

一种扩展了价格信息的 Petri 网^{*})

刘显明 李师贤

(中山大学计算机科学系 广州 510275)

摘要 提出一种扩展了价格信息的 Petri 网——价格 Petri 网,讨论了相应的分析方法和应用前景。主要工作是:为 Petri 网的变迁引入价格参数,并用价格变迁系统给出价格 Petri 网的语义;对价格 Petri 网进行了可达性分析并讨论了最小成本可达问题的可判定性;最后用价格 Petri 网建立一个业务流程的成本模型。结论是:为 Petri 网扩展价格信息并应用于业务流程管理领域是可行的。

关键词 Petri 网,价格,业务流程管理

A Petri Net Extended with Price Information

LIU Xian-Ming LI Shi-Xian

(Department of Computer Science, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275)

Abstract This paper proposes a Petri net extended with price information —— Price Petri Net (PPN). Firstly we associate a price with a transition, and give the semantics for PPN in terms of priced transition systems. Then we propose a method to make reachability analysis for PPN model and discuss the minimum-cost reachability problem. Finally we use PPN to establish the cost model for a business process. We can draw a conclusion; incorporating price information in Petri net and applying PPN to the domain of business process management are feasible.

Keywords Petri nets, Price, Business process management

1 引言

Petri 网是一个经典的并发模型。从 Petri 网的发展历史我们可以看到:自从时间概念被引入 Petri 网以后^[1],越来越多的研究人员开始将 Petri 网用于实际系统的建模、分析和效率的检验。比如说通信协议,性能评价, workflow 设计等等。此外,研究人员还为 Petri 网扩展了颜色和层次等属性,这些有益的扩展使得 Petri 网的分析和描述能力不断增强,应用领域不断增加。

当我们把注意力集中到近年发展迅速的业务流程管理技术上时,发现 W. M. P. van der Aalst 和 H. A. Reijers 等人在关于 workflow 管理和建模方面的文[2,3]中指出:他们已经将时间和随机 Petri 网成功地用于 workflow 建模主要目的之一的模拟和分析;而对另一个主要目的成本和预算分析并没有做深入研究^[3]。这是因为目前的 Petri 网还不能方便地建模和价格信息有关的系统,所以我们有这样的想法产生:将价格信息引入 Petri 网或许能够让 Petri 网在业务流程管理领域产生更大的应用价值?

在文[4]中我们提出一种经济 Petri 网,是为解决这一问题所做的初步尝试。在为 Petri 网扩展价格信息的研究过程当中,作者注意到林闯教授及刘卫东等提出了面向网格用户应用的价格时间 Petri 网^[5],在他们的工作中没有对最小成本可达性问题作具体讨论。另外,在自动机研究领域也有相关的工作。2001 年 R. Alur 等提出了权重时间自动机^[6]。G. Behrmann 和 K. Larsen 等也同时提出了价格时间自动机

(Priced Timed Automata, PTA)^[7],他们的工作是为位置和边联系一个 price 参数,在他们的论文^[7,8]中 price 表示的主要是能量或者货币。这些自动机领域的研究工作也从另一个方面说明了为 Petri 网扩展价格信息的必要性和可能性。

本文第 2 节给出价格 Petri 网的定义,并讨论价格 Petri 网的语义以及经典 Petri 网和价格 Petri 网的关系;第 3 节提出计价标识的概念来描述价格 Petri 网的状态,并给出一个算法来证明价格 Petri 网的最小成本可达问题是可判定的;第 4 节是应用实例,使用价格 Petri 网对一个业务流程建模并分析最小成本;最后是结论。

2 价格 Petri 网

如果只考虑实际系统中实体之间的逻辑关系,价格信息是不重要的;但当处理以成本最小为目标的应用系统时,价格信息将显得尤为重要,所以本部分在 Petri 网中增加价格信息。值得注意的是:价格信息的引入并不影响网的实施。所以可证明经典 Petri 网是价格 Petri 网的子类。

定义 1 一个价格 Petri 网是一个六元组 $PPN = (P, T, B, F, \mu, m_0)$, 其中:

(1) $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 是有穷、非空的位置集; $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ 是有穷、非空的变迁集,且 $P \cap T = \emptyset$; $B: T \times P \rightarrow N$ 是向后关联函数; $F: T \times P \rightarrow N$ 是向前关联函数。

(2) $\mu: T \rightarrow R^+$ 是变迁的价格函数。

(3) $m_0: P \rightarrow N$ 是初始标识。

接下来讨论价格 Petri 网的语义,这里引入价格变迁系统

^{*} 本文工作受到中国高校博士点基金 (No. 20030558004); 广东省自然科学基金 (No. 04009863); 广东省科技攻关计划项目 (No. 2003A1030403) 资助。刘显明 博士生, 主要研究领域为 Petri 网, 业务流程管理; 李师贤 教授, 博士生导师, 主要研究领域为形式语义学, 软件工程经济学。

(Priced Transition Systems,PTS)的概念。本文取消了文[8]中的价格时间变迁系统(Priced Timed Transition Systems,PTTS)的时间约束,进而得到了PTS。

定义2 一个价格变迁系统PTS是一个偶对 $(S, cost)$,其中 $S=(F, f_0, \rightarrow)$ 是一个变迁系统, $cost$ 是一个从 \rightarrow 映射到 R^+ 的成本函数。

定义3 一个价格Petri网PPN的语义定义为一个价格变迁系统 $PTS_{PPN}=(F, f_0, \rightarrow, cost)$,其中:

- (1) $F=N^p$,
- (2) $f_0=m_0$,
- (3) $\rightarrow \in F \times T \times R^+ \times F$ 为变迁关系,定义为: $\forall t_i \in T$:

$$m \xrightarrow{t_i, p_i} m' \text{ iff } \begin{cases} m \geq B(t_i) \wedge m' = m - B(t_i) + F(t_i), \\ p_i = cost(m \xrightarrow{t_i} m') = \mu(t_i). \end{cases}$$

正如一个Petri网的行为被定义为一个变迁序列一样,一个价格Petri网的行为被定义为一个价格变迁序列 $\delta = (t_1, p_1) (t_2, p_2) \dots (t_n, p_n)$ 。其中 (t_i, p_i) 表示变迁 t_i 实施的价格为 p_i 。所以 $\sum_{k=1}^n p^k$ 为 δ 实施后的累积成本。如果有一个价格变迁序列 δ 能够从 m_0 导出 m_i ,则称标识 m_i 是可到达的。

定义4 一个价格Petri网PPN可接受的价格语言为它所有的价格变迁序列的集合。

下面讨论价格Petri网和经典Petri网的关系。首先给出子类的定义[9]。

定义5 如果一个A类Petri网可接受的所有语言都能够被一个B类Petri网所接受,那么称A类Petri网是B类Petri网的子类。

定理1 PN是PPN的子类。

证明:令 τ 是一个 $PN=(P, T, B, F, m_0)$,可将 τ 的语义定义为一个变迁系统 $TS_{PN}=(F, f_0, \rightarrow)$,其中 $F=N^p, f_0=m_0, \rightarrow \in F \times T \times F$ 为变迁关系,定义为: $\forall t_i \in T, m \xrightarrow{t_i} m' \text{ iff } m \geq B(t_i) \wedge m' = m - B(t_i) + F(t_i)$ 。假设 τ 能接受的语言为 L 。

现在构造一个 τ', τ' 是一个 $PPN=(P, T, B, F, \mu, m_0)$,由定义3可知 τ' 的语义定义为一个价格变迁系统 $PTS_{PPN}=(F, f_0, \rightarrow, cost)$,假设 τ' 能接受的价格语言为 L' 。

根据 τ 和 τ' 的语义可知: L 中任意一个变迁序列 $\omega = t_1 t_2 \dots t_n$,在 L' 中唯一对应一个价格变迁序列 $\delta = (t_1, p_1) (t_2, p_2) \dots (t_n, p_n)$ 。所以 τ' 也能接受语言 L 。因为一个PPN τ' 能够接受一个PN τ 可接受的所有语言 L ,则PN是PPN的子类。(证毕)

从定理1可知,价格Petri网扩充了经典Petri网的建模能力。

3 可达性分析

经典Petri网用标识就能够描述系统的动态状态。而标识无法描述价格和成本的概念,所以我们提出计价标识的概念来描述价格Petri网的动态状态。计价标识除了必须考虑所有位置中的托肯数量外,还要考虑系统的累积成本。下面给出计价标识和计价可达图的定义。

定义6 对一个价格Petri网PPN,定义一个计价标识为一个二元组,写作 $e=(m, c)$ 。其中 m 是标识, c 是累积成本。价格Petri网的任意状态可以用一个计价标识 e 来描述。

定义7 对于一个价格Petri网PPN,扩展了累积成本的计价可达图PRG是一个变迁系统 $TS_{PRG}=(E, e_0, \rightarrow)$,其

中:

- (1) $E=N^p \times R^+$,
- (2) $e_0=(m_0, c_0)$,
- (3) $\rightarrow \in E \times T \times E$ 为变迁关系,定义如下:
 $(M, C) \xrightarrow{t_i} (M', C') \text{ iff } \begin{cases} M' = M - B(t_i) + F(t_i) \\ C' = C + \mu(t_i) \end{cases}$

下面讨论一下为标识扩展累积成本的完备性和合理性。

定理2(完备性) 令 $e_x=(m_x, c_x)$ 为从初始计价标识 e_0 可达的任一计价标识,则PRG中一定有节点 $e_y=(m_y, c_y)$,且 $m_y=m_x, c_y=c_x$ 。

证明:用数学归纳法证明。首先考虑 $e_x=e_0$ 的情况。此时定理成立。

由前提可知,存在一个变迁实施序列 $(m_0, c_0) [t_1 > (m_1, c_1)] \dots [t_x > (m_x, c_x)]$ 。对序列长度 x 进行数学归纳。当 $x=1$ 时,即有变迁实施序列 $(m_0, c_0) [t_1 > (m_1, c_1)]$ 。设节点 (m_y, c_y) 是由于变迁 t_1 的实施而加入PRG的。显然满足条件 $m_y=m_1, c_y=c_1$ 。此时定理成立。

假设定理在 $x \leq k$ 的情况下成立,即有变迁实施序列 $(m_0, c_0) [t_1 > (m_1, c_1)] \dots [t_x > (m_k, c_k)]$ 。且PRG中有节点 (m_y, c_y) ,使得 $m_y=m_k, c_y=c_k$ 。

现在考虑 $x=k+1$ 的情况。即有变迁实施序列 $(m_0, c_0) [t_1 > (m_1, c_1)] \dots [t_x > (m_k, c_k)] [t_{k+1} > (m_{k+1}, c_{k+1})]$ 。设 (m_y, c_y) 是由于变迁 t_{k+1} 的实施而加入PRG的节点。因为 m_y 和 c_y 都是由定义7从 m_k 和 c_k 计算出的,显然满足条件 $m_y=m_{k+1}, c_y=c_{k+1}$ 。定理得证。(证毕)

定理3(合理性) 令 $e_x=(m_x, c_x)$ 为任一从初始计价标识 e_0 可达的计价标识,则 c_x 一定是一个从 e_0 出发到达 e_x 的变迁实施序列的累积成本。

证明:任一计价标识 e_x 都是由定义7中的变迁系统从 e_0 计算出来的,则有变迁实施序列 $(m_0, c_0) [t_1 > (m_1, c_0 + \mu(t_1))] \dots [t_x > (m_x, c_0 + \sum_{i=1}^x \mu(t_i))]$ 。显然有 $c_x=c_0 + \sum_{i=1}^x \mu(t_i)$ 。(证毕)

累积成本的引入会带来状态空间爆炸的问题。这是因为累积成本的增长是无限的,所以也可能会出现一个无限的状态空间。

定理4 对于一个有界和有限的价格Petri网来说,它的状态空间可能是无限的。

证明:价格Petri网的计价标识是一个二元组 $e=(m, c)$,所以只有当 m 和 c 都有限的时候 e 才是有限的。因为网是有限的和有界的,那么它的标识集合 m 是有限的。但是很显然 c 是有可能无限增长的,比如一个持续增加成本的循环就会让 c 一直增加下去,所以可以知道由二元组 $e=(m, c)$ 为节点构成的状态空间可能是无限的。(证毕)

接下来讨论如何解决累积成本的增加带来的状态空间爆炸问题。本部分参考文[7]中用于价格时间自动机状态空间计算的算法,提出一种可达性分析方法。该方法的核心就是:当一个标识所带有的累积成本不断增加时,将其记为无穷大,因为只要记录每一个标识所带有的最小成本就可以求解模型的最小成本。而对于面向业务流程管理领域的价格Petri网模型来说,最关键的就是求解最小成本。采用这种方法,可能并不需要计算整个状态空间就得到最小成本。这里给出成本覆盖的概念和状态空间构造算法。

定义8 设 $e_i=(m_i, c_i)$ 和 $e_j=(m_j, c_j)$ 是一个价格Petri网的两个计价标识,如果满足条件

$$\forall p \in p, t \in T, (m_j(p) = m_i(p)) \wedge (c_j > c_i),$$

就说 e_j 成本覆盖 e_i , 并将计价标识 e_j 带来的累积成本 c_j 记为 δ 。

设定 $\delta + \delta = \delta + 1 = \delta - 1 = \delta$, 所以引入 δ 不会为状态节点的计算带来困难。

算法 1 状态空间构造算法。

输入: 目标标识 m_g 。
 输出: 最小成本 $mincost$ 。
 (1) 未处理节点集合 $waiting = \{(m_0, c_0)\}$; 已处理节点集合 $passed = \emptyset, mincost = \infty$ 。
 (2) 如果 $waiting \neq \emptyset$, 从 $waiting$ 中取出一个 (m_i, c_i) 。如果 $waiting = \emptyset$, 算法终止。
 (3) 如果 $m_i = m_g$ 且 $c_i < mincost$, 则 $mincost = c_i$ 。
 (4) 将 (m_i, c_i) 放入集合 $passed$; 如果 $c_i \neq \delta$, 则根据定义 7 中的变迁系统计算后继节点 (m_j, c_j) :
 如果 (m_j, c_j) 等于 $passed$ 中某个 (m_k, c_k) , 则不做任何动作;
 如果 (m_j, c_j) 成本覆盖了 $passed$ 中某个 (m_k, c_k) , 则在 $waiting$ 中增加一个 (m_j, c_j) , 且 $m_j = m_i, c_j = \delta$;
 如果 (m_j, c_j) 既不等于也不成本覆盖 $passed$ 中某个 (m_k, c_k) , 则在 $waiting$ 中增加一个 (m_j, c_j) , 且 $m_j = m_i, c_j = c_i$ 。
 (5) 回到步骤(2)。

最后证明最小成本可达问题是可判定的。

定理 5 对于一个有界和有限的价格 Petri 网, 算法 1 一定会终止。

证明: 因为网是有限的和有界的, 那么它的标识集合 m 是有限的。当引入成本覆盖的概念后, 累积成本集合 c 也是有限的, 所以可以知道由二元组 $e = (m, c)$ 为节点构成的状态空间是有限的。那么算法 1 就一定终止。(证毕)

定理 6 当算法 1 终止时, $mincost$ 一定是 m_g 的最小成本。

证明: 用反证法。假设有一个 $c < mincost \neq \delta$ 是 m_g 的最小成本。那么根据算法 1, 则在状态空间构造的过程中肯定会将 $(m_g, mincost)$ 写成 (m_g, δ) 。而这和假设条件矛盾。所以当算法 1 终止时, $mincost$ 一定是 m_g 的最小成本。(证毕)

定理 7 价格 Petri 网的最小成本可达问题是可判定的。

证明: 综合定理 5 和定理 6 即可得证。(证毕)

4 应用

本部分使用价格 Petri 网对一个业务流程进行建模, 并求解该流程的最小成本。图 1 是一个业务流程的模型, 其中每个位置表示业务和资源所处的状态, 每个变迁则表示一个业务步骤。图中给出了每个变迁的价格。初始状态下 p_0 中有三项业务准备启动, p_3 中有一个资源可用。对模型的分析可从以下两方面去做。

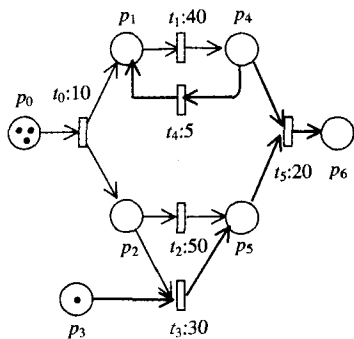


图 1 一个业务流程的价格 Petri 网模型

1. 逻辑分析。如抛开价格因素, 图 1 就是一个只考虑业务流程逻辑关系的模型。显然各个业务步骤的执行有着一定的顺序。例如, 只有变迁 t_0 执行后, 变迁 t_1, t_2 和 t_3 才有可能执行。

2. 成本分析。仅仅对模型做逻辑分析是不够的, 还应当做最小成本分析。例如, 根据算法 1 即可计算出到达目标标识 $m_g = (0000003)$ 所花费的最小成本 $mincost = 340$ 。值得注意的是, 当使用算法 1 求解最小成本时, 不需要构造整个状态空间, 本例中只构造了 36 个状态。限于篇幅, 这里就不描述具体的计算过程。

另外, 通过最小成本分析我们发现: 位置 p_3 中的资源有助于降低整个业务流程的成本。可以看到图中 p_3 含有一个托肯, 则可以计算出到达目标标识 $m_g = (2000001)$ 所花费的最小成本 $mincost = 100$ 。如果 p_3 不含有托肯, 则到达目标标识 $m_g = (2000001)$ 所花费的最小成本 $mincost = 120$ 。因为此时低价格的变迁 t_3 无法实施, 为了整个业务流程顺利进行, 只有让高价格的变迁 t_2 实施。显然变迁 t_2 实施会造成整个流程成本的上升。为了降低成本, 应当加大 p_3 中资源的投入。

根据上面的讨论可知, 给定价格 Petri 网模型, 可以计算到达任一目标标识 m_g 所花费的最小成本 $mincost$ 。相应地, 业务流程管理人员就可以根据计算出的最小成本来投入需要的资金, 并且安排流程的执行和关键资源的投入以实现成本最小化。

结论 本文尝试为经典 Petri 网扩展价格信息, 主要的工作是: (1) 关联一个固定价格参数到变迁上, 使用价格变迁系统给出了价格 Petri 网的语义, 并证明了经典 Petri 网是价格 Petri 网的子类; (2) 提出计价标识 $e = (m, c)$ 的概念来描述价格 Petri 网的动态行为, 并讨论了为标识扩展累积成本的合理性和完备性; (3) 提出一种求解最小成本的可达性分析方法, 并证明价格 Petri 网的最小成本可达问题是可判定的; (4) 用价格 Petri 网建立一个业务流程的成本模型并进行分析。

得出的结论: 为 Petri 网扩展价格信息并应用于业务流程管理领域是可行的。

参考文献

- Merlin P M, Farber D J. Recoverability of communication protocols: Implications of a theoretical study. IEEE Transactions on Communications, 1976, 24(9): 1036~1043
- van der Aalst W M P, van hee K. Workflow Management: Models, Methods, and Systems. MIT Press, 2001
- Reijers H A. Design and Control of Workflow Processes. Lecture Notes in Computer Science Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2003, 2617
- Liu X M, Li S X. A Petri net extended with stochastic priced transition. In: Proc. of IEEE Conference on Electronic Business Engineering; Beijing, China, 2005. 226~230
- Liu W D, Song J X, Lin C. Modeling and analysis of Grid computing application based priced timed Petri net. Acta Electronica Sinica, 2005, 33 (8): 1416~1420
- Alur R, Torre S L, Pappas G J. Optimal paths in weighted timed automata. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2001, 2034: 49~64
- Behrmann G, Fehnker A, Hune T, Larsen K, Pettersson P, Romijn J, Vaandrager F. Minimum-cost reachability for priced timed automata. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2001, 2034: 147~161
- Behrmann G, Larsen K, Rasmussen J. Optimal scheduling using priced timed automata. ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review, 2005, 32(4): 34~40
- Roux O H, Lime D. Time Petri Nets with Inhibitor Hyperarcs. Formal Semantics and State Space Computation. Proc. of ICAT-PN 2001. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004, 3099: 371~390