Petri 网的 TT 型子网精细化操作性质分析及其应用*)

夏传良

(山东建筑工程学院计算机科学与技术系　济南 250101)

(中国科学院数学与系统科学研究院计算机科学研究室　北京 100080)

摘　要　针对企业用加工厂或车间加工某种产品等这一类业务处理问题,提出了用 Petri 网精细化操作解决问题的方案。定义了一种 TT-型子网,用这种子网分别对 Petri 网系统中的某些变迁进行细化,得到更细致、更精确的 Petri 网系统。研究了 Petri 网精细化操作的动态性质保持问题,给出这种精细化操作保持活性、有界性、可回复性和公平性的充要条件;本文的结果可为 Petri 网系统静态和动态性质的考察提供有效途径,为 Petri 网复杂大系统的分析提供重要手段,并特别适合于一类业务系统的描述和处理,具有一定的实用价值。

关键词　Petri 网,精细化操作,活性,有界性,公平性

The Analysis and Application of a TT Type Petri Net's Subnet Refinement

XIA Chuan-Liang

(Department of Computer Science and Technology, Shandong Institute of Architecture and Engineering, Jinan 250101)

(Department of Computer science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract　A scheme is obtained using a kind of Petri net refinement, according to process of some enterprise using a plant or workshop to produce some product. A TT-type subnet is defined. A refinement Petri net is obtained through using the kind of subnet to replace some transitions of the ordinary Petri net. Dynamicproperties have been investigated. The sufficient and necessary conditions of liveness preservation, boundedness preservation, reversibility preservation and fairness preservation are presented. These results are useful for studying the static and dynamic properties of Petri nets and analysing properties for large complex system. The refinement method is practical to use in reality.

Keywords　Petri nets, Refinement, Liveness, Boundedness, Fairness

1　引论

在日常生活中经常遇到某些企业(公司)或单位,租用某个加工厂或中介机构为它们生产某些产品或提供某些服务的问题。合理地调度工厂车间中若干台机器的操作流程或安排好服务过程中的各个环节,可以做到共享资源、节省资金的目的。又如,团体或个人向某一个房产中介机构申请租赁或购买住房,只要操作得当,也可达到共享资源和节省资金的目的。总之,这类业务处理过程具有一定的普遍性,有必要对它进行研究和管理。为建立和管理好这类系统,需要一整套完整的建模、分析的理论和方法。针对这类系统的并发、异步等特征已有一些理论结果和研究方法,像 CSP,CCS,Petri 网以及形式语言自动机[1]等。尽管 CSP,CCS 具有较好的模拟能力和分析演算能力,但它们如同形式语言自动机一样,其处理是针对系统运行机制的,没有反映系统物理结构信息,不便于系统结构设计和处理;又 CSP 和 CCS 所刻画的并发是交互式语义,而非真并发语义。Petri 网是刻画真并发语义的一种有效工具,它侧重于系统的物理结构描述和性质分析,有对结构与行为的统一考虑,对系统的表达能力强,并已形成严格的体系。多年来,Carl Adam Petri 提出的模型已被人们以多种不同的方式进行了扩展,因而才能以更加容易理解的方式对复杂过程进行建模。本文就以 Petri 网作为上述业务过程处理系统的建模、分析工具:考虑到一次性建模的复杂性,用 Petri 网先建立系统的粗略模型,然后对其进行精细化,得到系统的细致、精确模型。

Petri 网的精细化设计思想一直为理论界和工程界所关注,已有大量的工作。Brauserd[2] 根据精细化后所保持的性质的不同,将精细化操作技术分为两类:一类是保持行为性质(如活性和有界性)的精细化操作;二是保持语义等价的精细化操作。文献中的精细化操作技术(如文[11]、[12])大多属于第一类。文[3]对多种精细化操作进行了研究,给出了保持自动机、标识图、自由选择网、非对称选择网、守恒性、相容性、有界性、活性和可重复性等的条件;文[4]基于一般随机 Petri 网,提出了一种逐步建立可靠性模型的方法,先建立模型,然后根据有关条件再进行精细化;文[5]按照逐步精细化的操作方法,模拟和实现整个制造系统(MS);文[6]给出了一种基于规则的精细化操作,用于保持系统的安全性;文[7]研究了对某些变迁和库所进行精细化操作后的 Petri 网的公平性保持问题;文[8]对工作流网进行了保持正确性的精细化操作;S. Peuker 在文[9]中关于一个简单 Petri 网子类(Elementary Petri nets)引入了一种变迁精细化操作,随后又将这种概念推广到一个更大的 Petri 网子类(Algebraic Petri nets),最后在文[10]中用这种变迁精细化操作为一个寻找赋权标识图的最小跨度树的复杂算法的正确性给出了一个新的、明确易懂的证明;……这些工作均针对 Petri 网精细化操作和网性质的分析。

上述工作虽然给出了一些精细化操作方法,但对精细化条件的判定一般都比较困难,并且一般不适合描述上述业务过程处理系统。为了较好地描述这类系统,我们参考了大量相关工作与有关 Petri 网精细化操作方面的文献并做精心研

*)国家自然科学基金(60073013)、国家重点基础研究发展规划(1998030416)和中国科学院管理、决策与信息系统开放实验室(MADIS)资助项目。**夏传良**　副教授,博士,主要研究领域为 Petrip 网、算法设计与分析、计算机网络与通信。

究，提出了一种子网和相应的精细化操作。

本文提出了一种 TT-型子网和 TT-型子网精细化操作。为了研究这种精细化操作的动态性质保持问题，又提出了 TT-型闭网的概念。给出了精细化后的目标网保持活性、有界性、可回复性和公平性的充分必要条件。按照有关条件对原网进行精细化操作，得到精细化后的目标网。只要原网和相应的 TT-型闭网都是活的、有界的、可回复的和公平的，则其目标网就是活的、有界、可回复的和公平的。这对于 Petri 网复杂大系统的分析具有重要的指导意义，并特别适合于一类业务过程的描述和处理。值得一提的是本文给出的 Petri 网精细化描述模型绝不仅仅可用来描述和处理“某公司用某工厂为其生产某种产品”问题的具体过程，可覆盖更大的问题类。

本文第 2 节给出了相关的基本概念、符号；第 3 节研究了 TT-型子网精细化操作对活性、有界性、可回复性和公平性的保持性问题；第 4 节对一个公司用一个工厂为它生产某种产品的具体过程进行描述和处理；最后总结全文。

2 基本定义和符号

关于 Petri 网的基本概念和术语可参见文[13]，这里只引入与本文相关的少数几个概念。

定义 2.1 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，$\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统。$M\in R(M_0)$，

(1)变迁 $t\in T$ 称为在 M 下使能，当且仅当对 $\forall p\in{}^{\cdot}t$：$M(p)\geqslant W(p,t)$，记作 $M[t>$

(2)若 t 是在 M 下使能的，则 t 可以引发，其结果把 M 转化为 M'

$$M'(p)=\begin{cases}M(p)-W(p,t), & p\in{}^{\cdot}t\backslash t^{\cdot}\\ M(p)+W(t,p), & p\in t^{\cdot}\backslash{}^{\cdot}t\\ M(p)-W(p,t)+W(t,p), & p\in{}^{\cdot}t\cap t^{\cdot}\\ M(P), & \text{其它}\end{cases}$$

定义 2.2 设 $\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统。

(1)变迁 $t\in T$ 是活的，当且仅当 $\forall M\in R(M_0)$，$\exists M'\in R(M)$，$M'[t>$；

(2)Σ 是活的，当且仅当 $\forall t\in T$，t 是活的。

定义 2.3 设 $\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统。

(1)库所 $p\in P$ 是有界的，当且仅当存在常数 $k>0$，使得 $M(p)\leqslant k$，$\forall M\in R(M_0)$；

(2)Σ 是有界的，当且仅当 $\forall p\in P$，p 是有界的。

定义 2.4 设 $\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统。Σ 是可回复的，当且仅当 $M_0\in R(M)$，$\forall M\in R(M_0)$。

定义 2.5[13] 设 $\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统。

(1)变迁 t_1 和 t_2 处于公平关系，当且仅当 $\exists k>0$，$\forall M\in R(M_0)$，$\forall\sigma\in T^*$：$M[\sigma>\wedge\#(t_i/\sigma)=0\rightarrow\#(t_j/\sigma)<k$，$i,j\in\{1,2\}$，$i\neq j$。

(2)如果任意两个变迁都处于公平关系，则称 $\Sigma=(N,M_0)$ 为公平 Petri 网系统。

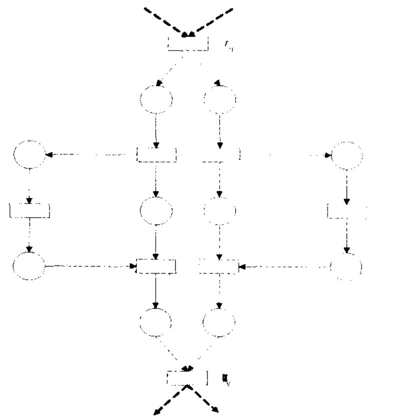
定义 2.6 设 $N=(P,T;F,W)$ 和 $N_0=(P_0,T_0;F_0,W_0)$ 是两个 Petri 网，若满足：

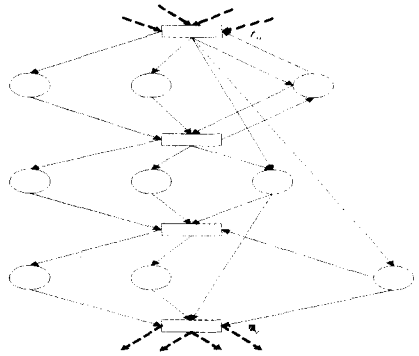
(1)$P_0\subset P$，$T_0\subset T$ 且 $P_0\neq\phi$，$T_0\neq\phi$；

(2)$F_0=F\cap((P_0\times T_0)\cup(T_0\times P_0))$；

则称 N_0 是 N 的一个子网。

针对业务处理系统，提出了一种 TT-型子网，简单示例如下：





注：TT-型子网的特点是除 t_u，t_v 外，子网中的其它结点均不与子网外的其余结点相连。

定义 2.7 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，$N_0=(P_0,T_0;F_0,W_0)$ 是 N 的一个子网，若满足：

(1)${}^{\cdot}P_0\cup P_0{}^{\cdot}\subseteq T_0$；

(2)令 $T'_0=T_0-\{t_u,t_v\}$，${}^{\cdot}T'_0\cup T'_0{}^{\cdot}\subseteq P_0$ 且 ${}^{\cdot}t_u\in P-P_0$，$t_v{}^{\cdot}\in P-P_0$，$t_u\neq\phi$，$t_v\neq\phi$；

则称 N_0 为 N 的一个 TT-型子网。

定义 2.8 TT-型子网精细化操作 $\mathrm{Re}\,f(\tilde{t},N_{TT})$：将 Petri 网 $N=(P,T;F,W)$ 中的变迁 $\tilde{t}$ 精细化为一个 TT-型子网 $N_{TT}=(P_{TT},T_{TT};F_{TT},W_{TT})$（即用 TT-型子网 $N_{TT}=(P_{TT},T_{TT};F_{TT},W_{TT})$ 来替换 $\tilde{t}$），得到 Petri 网 $N'=(P',T';F',W')$，其中 (1)$P'=P\cup P_{TT}$；(2)$T'=T\cup T_{TT}-\{\tilde{t}\}$；

(3)$F=F\cup\{(p,t_u)\mid p\in{}^{\cdot}\tilde{t}\}\cup\{(t_v,p)\mid p\in\tilde{t}^{\cdot}\}-\{(p,\tilde{t})\mid p\in{}^{\cdot}\tilde{t}\}-\{(\tilde{t},p)\mid p\in\tilde{t}^{\cdot}\}$

(4)$W'(x,y)=$

$$\begin{cases}W(x,y) & x,y\in\{P\cup T-\{\tilde{t}\}\}\text{且}(x,y)\subseteq F;\\ W(P,\tilde{t}) & x=p,y=t_u,p\in{}^{\cdot}\tilde{t}\text{ 且}(p,t_u)\subseteq F'\\ W(\tilde{t},p) & x=t_v,y=p,p\in\tilde{t}^{\cdot}\text{ 且}(t_v,p)\subseteq F'\\ W_{TT}(x,y) & x,y\in P_{TT}\cup T_{TT}\text{且}(x,y)\subseteq F_{TT}\end{cases}$$

(5)$M'=[M_0^T,\theta_{TT}^T]^T$，其中 θ_{TT} 为 M_{TT} 的零向量。

定义 2.9 在网系统 (N',M'_0) 中取子网由 ${}^{\cdot}t_u$ 开始经过 N_{TT} 到 $t_v{}^{\cdot}$，并增加变迁 t_{TT} 以及弧集 $\{(p,t_{TT})\mid p\in t_v{}^{\cdot}\}\cup\{(t_{TT},p)\mid p\in{}^{\cdot}t_u\}$，标识不变，得到 TT-型闭网系统 $(\overline{N}_{TT},M_{TT}0)$。

3 Petri 网 TT-型子网精细化操作

定理 3.1 设 (N',M'_0) 是 (N,M_0) 中经 TT-型子网精细化操作 $\mathrm{Re}f(\tilde{t},N_{TT})$ 得到的 Petri 网系统，则 (N',M'_0) 是有界的充分必要条件是 (N,M_0) 与 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是有界的。

证明：(1)先证明充分性。因为 (N,M_0) 是有界的，则 $\forall p$

$\in P$，存在正常数 k_1 使得 $M(p)\leqslant k_1\ \forall M\in R(M_0)$。显然，因为 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 有界，则 $\forall p\in P_{TT}$，存在一个正常数 k_2 使得 $M_{TT}(p)\leqslant k_2$，$\forall M_{TT}\in R(M_{TT0})$。令 $k=k_1+k_2$，根据定义 2.8，$\forall p\in P'$，$M'(P)=[M^T,M_{TT}^T]^T(p)\leqslant k$，$\forall M'\in R(M'_0)$，所以 (N',M'_0) 有界。

(2)再证明必要性。采用反证法，假设 (N,M_0) 无界，则 $\exists p\in P$，$\forall k>0$，$M(p)>k$。根据定义 2.8，$\forall k>0$，$M'(p)>k$。这与题设 (N',M'_0) 有界矛盾。

定理 3.2 设 (N',M'_0) 是 (N,M_0) 中经 TT-型子网精细化操作 Re $f(\tilde{t},N_{TT})$ 得到的 Petri 网系统，如果 $^{\cdot}t_u\subseteq\{p\mid p\in P'\wedge(M'(p)>0\}$，则 (N',M'_0) 是活的充分必要条件是 (N,M_0) 与 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是活的。

证明：(1)先证明充分性。由于 (N,M_0) 与 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是活的，取 $M\in R(M_0)$ 使得 $M'=[M^T,\theta_{TT}^T]^T$ 其中 θ_{TT} 是对应 $\overline{N}_{TT}$ 标识的零向量。$\forall t'\in T'$，则 $t'\in T-\{\tilde{t}\}$ 或 $t'\in T_{TT}-\{t_u,t_v\}$ 或 $t'\in\{t_u,t_v\}$。

1)若 $t'\in T-\{\tilde{t}\}$，由 Σ 的活性知，$\exists\overline{M}\in R(M)$，使得 $\overline{M}[t'>$。记 $M_0[\sigma_0>M[\sigma>\overline{M}[t'>$。若 $\tilde{t}$ 不属于 σ_0 或 σ 中的变迁集合，则根据定义 2.8，令 $M'_0=[M_0^T,\theta_{TT}^T]^T$，$\overline{M}'=[\overline{M}^T,\theta_{TT}^T]^T$，则有 $M'_0[\sigma_0>M'[\sigma>\overline{M}'[t'>$，即 t' 在 (N',M'_0) 中是活的；若 $\tilde{t}$ 属于 σ_0 或 σ 中的变迁集合，不妨设 $\tilde{t}$ 属于 σ 的变迁集合，且记为 $M_0[\sigma_0>M[\sigma_1\tilde{t}\sigma_2>\overline{M}'[t'>$。由定义及 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 的活性知，$M'_0[\sigma_0>M'[\sigma_1t_u\sigma_{TT}t_v\sigma_2>\overline{M}'[t'>$，其中 σ_{TT} 是 T_{TT} 上的步串，因此 t' 在 (N',M_0') 上仍是活的。

2)若 $t'\in T_{TT}-\{t_u,t_v\}$，记 $M_{TT0}[\sigma_{TT0}>M_{TT}$。若 t' 不属于 σ_{TT0} 的变迁集合，则由 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 的活性知，$\exists\overline{M}_{TT}\in R(M_{TT})$ 使得 $M_{TT0}[\sigma_{TT0}>M_{TT}[\sigma_{TT}>\overline{M}_{TT}[t'>$。由 (N,M_0) 的活性有：$[M_0^T,\theta_{TT}^T]^T[\sigma_0>[M_2^T,M_{TT0}^T]^T[\sigma_{TT0}>[M_2^T,M_{TT}^T]^T[\sigma_{TT}>[M_2^T,\overline{M}_{TT}^T]^T[t'>$，因此 t' 在 (N',M'_0) 上是活的。若 t' 属于 σ_{TT0} 的变迁集合，由 (N,M_0) 和 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 的活性可知，$[M_o^{TT},\theta_{TT}^T]^T[\sigma_ot_u>[M_1^T,M_{TTO}^T]^T[\sigma_{TTO}>[M_1^T,M_{TT}^T]^T[\sigma_1>[M_2^T,M_{TT}^T]^T[\sigma_{TT1}t_v>[M_3^T,\theta_{TT}^T]^T[\sigma_2t_u>[M_1^T,M_{TT0}^T]^T[\sigma_{TT}>[M_1^T,M_{TT}^T]^T[t'>$（其中 σ_{TT} 是 σ_{TT0} 的前缀子串），因此 t' 在 (N',M'_0) 上是活的。

3)若 $t'\in\{t_u,t_v\}$，不妨设 $t'=t_u$，对 $M'\in R(M'_0)$，$M'=[M^T,M_{TT}^T]$，$M\in R(M_0)$，$M_{TT}\in R(M_{TT0})$。若 $M_{TT}=\theta_{TT}$，则由 (N,M_0) 的活性知，$\exists\sigma$ 使得 $M[\sigma>\overline{M}[\tilde{t}>$，而 $^{\cdot}\tilde{t}={}^{\cdot}t'$，因此在 (N',M'_0) 中 $\exists\overline{M}'=[\overline{M}^T,\theta_{TT}^T]^T$，使得 $M'_0[\sigma_0>M'[\sigma>\overline{M}'[t'>$，即 t' 在 (N',M'_0) 上是活的。若 $M_{TT}\neq\theta_{TT}$，则由 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 的活性知，$\exists\sigma_{TT}$ 使得 $M_{TT}[\sigma_{TT}>M_{gT}$。由 (N,M_0) 的活性知，$\exists\sigma_0$ 使得 $M_{gT}[t_v\sigma_0>\overline{M}[\tilde{t}>$，而 $^{\cdot}\tilde{t}={}^{\cdot}t'$，从而在 Σ' 中有 $M'_0[\sigma'_0>M'[\sigma_{TT}t_v\sigma_0>\overline{M}'[t'>$，其中 $\overline{M}'=[\overline{M}^T,\theta_{TT}^T]$，从而 t' 在 (N',M'_0) 上是活的。由 1)，2)，3)可知，t' 在 (N',M'_0) 上是活的；由 t' 的任意性知，(N',M'_0) 是活的。

(2)再证必要性。采用反证法。假设 $\forall M'_0\in R(M'_0)$，从 (N',M'_0) 中得到的 (N,M_0) 不活，即 $\exists M\in R(M_0)$，$\exists t\in T$，$\forall\overline{M}\in R(M)$ 都有 $\neg(\overline{M}[t>)$。由于 M'_0 在 Σ 上的投影为 M_0，记 $M_0[\sigma>M[\bar{\sigma}>\overline{M}$，$\sigma,\bar{\sigma}\in T''$。现以 $t_u\sigma_{TT}t_v$ 分别替换 $\sigma,\bar{\sigma}$ 中的 $\tilde{t}$，得 $\sigma',\bar{\sigma}'\in T''$。根据定义 2.8 和 (N',M'_0) 的活性知，$M'_0[\sigma'>M'[\bar{\sigma}'>\overline{M}'$，并且 M' 在 Σ 上的投影为 M，$\overline{M}'$ 在 Σ 上的投影为 $\overline{M}$。这样，对应于 M，$\exists M'\in R(M'_0)$，$\exists t'\in T''$（当 $t\in T-\{\tilde{t}\}$ 时，$t'=t$；当 $t=\tilde{t}$ 时，$t'=t_u$）使得对应于 $\forall\overline{M}\in R(M)$ 有 $\forall\overline{M}'\in R(M')$。由 $\neg(\overline{M}[t>)$ 可推知，$\neg(\overline{M}'[t'>)$，从而 Σ' 不活，矛盾。因此 $\exists M'_0,M'''_0\in R(M'_0)$，使得从 (N',M'_0) 中经抽象化操作得到的 (N,M_0) 和从 (N',M'''_0) 中经抽象化操作得到的 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是活的。又因为 $^{\cdot}t_u\subseteq\{p\mid p\in P'\wedge(M'(p)>0\}$，所以从 (N',M'_0) 中经精细化操作得到的 (N,M_0) 和 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是活的。

定理 3.3 设 (N',M'_0) 是 (N,M_0) 中经 TT-型子网精细化操作 Re $f(\tilde{t},N_{TT})$ 得到的 Petri 网系统。如果 $^{\cdot}t_u\subseteq\{p\mid p\in P'\wedge(M'(p)>0\}$，则 (N',M'_0) 是可回复的充分必要条件是 (N,M_0) 与 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是可回复的。

证明：(1)先证明充分性。$\forall M'\in R(M'_0)$。根据定义 2.8，$M'_0=[M_0^T,M_{TT0}^T]^T$，$M'=[M^T,M_{TT}^T]^T$。因为 (N,M_0) 是可回复的，则 $\forall M\in R(M_0)$，$M_0\in R(M)$。又因为 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 是可回复的，则 $\forall M_{TT}\in R(M_{TT0})$，$M_{TT0}\in R(M_{TT})$。显然，$M'_0\in R(M')$，因此 (N',M'_0) 是可回复的。

(2)再证明必要性。采用反证法。假设 (N,M_0) 不是可回复的，则 $\exists M_1\in R(M_0)$，使得 $M_0\notin R(M_1)$。根据定义 2.8，$\exists M'_1=[M^T,M_{TT}^T]^T$，使得 $M'_0\notin R(M'_1)$。这与题设 (N',M'_0) 是可回复的相矛盾。因此，$\exists M''_0,M'''_0\in R(M'0)$，使得从 (N',M''_0) 中得到的 (N,M_0) 和从 (N',M'''_0) 中得到的 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是可回复的。又因为 $^{\cdot}t_u\subseteq\{p\mid p\in P'\wedge(M'(p)>0\}$，则从 (N',M'_0) 中经精细化操作得到的 (N,M_0) 都是可回复的。

定理 3.4 设 (N',M'_0) 是 (N,M_0) 中经 TT-型子网精细化操作 Re $f(\tilde{t},N_{TT})$ 得到的 Petri 网系统，则 (N',M'_0) 是公平的充分必要条件是 (N,M_0) 与 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 都是公平的。

证明：先证明必要性（采用反证法）。(1)如果 Petri 网系统 (N,M_0) 不公平，$t_1t_2\in T$，t_1 与 t_2 处于非公平关系。如果 $t_1=\tilde{t}$，则 $t_2\in T-\{\tilde{t}\}$。由定义 2.8 易知，t_2 与 t_u，t_v，t_{TT} 以及 $\forall t\in T_{TT}$ 均处于非公平关系，所以 (N',M'_0) 不公平，矛盾。如果 $t_1,t_2\in T-\{\tilde{t}\}$，由于 $T-\{\tilde{t}\}\subseteq T'$，因此 t_1 与 t_2 在 (N',M'_0) 中也是非公平关系，从而 (N',M'_0) 不公平，矛盾。

(2)如果 $(\overline{N}_{TT},M_{TT0})$ 不公平，不失一般性，设 $t_1,t_2\in T_{TT}\cup\{t_u,t_v,t_{TT}\}$，$t_1,t_2$ 处于非公平关系。如果 $t_1,t_2\in\{t_u,t_v\}\cup T_{TT}$，因为 $\{t_u,t_v\}\cup T_{TT}\subseteq T'$，所以由假设易知，$(N',M'_0)$ 非公平，矛盾。如果 $t_1=t_{TT}$，$t_2\in\{t_u,t_v\}\cup T_{TT}$，尽管 $t_{TT}\notin T'$，但从定义 2.9 可以看出 t_{TT} 是 $N-\{\tilde{t}\}$ 的替代，这样 t_{TT} 与 t_2 处于非公平关系，这就意味着 $\forall t\in T-\{\tilde{t}\}$，$t$ 与 t_2 均处于非公平关系，而 $t,t_2\in T'$，亦即 (N',M'_0) 非公平，矛盾。

再证明充分性。由于 (N,M_0) 与 (N_{TT},M_{TT0}) 都是公平的，容易推出 (N',M'_0) 也是公平的，否则同样可以用反证法导出矛盾。

4 应用

在实际应用中，对比较复杂的且具有层次的过程进行描述和处理时，精细化操作方法通常是绝对必要的。精细化操作对活性和有界性的保持性，保证了经精细化操作后得到的网系统的正常运行。

以下将应用本文中刚才给出的 Petri 网精细化操作方法为一个公司用一个工厂为其生产某种产品的系统建模。

公司在接到某种产品的订单后，备好原材料和资金，租用一个加工厂为它生产某种产品。生产完产品后，公司按订单交货。先建立该系统的粗略模型，然后再对工厂生产过程部分进行精细化，得到一步细化系统模型。当然，根据具体情况也可以对一步细化后的模型进一步细化。

对于$\Sigma=(N,M_0)$，图1给出了它的Petri网系统粗略模型。

图1中库所和变迁的含义如下：

库所集	变迁集
p_1：订单；	t_1：备料、备租金；
p_2：原材料；	t_2：生产产品（过程）；
p_3：租金；	t_3：运输；
p_4：发票；	t_4：交货；
p_5：成品；	t_5：接受定单；

p_6：p_7：p_8：成品（用多辆车同时运送的成品）；

p_9：休整状态；

对于TT-型子网N_{TT}（图2），库所和变迁的含义如下：

p_{11}：租金；	t_{11}：开工（传递原材料，租金）；
p_{12}：原材料_1；	t_{12}：开发票；
p_{13}：原材料_2；	t_{13}：加工部件_1；
p_{14}：发票	t_{14}：加工部件_2；
p_{15}，p_{16}：粗糙部件_1；	t_{15}，t_{16}：粗糙部件_1；
p_{17}，p_{18}：粗糙部件_2；	t_{17}，t_{18}：精细加工_2；
p_{19}，p_{110}：成品部件_1；	t_{19}，t_{110}：装配；
p_{111}，p_{112}：成品部件_2；	t_{111}：传递；
p_{113}，p_{114}：成品。	

对图1中的变迁t_2用TT-型子网N_{TT}（图2）进行精细化，得到一步细化的网系统$\Sigma'=(N',M'_0)$（图3）。

图3中Petri网系统$\Sigma'=(N',M'_0)$的库所和变迁的含义同图1和图2中相应库所和变迁的含义。

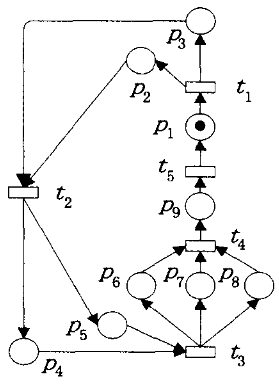


图1 $\Sigma=(N,M_0)$

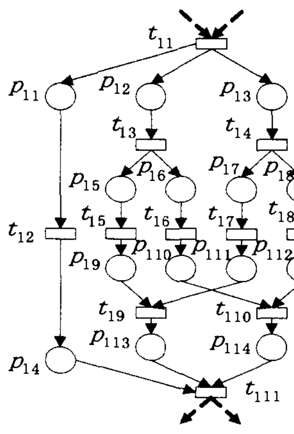


图2 TT-型子网N_{TT}

由图1可知，Petri网系统$\Sigma=(N,M_0)$是有界的、活的、可回复的和公平的，$(\bar{N}_{TT},M_{TT0})$（图中未列出）显然也是有界的、活的、可回复的和公平的，于是根据定理3.1、3.2、3.3和3.4知，$\Sigma'=(N',M'_0)$是有界的、活的、可回复的和公平的。

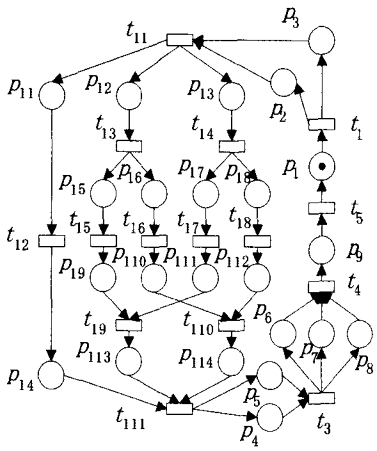


图3 一步精细化后的Petri网系统$\Sigma'=(N',M'_0)$

结论 本文讨论了Petri网的精细化操作的动态性质保持问题。主要贡献在于：针对某公司用某工厂为其生产某种产品等这一类业务处理问题，提出了用Petri网精细化操作进行处理的解决方案；提出了TT-型子网和TT-型子网精细化操作；给出了经精细化操作后得到的Petri网保持活性、有界性、可回复性和公平性的充要条件。文中通过对一个公司用一个工厂为其生产某种产品的具体过程的描述和分析，进一步展示了该方法的实际价值。本文给出的Petri网模型绝不仅仅能描述和处理“某公司用某工厂为其生产某种产品”问题的具体过程，可覆盖更大的问题类。本文的结果可为Petri网复杂大系统的分析提供有力保证。

下一步的研究工作是进一步推广精细化操作满足动态性质的保持性条件，并研究精细化操作对其它性质的保持性问题。

参考文献

1 Casavant T L. A communicating finite automata approach tomodeling distributed computation and its application to distributed decision-making. IEEE Trans Computers, 1990, 39(5): 542～558

2 Brauer W, Gold R, Vogler W. A survey of behavior and equivalence preserving refinement of Petri nets. Lecture Notes in Computer Science, 1990, 483: 1～46

3 Huang H, Cheung T Y, Mak W M. Structure and bLehavior preservati by Petri-net-based refinements in system design. Theoretical Computer Science, 2004, 328: 245～269

4 Betous-Almeida C, Kanoun K. Construction and stepwise refinement of dependability models. Performance Evaluation, 2004, 56: 277～306

5 Nketsa A, Valette R. Rapid and modular prototyping-based Petri nets and distributed simulation for manufacturing systems. Applid Mathematics and Computation, 2001, 120: 265～278

6 Padberg L, Gajewsky M, Ermel C. Rule-based refinement of high-level netspreserving safty properties. Science of Computer Programming, 2001, 40: 97～118

7 Völzer H. Refinement-Robust fairness. Brim L, et al. Eds. CONCUR 2002, LNCS 2421, 547～562

8 van Hee K, Sidorova N, et al. Soundness and separability of workflow nets in the stepwise refinement. In: Proc the 24th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Eindhoven, The Netherlands, 2003. 337～356

9 Peuker S. Property preserving transition refinement with concurrent runs: An example. In International Conference on Application of Concurrency to System Design, 2001. 77～86

10 Peuker S. Transition refinement for deriving a distributed minimum weight spanning tree algorithm. In: Proc the 23rd International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Adelaide, Australia, 2002. 374～393

11 Suzuki I, Murata T. A method for stepwise refinementand abstraction of Petri nets. J Comput System Sci, 1983, 27: 51～76

12 Valette R. Analysis of Petri nets by stepwise refinements. J Comput System Sci 1979, 18: 35～46

13 Murata T. Petri nets: properties, analysis, and applications. Proc IEEE, 1989, 77(4): 541～580