bar{A} = \{(x_i, 1 - \mu_i^A, \sigma_i^A) \mid x_i \in X\}$ , 则

$$\bar{\bar{A}} = \{(x_i, 1 - (1 - \mu_i^A), \sigma_i^A) \mid x_i \in X\}$$

$$= \{(x_i, \mu_i^A, \sigma_i^A) \mid x_i \in X\}$$

$$= A$$

□

**性质 4 幂等性**

$$A \cup A = A, \quad A \cap A = A$$

**性质 5 分配性**

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

**性质 6 吸收性**

$$A \cup (A \cap B) = A, \quad A \cap (A \cup B) = A$$

**证明:**  $\mu_i^{A \cap B} = \min(\mu_i^A, \mu_i^B)$ ,

$$\mu_i^{A \cup (A \cap B)} = \max(\mu_i^A, \min(\mu_i^A, \mu_i^B)) = \mu_i^A$$

$$\sigma_i^{A \cap B} = \max(\sigma_i^A, \sigma_i^B),$$

$$\sigma_i^{A \cup (A \cap B)} = \min(\sigma_i^A, \max(\sigma_i^A, \sigma_i^B)) = \sigma_i^A, \text{ 则 } A \cup (A \cap B) = A$$

$A$ ;

$A \cap (A \cup B) = A$  可以用相同的方法证明。 □

**性质 7 DeMorgan 律**

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

**证明:**  $\mu_i^{A \cup B} = \max(\mu_i^A, \mu_i^B)$ ,  $\mu_i^{\overline{A \cup B}} = 1 - \max(\mu_i^A, \mu_i^B)$

$$\mu_i^{\bar{A}} = 1 - \mu_i^A, \mu_i^{\bar{B}} = 1 - \mu_i^B$$

$$\mu_i^{A \cap B} = \min(\mu_i^A, \mu_i^B) = \min(1 - \mu_i^{\bar{A}}, 1 - \mu_i^{\bar{B}}) = 1 - \max(\mu_i^{\bar{A}}, \mu_i^{\bar{B}})$$

$\mu_i^{\bar{A} \cup \bar{B}}$

$$\text{则 } \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}.$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \text{ 可以同样证明。} \quad \square$$

注: 性质 1, 2, 4, 5 可以由 max 和 min 算子对应的性质直接得出, 证明略。

### 4 Fuzzy 集, 直觉模糊集和正态模糊集合之间的相互关系

正态模糊集合是对 fuzzy 集和直觉模糊集合的扩展, 在这一节中, 我们主要讨论 fuzzy 集, 直觉模糊集和正态模糊集合之间的相互关系及相互转化方法。

**定理 1** 直觉模糊集合是正态模糊集的截集。

首先给出正态模糊集的截集的定义, 设  $A_N$  是论域  $X$  上

的一个正态模糊集合,  $A_N = \sum_{i=1}^n \varphi_i(z) / x_i, \alpha \in [0, 1]$ , 则  $A_N$  的  $\alpha$ -截集定义如下:

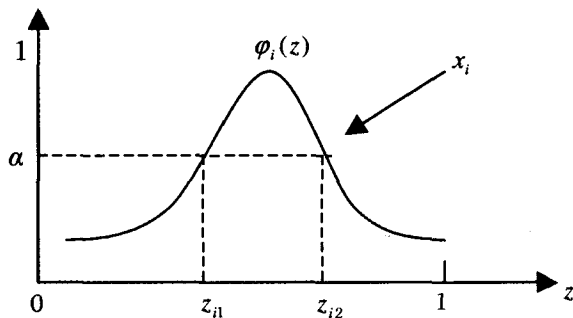


图 5

设  $\varphi_i(z_{i1}) = \varphi_i(z_{i2}) = \alpha, z_{i1} \leq z_{i2}$ , 则  $A_N$  的  $\alpha$ -截集记为

$$A_N^\alpha = \{(x_i, z_{i1}, 1 - z_{i2}) \mid x_i \in X\}$$

如图 5 所示。若  $z_{i1} \leq 0$ , 则区间  $[z_{i1}, z_{i2}]$  用  $[0, z_{i2}]$  代替; 若  $z_{i2} \geq 1$ , 则区间  $[z_{i1}, z_{i2}]$  用  $[z_{i1}, 1]$  代替。

在作正态模糊集合的截集时, 可以对所有的元素取相同的水平  $\alpha$ , 也可以对不同的元素  $x_i$  取不同的水平  $\alpha_i$ 。因此一个由正态模糊集合截取到的直觉模糊集合由  $\mu_i, \sigma_i, \alpha_i$  这三个参数共同决定, 一个直觉模糊集可以记为:

$$A = A_N^\Omega = \{(x_i, \mu_i, \sigma_i, \alpha_i) \mid x_i \in X\} \quad \Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}.$$

若对所有的  $\alpha_i$  均满足  $z_{i1} = z_{i2}$ , 则区间  $[z_{i1}, z_{i2}]$  就退化成为了一个点  $\mu_i$ , 这里有  $\alpha_i = \varphi(\mu_i)$ , 则该正态模糊集合的  $\alpha$ -截集就退化成为了 Fuzzy 集。

若元素  $x_i$  满足  $\varphi_i(\mu_i) = 1$ , 则此时有  $\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \varphi_i(z) =$

$\exp(-\pi(z - \mu_i)^2)$  我们就称元素  $x_i$  是正规元素。若  $A_N$  中的每一个元素均为正规元素, 就称该正态模糊集合为正规正态模糊集。显然正规正态模糊集合的 1-截集是 fuzzy 集, 记为:

$$A_N^1 = \{(x_i, \mu_i, 1/\sqrt{2\pi}, 1) \mid x_i \in X\}$$

为了与当  $\alpha < 1$  所截得的 fuzzy 集合相区别, 称此类 fuzzy 集为正规 fuzzy 集。

若  $\alpha_i = \varphi_i(\mu_i) < 1$ , 我们称元素  $x_i$  为非正规元素, 若正态模糊集合  $A_N$  中有一个非正规元素, 则称该集合为非正规正态模糊集。若取,  $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}, \alpha_i = \varphi_i(\mu_i)$  则

$$A_N^\Omega = \{(x_i, \mu_i, \varphi_i(\mu_i)) \mid x_i \in X\}$$

$A_N^1$  为正规 fuzzy 集,  $A_N^\Omega$  为非正规 fuzzy 集。图 6 中 (a) 和 (b) 分别是正规元素  $x_i$  和非正规元素  $x_j$  的图示。

对于任意的 fuzzy 集和直觉模糊集, 也可以转化为正态模糊集合。

(1) 设  $A$  是论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的一个 fuzzy 集,  $A = \{(\mu_i, x_i) \mid x_i \in X\}$ , 则  $A$  所对应的正态模糊集合  $A_N$  为:

$$A_N = \sum_{i=1}^n \varphi_i(z) / x_i \quad x_i \in X$$

其中正态函数  $\varphi_i(z)$  满足:  $E(\varphi_i(z)) = \mu_i, D(\varphi_i(z)) = 1/\sqrt{2\pi}$ 。即由经典 fuzzy 集转化所得到的正态模糊集合均为正规正态模糊集合。

(2) 设  $A$  是论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的直觉模糊集合,  $A = \{(x, \mu_A(x), \gamma_A(x)) \mid x \in X\}$  则  $A$  所对应的正态模糊集合为

$$A_N = \sum_{i=1}^n \varphi_i(z) / x_i \quad x_i \in X$$

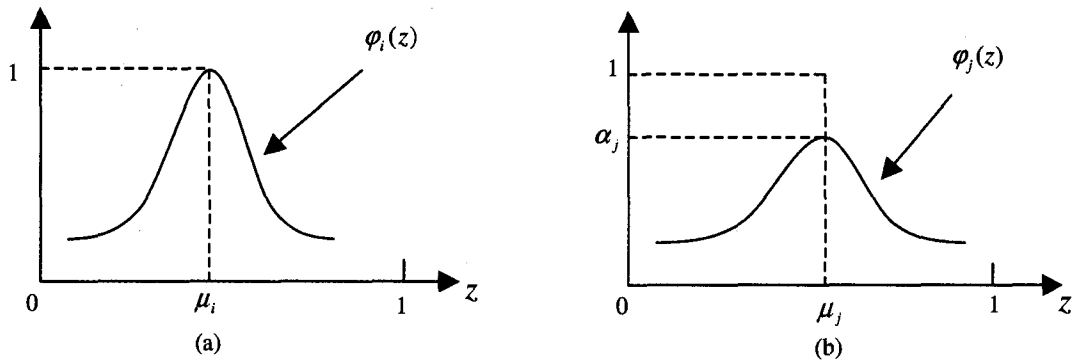


图6 正规元素(a)和非正规元素(b)的图示

其中正态函数  $\varphi_i(z)$  满足:

$$\mu_i = E(\varphi_i(z)) = (t_A(x_i) + 1 - \gamma_A(x_i)) / 2$$

$$\sigma_i = D(\varphi_i(z)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(1 - \|I_A(x_i)\| / 2)}$$

$$\|I_A(x_i)\| = 1 - \gamma_A(x_i) - t_A(x_i).$$

若  $\|I_A(x_i)\|$  越大, 则  $\sigma_i$  也越大, 图像越趋于平坦。

下面我们给出一个具体的数字实例来说明正态模糊集合、区间值模糊集合和 Fuzzy 集之间的相互关系及转化方法。

例 设  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 模糊集  $A_N$  表示集合“较大的数”,  $A_N$  记为:  $A_N = \{(1, 0.2, 2), (2, 0.5, 1), (3, 0.7, 0.8), (4, 0.8, 0.5), (5, 0.9, 1/\sqrt{2\pi})\}$ ,  $A_N$  如图 7 所示, 这里的函数图形仅是示意图, 只是为了体现这 5 个函数之间的相互关系。

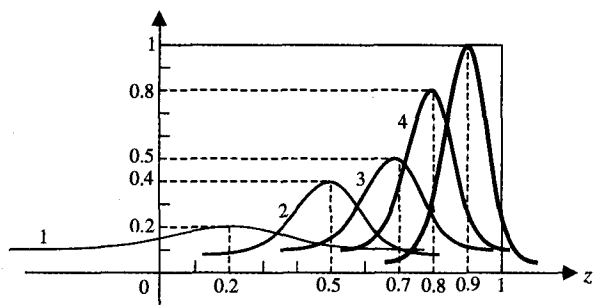


图7

下面我们来讨论  $A_N$  的  $\alpha$ -截集。

①首先对所有的元素取相同的水平, 当  $\alpha = 0.4$  时, 对于元素 1, 有

$$0.4 = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z-0.2)^2}{8}\right)$$

此式无解, 所以元素 1 不在  $A_N^{\alpha}$  中。

对于元素 2, 我们有

$$0.4 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z-0.5)^2}{2}\right)$$

解得  $z_1 = z_2 = 0.5$ , 因此在水平  $\alpha = 0.4$  下 2 的隶属区间为  $[0.5, 0.5]$ 。

其它元素可以用相同的方法分别得出其隶属区间分别为  $[0.17, 1], [0.21, 1], [0.36, 1]$ 。因此  $A_N$  在水平  $\alpha = 0.4$  下截得的截集为:

$$A_N^{\alpha} = \{(2, [0.5, 0.5]), (3, [0.17, 1]), (4, [0.21, 1]),$$

$(5, [0.36, 1])\}$ 。

②当  $\alpha = 1$  时, 得  $A_N^1 = 0.9/5$ , 所以元素 5 是一个正规元素, 此时  $A_N^1$  是一个 fuzzy 集, 且是正规的。

③也可以对不同的元素取不同的水平, 若取

$$\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\} = \{0.2, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9\}$$

则得到:

$$A_N^{\Omega} = 0.2/1 + 0.5/2 + 0.7/3 + 0.8/4 + 0.9/5$$

这里  $A_N^{\Omega}$  是一个 fuzzy 集, 且非正规。

结论 直觉模糊集, 区间值模糊集以及 Vague 集是对 fuzzy 集的扩充和推广, 它们把元素对集合的隶属度从一个单值推广到了  $[0, 1]$  的子区间, 给出了隶属度的一个上下限。但是在这几种拓展的模糊集中, 子区间内部却犹如一个黑洞, 我们并不能详细的知道元素对集合的隶属度在这个区间内的分布情况, 即该区间中的每一个值都是等可能的作为元素对集合的隶属度, 还是其中某些值较另外的值有较大的可能性作为元素的隶属度呢? 本文结合投票模型所提出的正态模糊集很好的解决了这个问题, 通过正态模糊集, 我们可以对元素对集合的隶属度的分布变化情况作出很细致的把握, 这为我们处理模糊信息提供了一种全新的思想方法, 由于正态模糊集合可以很方便的和现存的几种拓展模糊集合相互转化, 这样也为我们讨论现有的拓展模糊集合的性质提供了一种新的途径。本文仅提出了一种新的拓展模糊集合的基本思想, 正态模糊集合更进一步的性质比如相似度量以及如何用正态模糊集合处理模糊信息, 进行近似推理将是下一步主要研究的课题。

### 参考文献

- 1 Zadeh L. A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8 (3): 338~353
- 2 Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20 (1): 87~96
- 3 Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33 (1): 37~46
- 4 Atanassov K. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61 (1): 137~142
- 5 Atanassov K. Remarks on the intuitionistic fuzzy sets - III [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 75 (3): 401~402
- 6 Goguen J. L-fuzzy sets [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1967, 18: 145~174

(下转第 173 页)

ossWordOffSet。

⑥如果集合 CrossWordOffSet 是空集,那么,多模式合一失败,返回 false。

⑦根据集合 CrossWordOffSet,对集合 VarWordOffSet 中的偏移量进行删减,从而得到新的集合 VarWordOffSet。

⑧如果当前字 sCurWord 不是目标模式 sPattern 的最后一个字,那么根据集合 CrossWordOffSet、集合 VarWordMinOffSet,得到新的集合 PreWordOffSet。

转⑩。

⑨当前字 sCurWord 是变量。

• 根据集合 PreWordOffSet、集合 EndWordOffSet,得到新的集合 CurWordOffSet、PreWordOffSet、CrossWordOffSet。

• 将当前字 sCurWord,加入变量数组 aVar[],iVarNum++。

对布尔变量 bPreWordIsVar 进行赋值,令 bPreWordIsVar = true。

⑩考察当前字 sCurWord 在目标模式 sPattern 中的位置。

• 如果 sCurWord 是目标模式 sPattern 的最后一个字,那么,计算集合 CrossWordOffSet 与集合 EndWordOffSet 的交集,并记作集合 UnifyResultWordOffSet。如果集合 UnifyResultWordOffSet 为空集,那么多模式合一失败,返回 false。

• 否则,如果 sCurWord 不是目标模式 sPattern 的最后一个字,那么,转②。

### 3.5 算法分析

本算法的特点,是先对一个模式建立索引(“常量、变量一体化索引”),构成一个图,然后,目标模式在这个图中进行检索。具体就是:目标模式从图中寻找一个入口,然后检索下去,直到图的末梢。本算法的计算过程,是字级别的计算过程,粒度很细。

### 3.6 算法测试

测试用例 1:

sTarget = "司马懿是 \$-1- \$ 的父亲"

sText = "司马懿是司马昭的父亲"

测试结果:

合一结果 sUnifyResult = 司马懿是司马昭的父亲

变量个数:iVarNum = 2

变量:"\$-1-\$",对应的字符串:"司马昭"

测试用例 2:

sTarget = "\$-1-\$ 是 \$-2-\$ 的 \$-3-\$"

sText = "司马懿是司马炎的父亲"

测试结果:

合一结果 sUnifyResult = 司马懿是司马炎的父亲

变量个数:iVarNum = 3

变量:"\$-1-\$",对应的字符串:"司马懿";

变量:"\$-2-\$",对应的字符串:"司马炎"

变量:"\$-3-\$",对应的字符串:"祖父"

测试用例 3:

sTarget = "\$-1-\$ 是 \$-2-\$ 的祖父"

sText = "毛泽东是毛新宇的 \$-3-\$"

测试结果:

合一结果 sUnifyResult = 毛泽东是毛新宇的祖父

变量个数:iVarNum = 2

变量:"\$-1-\$",对应的字符串:"毛泽东"

变量:"\$-2-\$",对应的字符串:"毛新宇"

测试用例 4:

sTarget = "\$-1-\$ 是 \$-2-\$ 的 \$-3-\$"

sText = "\$-4-\$ 是 \$-5-\$ 的祖父"

测试结果:

合一结果 sUnifyResult = \$-4-\$ 是 \$-5-\$ 的祖父

变量个数:iVarNum = 3

变量:"\$-1-\$",对应的字符串:"\$-4-\$"

变量:"\$-2-\$",对应的字符串:"\$-5-\$"

变量:"\$-3-\$",对应的字符串:"祖父"

**结论和下一步的工作** 本文首先介绍了模式合一的相关定义、研究现状;然后指出了现有模式合一算法的不足之处;在此基础上,提出了一种新的模式合一算法——“基于图匹配的双模式合一算法”,并对该算法进行了分析;实验结果表明,本算法可以有效解决原来算法中的递归调用问题。

下一步的工作,将把本算法应用于问答系统中,以提高问答系统的性能。

### 参考文献

- Lin D, Pantel P. Discovery of Inference Rules for Question Answering. *Natural Language Engineering*, 2001, 7(4): 343~360
- 王树西,白硕,姜吉发. 模式合一的“斩首”算法及其应用. *计算机工程*, 2004, 21: 22~24
- 王树西,白硕,等. 模式合一的“斩首”算法. 见: *中国人工智能学会第 10 届全国学术年会论文集(上)*, 2003. 528~532
- 白硕. 大规模内容计算. *语言计算与基于内容的文本处理*. 清华大学出版社, 2006, 33(4): 174~176
- 王树西,白硕. 事实库、规则库的一体化全文索引算法. *计算机科学*, 2005
- Bustince H, Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 79(3): 403~405
- Deschrijver G, Kerre E E. On the relationship between some extensions of fuzzy set theory [J]. *Fuzzy sets and Systems*, 2003, 133 (2): 227~235
- 雷英杰, 王宝树, 孙金萍. 模糊知识处理与模糊集理论的若干拓展[J]. *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2004, 5(3): 40~44
- 雷英杰, 王宝树. 拓展模糊集之间的若干等价变换. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(10): 1414~1418
- 张江, 林华, 贺仲雄. 统一集论与人工智能[J]. *中国工程科学*, 2002, 4(3): 40~47
- Atanassov K T. *Intuitionistic Fuzzy Sets* [M]. NY: Physica-Verlag, 1999
- Dubois D, Ostasiewicz W, Prade H. Fuzzy sets; History and basic notions [M]. In: Dubois D, Prade H, eds. *Fundamentals of Fuzzy sets* Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 2000. 80~93
- Iczany G. A method of inference in approximate reasoning based on interval valued fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1987, 21 (1): 1~17
- Gau Wen-Lung, Buehrer D J. Vague sets [J]. *IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23 (2): 610~614

(上接第 4 页)