

# 变化光照目标图像合成的球调和方法<sup>\*</sup>)

肖 甫 吴慧中 肖 亮 汤 杨

(南京理工大学计算机科学与技术系 南京 210094)

**摘 要** 光照是真实感绘制技术中的一个关键因素。研究了朗伯反射的球调和表示,提出了一种基于球调和函数的任意光照目标图像生成方法。该方法在给定目标基图像及其对应光照属性的基础上,通过基图像数据矩阵的奇异值分解(SVD)分离场景环境光分量、反演计算场景反射率和表面法向量等。新光照条件下绘制图像时,采用四阶球调和函数拟合入射光和朗伯反射核计算直接光照;间接光照采用分离出的基图像环境光分量拟合。实验表明:该方法能够保证绘制精确度,适合复杂光照条件下的目标图像生成。

**关键词** 基于图像的绘制,球调和函数,光照变化,图像合成

## Spherical Harmonics Method for Object Image Synthesis under Changing of Illumination

XIAO Fu WU Hui-Zhong XIAO Liang TANG Yang

(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

**Abstract** Illumination is a key factor in Reality rendering. We research the spherical harmonics express of Lambert reflection and propose a pure image based rendering method to synthesis image under arbitrary illumination condition based on spherical harmonics. In the method, Singular Value Decomposition (SVD) is used analytically to derive environment light part and properties of scenes from sample images, which are taken from the same view point under different point illumination condition. For Images rendering under novel lighting conditions, fourth order spherical harmonics is used to represent the illumination condition and reflectance kernel for direct illumination effect calculation; while indirect illumination one is added by environment light part derived before. Thus the method cuts the time complexity down fiercely while holding on a high accuracy simultaneously. So feature of this method is that it supplies a good algorithm to synthesis image in complex illumination environment.

**Keywords** Image based rendering, Spherical harmonics, Illumination variation, Image synthesis

## 1 引言

传统图形学基于几何模型的绘制方法将场景描述为基本的几何基元,通过定义光照模型,描述光源的分布与性质以及物体表面材质的反射特性,最后经过绘制公式的计算生成虚拟的合成图像<sup>[1]</sup>。这类方法需要三维几何模型、物体表面特征以及光源属性,导致大量的时间开销和有限的真实感。近年来,一种全新的绘制方法——基于图像的绘制技术得到越来越广泛的重视和更深入的研究。不同于传统图形学的基于几何模型的绘制方法,基于图像的绘制技术(IBR)采用图像代替传统的几何输入。新图像合成是对已有信息的重组,最大程度保留了场景中能够反映真实感的形状、明暗、材料及纹理等信息,同时避免了复杂繁琐的场景几何模型的重建,从而极大地提高绘制速度和绘制质量。IBR的最完整表达为全光函数<sup>[2]</sup>,该函数描述了特定空间中任意视点接收到的所有辐射能量,其数学表示为: $\mu = \text{Plenoptic}(V_x, V_y, V_z, \theta, \phi, \lambda, t)$ 。其中视点位置采用3个参数( $V_x, V_y, V_z$ )表示,  $(\theta, \phi)$ 表示视角,  $\lambda$ 表示对应光照波长,  $t$ 表示视线采集的时刻。为了绘制给定视点沿特定方向的视图,只需将相关参数带入该方程,即可得到全光函数的对应子集。全光函数所包含的7个变量大体可以分为两组: $V_x, V_y, V_z, \theta, \phi$ 这5个变量与空间位置有关;而 $\lambda, t$ 是与时间有关的变量。因此,基于图像的绘制对

分为两类:忽略时间相关变量,我们把与空间位置相关的绘制称为基于图像的几何绘制;仅与时间相关的绘制称为基于图像的光照绘制<sup>[3,4]</sup>。目前已有的基于图像的绘制技术绝大部分对应于视点位置或者视角变换,它们的一个共同的假设就是场景的光照条件固定不变,绘制过程只是通过改变视点位置或视线方向产生对场景的浏览场景<sup>[5,6]</sup>,即场景本身是静态的。而通过全光函数,我们知道场景的外观不仅与视点有关,而且与光照条件紧密联系。当光照条件变化时,即使观察场景的视点、视角保持不变,场景的最终成像也会发生很大变化。因而,随着基于图像的绘制技术的进一步成熟和普遍应用,由此扩展出一个更具挑战性的问题:基于图像的光照研究逐渐受到了人们的注意<sup>[1]</sup>。

目前一个普遍的方法是采用同一视点下不同光照条件下的3幅或以上图像线性结合的方法来生成新的光照条件下的图像<sup>[3,1,7,8]</sup>。其中文[7]假设物体满足朗伯反射,通过对基图像数据矩阵的奇异值分解来拟合朗伯对象在光照变化情况下的所有图像集合,最终利用基图像解析表达生成新的光线条件下图像。其假设是新的光照只是入射角度发生变化,而亮度保持恒定,因而新光照条件可由基图像光照线性表示:

$$s = c_1 \cdot s_1 + c_2 \cdot s_2 + c_3 \cdot s_3 \quad (1)$$

其中: $s_i (i=1,2,3)$ 为基图像的光照方向; $c_i (i=1,2,3)$ 为线性加权系数。目标场景满足朗伯反射,通过基图像的线性加权

<sup>\*</sup>)基金项目:高等学校博士点专项基金(No. 20020288024)。肖 甫 博士研究生,研究方向为虚拟现实、计算机图形图像理论。

可以表示新光照条件下的图像,即:

$$E(x) = c_1 e_1(x) + c_2 e_2(x) + c_3 e_3(x) \quad (2)$$

其中  $e_i (i=1,2,3)$  为基图像。该方法可以有效生成新光照条件下的图像,并且当基图像的光照方向分别对应三维空间坐标轴时,基图像之间线性无关对应为最优基图像。但是,线性合成的方法只能处理单一方向光照条件图像,对于现实世界普遍存在的复杂光照条件:面光源、体光源下的图像生成,使用起来相当困难。

本文在给定场景 3 幅或更多同一视点下的图像及其对应光照属性的基础上,通过基图像数据矩阵的奇异值分解,分离场景环境光分量、反演场景的表面反射属性。新光照条件下图像生成时,对于直接光照计算所需的朗伯反射核采用低阶球调和函数进行拟合。我们比较了分别采用传统二阶方法计算以及本文四阶球调和函数拟合间接计算的准确性。结果表明,采用四阶球调和函数表示光照条件、反射核保证了绘制的精确度,较好地适合复杂光照条件下的目标图像生成。

## 2 朗伯模型的球调和逼近

假定光源位于某特定方向的无穷远处,因此入射光满足:1)场景表面的每一点所接受的入射光照方向相同;2)光照强度不随场景表面到光源之间距离的变化而变化,即场景表面每一点所接受光照的强度一致。由朗伯模型有:

$$P = \rho L \times \cos(\theta) \quad (3)$$

其中  $\rho$  为场景表面计算点的反射率; $L$  为入射光强; $\theta$  为计算点的表面法向与入射光方向的夹角。与入射光照方向测量相比较,入射光照强度的测量需要精密仪器,其准确值不易获得。因此记  $\omega = \rho L$  为场景的复合反射率。在复杂光照条件下,纯朗伯反射物体的图像每点亮度均为该点对应上半球面的积分,即:

$$P(\vec{d}) = \rho(\vec{d}) \int_{\Omega} L(\vec{u}) (\vec{d} \cdot \vec{u}) d\vec{u} \quad (4)$$

其中  $\vec{d}$  为该点的单位法向量; $\vec{u}$  为入射光线的单位方向向量; $\Omega$  为积分域,对应为该点的上半球面。

球调和函数<sup>[9,11~13]</sup>是球面的一组函数,它构成了球面上的一组正交基。与傅立叶函数类似,它可以用于表述球面上的任意连续函数。对于球调和函数,使用球坐标表示相对方便。向量  $\vec{d}$  对应球坐标表示为: $\vec{d} = (\theta, \phi)$ 。记空间单位球面上一点  $(x, y, z)$ ,可以表述为:

$$(x, y, z) = (\cos\theta\cos\phi, \cos\theta\sin\phi, \sin\theta) \quad (5)$$

球调和函数  $Y_m(\theta, \phi)$  的一般表达式为:

$$Y_m(\theta, \phi) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_m(\cos\theta) \exp(im\phi) & m \geq 0 \\ \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}} P_{n-m}(\cos\theta) \exp(-im\phi) & m < 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中: $P_m(\cos\theta) = \frac{|\sin^n\theta|}{2^n n!} \frac{\partial(\cos^2\theta - 1)^n}{\partial \cos^{n+m}\theta}, n=0,1,\dots,\infty; -n \leq m \leq n, \phi$  为偏移角, $\theta$  为仰角。

部分低阶球调和函数表示如下:

$$Y_{00}(\theta, \phi) = 1/\sqrt{4\pi} \quad Y_{10}(\theta, \phi) = 3/\sqrt{4\pi}\sin\theta$$

$$Y_{11}(\theta, \phi) = 3/\sqrt{8\pi}\cos\theta\exp(i\phi)$$

$$Y_{1-1}(\theta, \phi) = 3/\sqrt{8\pi}\cos\theta\exp(-i\phi)$$

$$Y_{20}(\theta, \phi) = 5/\sqrt{16\pi}(3\sin^2\theta - 1)$$

$$Y_{2-1}(\theta, \phi) = 5/\sqrt{24\pi}3\sin\theta\cos\theta\exp(-i\phi)$$

$$Y_{21}(\theta, \phi) = 5/\sqrt{24\pi}3\sin\theta\cos\theta\exp(i\phi)$$

因此,球面上的朗伯反射核  $k$  与光照函数  $L$  都可以写成球调和函数的线性形式<sup>[9]</sup>:

$$L(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n L_{nm} Y_{nm}(\theta, \phi) \quad (7)$$

$$K(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} k_n Y_{n0}(\theta, \phi) \quad (8)$$

由于  $k_n$  以  $O(n^{-2})$  速度趋于 0,因而我们可以用低阶球调和函数线性表示朗伯反射核,即在式(8)中取较小的  $n$ 。

## 3 表面属性获取

物体的表面属性包括表面各点的法向量以及反射率。若物体成像满足纯朗伯反射,我们只需 3 幅图像即可恢复物体的表面属性。然而实际图片获取过程中,由于物体表面的相互遮挡而形成的阴影、高光区域点,并且图像的拍摄中除了已知光源外,环境光照的影响也必须加以考虑,因此 3 幅图像并不能精确恢复物体表面属性。

奇异值分解能够很好地解决这些问题<sup>[10]</sup>。设基图像矩阵  $W$  为  $M \times N$ ,其中  $M$  对应基图像数,也即光照数; $N$  为单副基图像的像素数目;且矩阵  $W$  的秩为  $r, r \geq 0$ 。类似地,可以把物体表面属性  $\{b_i(x)\}$  表达为一个  $N \times 3$  的矩阵  $B$ ,光照属性  $\{s_i(d)\}$  表达为一个  $3 \times M$  的矩阵  $S$ 。对  $W$  进行奇异值分解有:

$$W = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^H \quad (9)$$

其中  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ ,且  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r, \sigma_i (i=1,2, \dots, r)$  为矩阵  $W$  的非零奇异值; $U$  为  $W$  阶酉矩阵,其列对应为矩阵  $W^H W$  的归一化特征向量; $V$  为  $N$  阶酉矩阵,其列对应为矩阵  $W W^H$  的归一化特征向量。

理想情况下,对于完全满足朗伯反射的场景,其  $r=3$ ,即  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 。而实际图像数据矩阵中,由于阴影、高光、环境光照等因素的影响, $\Sigma$  中不为零的奇异值数目大于 3。为了去除阴影、高光、环境光照等因素的影响,对  $\Sigma$  中元素进行如下处理:

$$\sigma_i^* = \begin{cases} \sigma_i, & i=1,2,3 \\ 0, & i=4,5,\dots,r \end{cases} \quad (10)$$

$$\Sigma^* = \text{diag}(\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_r^*)$$

$$W^* = U \begin{bmatrix} \Sigma^* & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^H$$

因此,对应环境光分量图像  $\Delta W$  为:

$$\Delta W = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (W_i - W_i^*) \quad (11)$$

其中, $W_i$  对应矩阵  $W$  的第  $i$  行。

对于未知入射光源属性的满足朗伯反射规律的物体,通过奇异值分解把图像分为依赖于物体表面属性的分量和依赖于光照属性的分量<sup>[10]</sup>,即  $\Sigma$  中前 3 个奇异值以及这些奇异值对应的矩阵  $U, V$  的前 3 列描述了场景图像的朗伯反射。记矩阵  $U$  的前 3 列为  $F$ ,矩阵  $V$  的前 3 列为  $G$ ,以  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  为对角元素的对角矩阵为  $D_3$ 。由朗伯反射模型  $W = SB$  得:

$$FD_3 G = SB \quad (12)$$

由此通过奇异值分解得到场景表面属性  $B$  和光照属性  $S$  的一个线性变换:

$$\begin{cases} B = (P_3 G)^H \\ S = F Q_3 \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $Q_3 P_3^H = D_3$ 。

包含目标外形、反射率、光照条件的矩阵以及利用可积性约束可以很好地解决文[10]中的人脸识别问题。而对于本文所研究的新光照条件下图像生成仅仅使用这些还不够,我们必须恢复出场面的表面属性。基图像的入射光照属性  $S$  已知,因此由(13)式我们可以求出  $Q_3$  以及  $P_3$ ,最终求得场景表面属性矩阵  $B$ 。注意,一般光照属性矩阵  $S$  中包含的仅仅是基图像入射光线的方向信息而没有光强信息,因而光照强度信息隐含在表面属性矩阵  $B$  中。当入射光强度未知时,场景  $i$  点处的综合反射率  $\omega(i)$  为:

$$\omega(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (B_{i,j})^2} \quad (14)$$

#### 4 新光照条件下图像生成

假设目标为整体满足朗伯反射的物体,且表面为凸的,此时图像生成时我们只需考虑目标的自阴影,而物体各部分之间不存在相互遮挡关系。

##### 4.1 传统图像生成

传统算法求解特定光照条件下图像的亮度首先对光照条件离散化,即离散化(4)式,得到对应目标直接光照亮度的计算公式为:

$$I(x, y) = \rho(x, y) \sum_i L_i \frac{u_{ix}d_{ix} + u_{iy}d_{iy} + u_{iz}d_{iz}}{\|u_i\| \|d_i\|} \quad (15)$$

$I(x, y) < 0$  对应目标的自阴影,而最终图像中不会出现负值,因此我们置其为 0。最终图像亮度为直接光照效果与环境光照共同作用,即  $E = I + \Delta W$ 。

##### 4.2 基于球调和函数的图像生成

目前,球调和函数主要应用于目标识别研究和图像压缩<sup>[9,11,12]</sup>。对于目标识别,关键在于比较图像之间的能量差,为了解决其中的光照影响问题,Ronen Basri<sup>[9]</sup>采用了二阶球调和函数来拟合朗伯反射。所拟合的朗伯反射包含了原函数的绝大部分能量(99.22%),并由此生成 9 个子图像,通过比较对应子图像能量差很好地进行目标识别。但其拟合的朗伯反射核与被拟合函数相比较,最大误差接近 10%,如图 1 所示,因而不适用于我们所研究的新光照条件下场景的绘制问题。必须寻找朗伯反射核的更精确拟合方法。我们采用四阶球调和函数来拟合朗伯反射核,相应表示为:

$$k(u) = \sum_{n=0}^4 k_n Y_{n0} = \frac{15}{256} + \frac{1}{2} \cos\theta + \frac{105}{128} \cos^2\theta - \frac{105}{256} \cos^4\theta \quad (16)$$

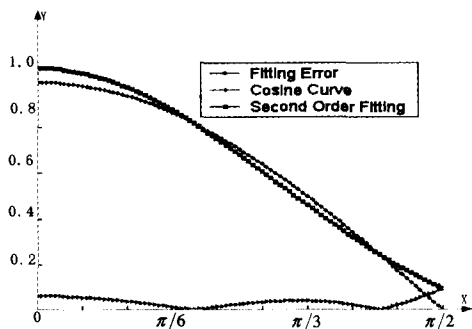


图 1 余弦曲线,二次拟合及其误差

图 2 给出了朗伯反射核曲线及其对应二阶、四阶拟合,相对二阶球调和函数,四阶更精确地拟合表示了朗伯曲线。

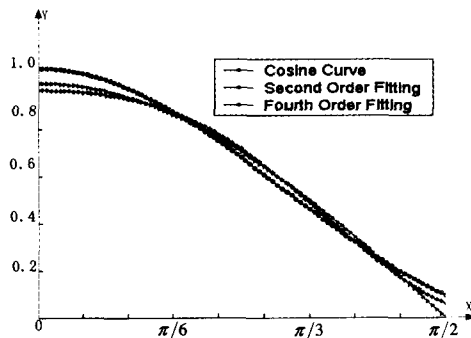


图 2 朗伯曲线及其二、四次拟合

采用(16)式拟合朗伯反射核,对应平均误差仅为 2.48%,可以很好地应用于新图像的生成。图 3 给出了对应二阶、四阶下朗伯反射核拟合的误差百分比。

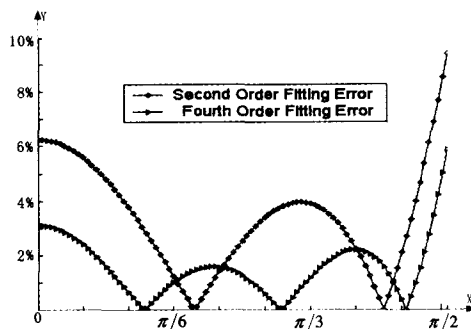


图 3 余弦曲线的二、四次拟合误差百分率比较

在求得的目标的表面反射属性基础上,当光照条件变化时,其对应图像也会变化。假设新光照为  $L$ ,由式(4)得目标亮度表达式:

$$P(\vec{d}) = \rho \int_{\Omega} K(\vec{d} \cdot \vec{u}) L(\vec{u}) d\vec{u} \quad (17)$$

注意上式中,朗伯反射核采用的是所计算像素点处的局部坐标,而光照采用的是全局坐标,因而计算之前必须进行坐标转换。由式(7)、(8),最终采用四阶球调和函数表达的目标亮度计算公式为:

$$P(\theta, \phi) = \rho \sum_{n=0}^4 \sum_{m=-n}^n \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} K_n L_{nm} Y_{nm}(\theta, \phi) \quad (18)$$

因此,直接光照与环境光照共同作用下的目标图像亮度表示为:  $E = P + \Delta W$ 。

#### 5 实验结果

在普通 PC 机上实现了本文算法。我们选取哈佛大学人脸数据库<sup>[14]</sup>中若干已知入射光线属性图像为算法的基图像,如图 4 所示。对基图像的组成的数据矩阵进行奇异值分解,所得的非零奇异值见表 1。前 3 个奇异值及其对应矩阵列向量代表了基图像的朗伯反射部分,而其余非零奇异值及其对应矩阵列向量表示了图像的环境光照部分以及高光像素点等。由表 1 数据,我们可以认为输入的基图像基本满足朗伯反射。基图像的入射光照属性已知,我们可以恢复出目标的综合反射率图以及表面法向,如图 5 所示。光照方向发生改变时,目标图像如图 6 所示,很真实地逼近了实际拍摄图片。图 7 给出了复杂光照条件下的图像,其入射面光源属性为:

$$L(\theta, \phi) = \begin{cases} 4.5 \cos(\theta), & -\pi/3 \leq \theta \leq \pi/3 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (19)$$

所生成的图像大小为  $57 \times 50$ , 入射面光源离散化为 100 个独立点光源。

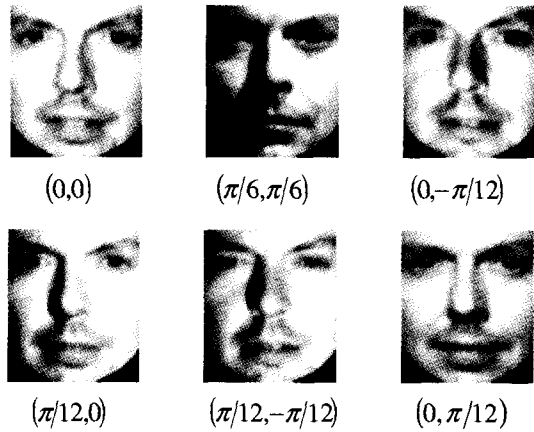


图 4 所使用的部分基图像及其光照属性

表 1 奇异值分解所得矩阵  $\Sigma$  的对角元素

| 1     | 2    | 3    | 4   | 5          |
|-------|------|------|-----|------------|
| 25151 | 2749 | 1324 | 637 | $1.17e-12$ |

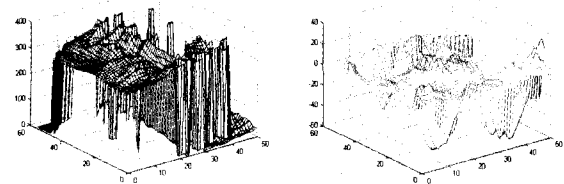


图 5 抽取出的环境光照图像、综合反射率图以及用偏移角和仰俯角表示的目标表面法向



图 6 拍摄图像及算法合成图像: 光线方向为  $(\pi/12, \pi/12)$



图 7 使用算法生成的复杂光照条件下的图像

致谢 感谢以色列 Amnon Shashua 教授所提供的帮助。

### 参考文献

- 1 沈沉, 沈向洋, 马颂德. 基于图像的光照模型研究综述. 计算机学报, 2000, 23(12): 1261~1269
- 2 McMillan L, Bishop G. Plenoptic modeling: An image-based rendering system. In: Proceedings of the SIGGRAPH 95, 1995. 39~46
- 3 Mukaigawa Y. Photometric Image-Based Rendering for Virtual Lighting Image Synthesis. In: 2nd IEEE and ACM International Workshop on Augmented Reality. San Francisco, 1999. 115~124
- 4 Mukaigawa Y, Miyaki H. Photometric Image-Based Rendering for Image Generation in Arbitrary Illumination. In: Proceedings of IC-CV01, 2001, 2: 652~659
- 5 董再励, 王建刚, 徐心平. 一种基于立体视觉的多视点建模方法. 中国图象图形学报, 1997, 2(7): 461~463
- 6 于洪川, 吴福朝, 阮宗才, 韦穗. VR 环境图像生成中几项关键技术研究. 计算机研究与发展, 1999, 36(11): 1349~1357
- 7 徐丹, 王平安. 变化光照的对象图像合成. 软件学报, 2002, 13(4): 501~509
- 8 Shashua A, Riklin-Raviv T. The Quotient Image: Class-Based Rendering and Recognition with Varying Illuminations. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 25(2): 129~139
- 9 Basri R, Jacobs D W. Lambertian Reflectance and Linear Subspaces. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25 (2): 218~233
- 10 Epstein R, Yuille A L, Belhumeur P N. Learning Object Representations from Lighting Variations. In: Proceedings of the International Workshop on Object Representation for Computer Vision. Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag, 1996. 179~199
- 11 Ramamoorthi R. Analytical PCA Construction for Theoretical Analysis of Lighting Variability in Image of a Lambertian Object. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(10)
- 12 Wong Tien-Tsin, Heng Pheng-Ann, Or Siu-Hang, Ng Wai-Yin. Image-based Rendering with Controllable Illumination. In: Proceedings of the Eighth Eurographics Workshop on Rendering, 1997. 13~22
- 13 Zhang Zhi-yong, Pan Zhi-geng, Zhang Ming-min. Spherical Harmonic Descriptor For Gray-level Image Similarity Matching. In: Proceedings of the third international conference on Image and Graphics, 2004. 164~167
- 14 <http://cvc.yale.edu/people/faculty/belhumeur> <http://www.cog.rown.edu/~tarr/stimuli.html>

(上接第 160 页)

**结论** 通过分析和实验证实: 本文提出的这种新的在关系数据库中挖掘频繁项集的算法, 利用标准 SQL 语言实现频繁项集的挖掘是快速有效的, 该算法实现简单, 适用范围较广, 有一定的实用性。

### 参考文献

- 1 Schuster A, Wolff R, Trock D. A high-performance distributed algorithm for mining association rules [J]. Knowledge and Information Systems, 2004
- 2 范明, 孟小峰, 等译. 数据挖掘—概念与技术 (M). 北京: 机械工业出版社, 2001

- 3 Agrawal R, Shim K. Developing tightly-coupled data mining Applications on a Relational Database System [A]. In: Proc. of the 2nd Int'l Conference on Knowledge Discovery In Databases and Data Mining [C]. Portland, Oregon, 1996. 287~290
- 4 周剑雄, 王明哲. 基于关联规则的数据挖掘技术的快速算法 (J). 计算机工程, 2003, 7(12)
- 5 杨炳儒, 孙海洪, 等. 利用标准的 SQL 查询挖掘多值型关联规则及其评价 (J). 计算机研究与发展, 2002, 3(3)
- 6 王芳, 王万森. 关系数据库中关联规则挖掘的一种高效算法 (J). 微机发展, 2004, 9(9)
- 7 萨师焯, 王珊. 数据库系统概论. 第三版. 北京: 高等教育出版社, 2000
- 8 董淳, 王敏慧, 等. 关系表中联系规则挖掘的设计和实现 (J). 计算机工程, 1999, 1(1)