线性组合预测模型及其应用 *)

甘健胜[1] 陈国龙[2]

(福建行政学院福建经济管理学院 福州 350002)[1] (福州大学数学与计算机科学学院 福州 350002)[2]

摘 要 预测的关键是建立合理的预测模型。不同的预测模型各有长处,通过对不同预测模型的线性组合可以得到效果更好的线性组合预测模型。本文以福建城镇居民恩格尔系数为研究对象,分别建立线性回归预测模型、灰色系统预测模型、遗传神经网络(GABP)预测模型,并在此基础上建立线性组合预测模型。实证研究表明,线性组合预测模型预测效果较好。

关键词 线性回归模型,灰色系统模型,GABP模型,线性组合模型,恩格尔系数

Linear Combination Forecasting Model and its Application

GAN Jian-Sheng[1] CHEN Guo-Long[2]

(Fujian School of Administration, Fujian Institute of Economics and Management, Fuzhou 350002)[1]

(Institute of Mathematics and Computer Science, Fuzhou University, Fuzhou 350002)[2]

Abstract The key of forecasting is modeling, but every kind of model has its own advantages. A more efficient model can be obtained by a linear combination of some models. In this paper, Fujian urban household's Engle coefficient is forecasted by linear regression model, gray system model, genetic algorithms back propagation network (GABP) model and linear combination model. It is found that the best one is the linear combination model.

Keywords Linear regression model, Gray system model, GABP model, Linear combination model, Engle coefficient

1 引言

预测的质量不仅与所使用的数据,而且与选用的预测模型密切相关。预测科学发展至今,已积累了许多行之有效的预测方法。据不完全统计,多达300种[1],因此选择合适的模型是预测面临的关键问题。就一个问题的预测而言,可以选用不同的预测方法,各种预测模型从不同角度对系统进行模拟,它们之间有着相互联系的一面。组合预测方法就是把不同模型的预测结果综合起来,取长补短,从而达到提高预测精度和增加预测可靠性的效果[5,14]。组合预测的形式多种多样,线性组合预测是其中的重要形式。本文以福建城镇居民恩格尔系数为研究对象,分别建立线性回归模型、灰色预测模型、GABP神经网络预测模型,以及线性组合预测模型,对各种预测模型效果进行实证比较。

2 单项预测模型

2.1 线性回归模型

多元线性回归模型:设随机变量 y 与一组 k 个解释变量 $X_1,X_2,\cdots,X_k$ 满足线性函数关系。对于容量为 n 的样本 $X_{(1)},X_{(2)},\cdots,X_{(n)}$,其中 $X_{(i)}=(1,x_{1i},x_{2i},\cdots,x_{ki})$,$i=1,2,\cdots,n$,考虑到随机因素的影响,建立线性回归模型:

$$Y=XB+\varepsilon \tag{1}$$

其中 $Y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_n\end{pmatrix}$,$X=\begin{pmatrix}1&x_{11}&\cdots&x_{k1}\\1&x_{12}&\cdots&x_{k2}\\\vdots&\vdots&\cdots&\vdots\\1&x_{1n}&\cdots&x_{kn}\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}b_0\\b_1\\\vdots\\b_k\end{pmatrix}$,$\varepsilon=\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\\varepsilon_2\\\vdots\\\varepsilon_n\end{pmatrix}$

模型(1)进行参数估计时,随机误差项以及观察值矩阵做以下假定[13]:

(1)$\varepsilon_i\sim N(0,\sigma^2)(i=1,2,\cdots,n)$

(2)$\mathrm{Cov}(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0\ (i\neq j;i,j=1,2,\cdots,n)$

(3)$\mathrm{Cov}(X_i,\varepsilon_j)=0\ (i=1,2,\cdots,n)$

(4)$\mathrm{rank}(X)=k+1$

其中 σ^2 为未知参数。

模型(1)的参数估计:在 $X_{(i)}=(1,x_{1i},x_{2i},\cdots,x_{ki})$ 处,因变量的观察值为 $y_i(i=1,2,\cdots,n)$,因变量的拟合值为

$$\hat{y}_i=\hat{b}_0+\hat{b}_1x_{1i}+\cdots+\hat{b}_kx_{ki}=X_{(i)}\hat{B} \tag{2}$$

定义残差 $e_i=y_i-\hat{y}_i(i=1,2,\cdots,n)$

记 $e=(e_1,e_2,\cdots,e_n)^T$

则 $e=Y-X\hat{B}$

令 $Q(\hat{B})=\sum_{i=1}^{n}e_j^2=e^Te=(Y-X\hat{B})^T(Y-X\hat{B})$

$=Y^TY-2\hat{B}^TX^TY+\hat{B}^TX^TX\hat{B}$

按照最小二乘法,要求参数 $\hat{B}$ 使得 $Q(\hat{B})$ 达到最小。实际上,令

$$\frac{\partial Q}{\partial\hat{B}}=\frac{\partial}{\partial\hat{B}}(Y^TY-2\hat{B}^TX^TY+\hat{B}^TX^TX\hat{B})=0$$

即 $-2X^TY+2X^TX\hat{B}=0$

整理,得 $X^TX\hat{B}=X^TY$ 当 $|X^TX|\neq0$ 时,

模型(1)的参数估计 $\hat{B}=(X^TX)^{-1}X^TY$

2.2 灰色预测模型

灰色预测模型:若时间序列样本为 $X^{(0)}=\{X^{(0)}(1),X^{(0)}(2),\cdots,X^{(0)}(n)\}$,其累加生成列

$$X^{(1)}(k)=\sum_{i=1}^{k}X^{(0)}(i)(\ k=1,2,\cdots,n\ )$$

累加生成列 $X^{(1)}(k)$ 满足下面微分方程,式中 a 称为发展灰数,u 称为内生控制灰数:

$$\frac{\mathrm{d}X^{(1)}}{\mathrm{d}t}+aX^{(1)}=u \tag{3}$$

模型(3)的参数估计 $\begin{pmatrix}a\\u\end{pmatrix}=(B^TB)^{-1}B^TY$,

*)国家自然科学基金资助项目(j0524009)、福建自然科学基金资助项目(A0410010)、福建省社会科学研究"十五"规划项目(2003E171)。**甘健胜** 副教授,硕士,研究方向为经济模型与预测;**陈国龙** 教授,博士,研究方向为智能优化算法、计算机网络。

其中 $B=\begin{pmatrix} -(X^{(1)}(1) & +X^{(1)}(2))/2 & 1 \\ -X^{(1)}(2) & +X^{(1)}(3))/2 & 1 \\ & \vdots & \\ -(X^{(1)}(n-1) & +X^{(1)}(n))/2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$Y=\begin{pmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{pmatrix}$$

把 a,u 的估计值代入(3),得到灰色预测模型[11]:

$$\hat{X}^{(1)}(k+1)=(X^{(0)}(1)-\frac{u}{a})e^{-ak}+\frac{u}{a} \quad (4)$$

$k=0,1,2,\cdots,n-1$

定义累减生成列为:

$\hat{X}^{(0)}(1)=X^{(1)}(1)$,

$\hat{X}^{(0)}(k)=\hat{X}^{(1)}(k)-\hat{X}^{(1)}(k-1)\ (k\geqslant 2)$

当 $k>n$ 时,$\hat{X}^{(0)}(k)$ 为预测值。

2.3 GABP 神经网络模型

GABP 神经网络模型权值训练主要步骤是:

Step1. 设置参数

种群规模 L、交叉概率 P_c、变异概率 P_m、最大进化代数 $G_{\max}$、网络层数和每层神经元数、误差精度 ε。

Step2. 实值编码

采用实值编码。种群规模 L 的神经网络记为 $W=(W_1,W_2,\cdots,W_L)^T$

其中个体 $W_i=(w_{i1},w_{i2},\cdots,w_{in})$ 为一个染色体,代表一个神经网络的初始值分布。每个基因表示一个神经网络的一个连接权值或阈值,则个体长度为 BP 神经网络的权值个数与阈值个数之和。即

$n=o\times p+p\times q+p+q$

Step3. 样本归一化

样本归一化后训练效果较好[10]。

Step4. 适应度评价函数

将归一化后的样本输入 GABP 模型,第 l 条染色体的适应度评价函数 $F(l)$ 为:

$$E(l)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{r=1}^{q}(t_{kr}-Z_{kr}^{l})^2,F(l)=\frac{1}{E(l)+0.01}$$

Z_{kr}^{l} 为第 l 条染色体,第 k 个学习样本输入 GABP 模型计算后第 r 个节点的输出。

BP 神经网络的正向处理过程包括下面几步,记

$\mathrm{net\_gj}=\sum_i u_{ij}X_i+a_j$

$\mathrm{net\_hr}=\sum_j v_{jr}y_j+b_r$

输入第 k 个学习样本后,分别计算隐层和输出层节点的输出 y_j、z_r

$y_j=f(\mathrm{net\_gj})$

$z_r=f(\mathrm{net\_hr})$

u_{ij}、v_{jr} 分别表示连接输入层第 i 个节点和隐层第 j 个节点的权值、连接隐层第 j 个节点和输出层第 r 个节点的权值。

a_j,b_r 分别表示第 j 个隐层节点的阈值和第 r 个输出层节点的阈值。

f 为 Sigmoid 激活函数,$f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$

Step4. 选择算子

采用适应度比例选择,其中每个个体被选择的期望数量与其适应度和群体平均适应度的比例有关,通常采用轮盘赌(roulette wheel)方式实现。

对于给定的规模为 L 的群体 $W_1,W_2,\cdots,W_L$,第 l 个个体的适应度为 $F(l)$。对适应度从大到小进行排列,排序后的适应度还记为 $F(l)$,其选择概率

$$P(w_l)=\frac{F(l)}{\sum F(i)} \quad l=1,2,\cdots,L$$

该式决定后代种群中个体的概率分布,其中父代群体中个体生存的期望数目为:

$E(w_l)=L*P(w_l)\ l=1,2,\cdots,L$

当群体中个体适应度的差异非常大时,最佳个体与最差个体被选择的概率之比也将按指数增长。最佳个体在下一代的生存机会将显著增加,而最差个体的生存机会将被剥夺。设

$$g(l)=\sum_{i=1}^{l}P(i)$$

具体步骤为:适应度最优秀的若干个父代直接进入子代群体,构造序列

$\{g(i)\mid i=1,2,\cdots,L\}$

把[0,1]区间分成 L 个子区间;这些子区间与 L 个父代个体 $W_1,W_2,\cdots,W_L$ 建立一一对应关系,生成若干个随机数 $u(k)$。若 $u(k)$ 在 $(g(i-1),g(i))$,则第 i 个个体被选中。

Step5. 交叉算子

交叉是从种群中选择两个个体进行交配,形成新的个体进入下一代。交叉算子以 P_c 交叉概率从两个亲代染色体中随机选取若干个交叉位置进行交叉,从而使子代染色体含有两个亲代染色体的遗传基因。种群中有期望 $p_c\times L$ 个的染色体进行交叉操作。交叉过程中,实值编码直接把每个权值、阈值当作基因处理。

具体步骤为:W_1、W_2 染色体均由 n 个权值组成,即 W_1,W_2 染色体各有 n 个基因,交叉概率为 P_c。首先确定 W_1,W_2 的交叉位置。随机产生 n 个(0,1)之间均匀分布的随机数组成随机数组 R,将 R 数组各元素分别与交叉概率 P_c 进行比较,如果第 i 个元素满足 $R_i<P_c$,则对 W_1、W_2 两个染色体上相应位置的基因(权值)W_{1i}、W_{2i} 进行交叉。随机产生(0,1)之间的小数 c,对交叉位置权值 W_{1i},W_{2i},进行如下运算:

$W'_{1i}=c\cdot W_{1i}+(1-c)\cdot W_{2i}$

$W'_{2i}=(1-c)\cdot W_{1i}+c\cdot W_{2i}$

W'_{1i}、W'_{2i}—交叉后染色体 W_1、W_2 第 i 个基因上的权值。

在一个种群中交叉个体数目期望 $P_c\cdot L$ 取决于交叉概率。

Step6. 变异算子

变异是使种群中少数个体突变而增加种群的多样性,获得更宽的搜索范围[4]。随机产生 n 个(0, 1)间均匀分布的随机数组成随机数组 R。将 R 数组的各元素分别进行变换,$R_i=(u_i-0.5)*2$ 的各元素应为(−1, 1)间均匀分布的随机数,实现变异算子对染色体上基因的正向和负向变异。对第 l 条染色体进行变异操作,具体操作如下:

设变异概率为 P_m,若 $-P_m<R_i<P_m$,则将 R_i 加到第 l 条染色体第 i 个位置基因上,完成对第条染色体第 i 个基因的变异操作。变异后的染色体成为子代染色体。

在一个种群中变异个体数目期望 $P_m\cdot L$ 取决于变异概率。

Step7. 终止条件

若群体的适应度趋于稳定,或者训练已到达预定的进化代数,或者当全部样本的输出误差小于设定的误差精度 ε,训练结束。否则,网络按上述过程继续学习,重新训练,直到满足结束条件为止。

3 线性组合预测模型

3.1 组合预测

目前,单项经济预测方法在经济预测中仍占据主导地位,然而各种单项预测模型都有自己的假设前提、特点和适用场合。如经典线性回归模型要求变量之间线性关系显著,对于出现数据序列相关、异方差性、多重共线性等要进一步讨论。灰色系统模型虽然要求的数据序列较短,但是用于 GM(1,1)建模的原始序列 $X^{(0)}$ 需要一定的前提条件:一是非负序列,二是等时距[12],同时生成数据序列满足指数规律 $Ae^{at}+B$。在初始条件 $\hat{X}^{(0)}(1)=X^{(1)}(1)=X^{(0)}(1)$下的解,得到的拟合曲线必然通过点$(1,X^{(0)}(1))$。而由最小二乘法原理,拟合曲线并不一定要通过第一个数据点,限定初始条件的理论依据并不存在。虽然遗传神经网络在对非线性数据处理上比 BP 网络更强,但是 GABP 神经网络在网络层次与参数设置上带有一定的主观性与经验性,也可能产生过度拟合情形。

鉴于不同的单项预测模型利用的样本数据不尽相同,它们从不同的角度提供各个方面有用的信息,各有优点和缺点。在得到多个独立预测模型的研究结果后,寻找既基于这些单项预测模型的结果,又能够博采众长,从而得到更好效果的组合预测模型,是一项十分有意义的研究。

1954 年,Schmitt 首次提出了组合预测的方法,对美国 37 个大城市的人口进行预测。1969 年,J. N. Bates 和 C. W. J. Granger 首先提出了组合预测的理论和方法[15],组合预测的基本思想就是采用某种恰当的方法,把不同模型的计算结果综合起来,相互取长补短,从而达到提高预测精度和增加预测结果可靠性的效果。

综上所述,组合预测就是设法把不同的预测模型组合起来,综合利用各种预测方法所提供的信息,以适当的加权平均形式得出组合预测模型[5]。组合预测的关键是如何求出加权系数,使得组合预测模型更加有效地提高预测精度。

3.2 线性组合模型

线性组合预测方法是以“过去一段时间内组合预测误差平方和最小[2]”原则来求各个预测模型的加权系数。设

$y_{(t)}$ 为一预测对象某个指标序列,$t=1,2,\cdots,n$;

$y_{i(t)}$ 为第 i 个预测模型在第 t 时刻的预测值,$i=1,2,\cdots,m;t=1,2,\cdots,n$;

$e_{it}=y_{(t)}-y_{i(t)}$ 为第 i 个预测模型在第 t 时刻的预测误差,$i=1,2,\cdots,m;t=1,2,\cdots,n$。

预测误差信息矩阵:

$E=(e_{it})_{m\times n}(e_{it})_{m\times n}{}^T$

若 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_m)^T$ 为 m 个预测模型线性组合的加权系数,则线性组合模型为:

$$\hat{y}_t=w_1y_{1(t)}+w_2y_{2(t)}+\cdots+w_my_{m(t)} \quad (5)$$

$t=1,2,\cdots,n$。

线性组合加权系数满足 $w_1+w_2+\cdots+w_m=1$,其中 $w_i\geqslant 0,i=1,2,\cdots,m$。

在 t 时刻线性组合模型的预测误差为:

$e_t=y_{(t)}-\hat{y}_t,t=1,2,\cdots,n$

则线性组合预测误差平方和

$$SSE=\sum_{t=1}^{n}e_t^2=\sum_{t=1}^{n}(\sum_{i=1}^{m}w_ie_{it})^2=W^TEW$$

3.2.1 线性组合模型最优加权系数

以误差平方和(SSE)最小为准则,不变权系数线性组合模型(5)最优权系数 W_0 为线性规划问题(6)的最优解,其中 R_m 为元素全为 1 的 m 维行向量。

$$\min SSE=W^TEW \quad (6)$$

$$\text{S. T. } R_mW=1$$

由模型(6)解得线性组合模型(5)的最优加权系数 W_0 为[6,8]:

$$W_0=\frac{E^{-1}R_m^T}{R_mE^{-1}R_m^T}$$

3.2.2 线性组合模型非负最优加权系数

由于模型(6)得到的最优加权系数向量 W_0 可能出现负分量,在实际应用中为了避免出现负权重,增加非负约束,得到模型(7),从而求出线性组合模型(5)的非负最优加权系数。

$$\min SSE=W^TEW \quad (7)$$

$$\text{S. T. } R_mW=1$$

$$W\geqslant 0$$

若模型(6)的最优解向量非负,则它与模型(7)的最优解向量相同。模型(7)求得非负最优加权系数可使得线性组合模型(5)有效地提高预测精度[3,7]。

4 线性组合预测模型应用

4.1 资料收集

建模数据来自福建统计年鉴[9],主要指标有 1981~2003 年的人均 GDP、人均消费支出、人均食品支出、城镇居民恩格尔系数。其中 1981~2003 城镇居民恩格尔系数变化见图 1。

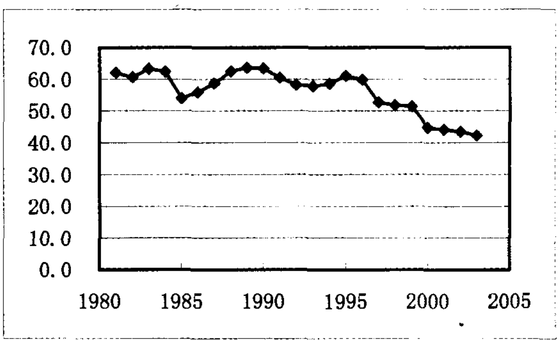

图 1 1981~2003 恩格尔系数曲线

4.2 研究结果与分析

4.2.1 线性回归模型

由于恩格尔系数是食品支出与消费总支出的比例系数,即,E=F/C。经过对数变换后,得到

$\ln E=\alpha-\beta\ln C+\gamma\ln F$;

记 $Y=\ln E$;$X_1=\ln C$;$X_2=\gamma\ln F$

得到可线性化多元线性回归模型:

$$y=4.53-0.8478X_1+0.8449X_2 \quad (8)$$

(65.02) (−11.16) (9.99)

$R^2=0.9149,F=107.5$

线性回归模型(8)通过 $\alpha=5\%$ 系数显著性检验、模型显著性检验。模型拟合预测结果见表 2。

4.2.2 灰色系统模型

数据进行 1-AGO 处理,得到累加生成列。

构造矩阵 B,Y 计算得

$$\hat{\alpha}=\begin{pmatrix}a\\u\end{pmatrix}=(B^TB)^{-1}B^TY=\begin{pmatrix}0.02845\\47.9036\end{pmatrix}$$

由式(4)得城镇居民恩格尔系数的 GM(1,1)预测模型如下:

$$X^{(1)}(k+1)=-1633.79e^{(-0.02845k)}+1683.52 \quad (9)$$

GM(1,1)模型检验:

灰色预测模型(9),相对误差序列 $\phi(i)$ 的计算结果见表 2。

①残差检验。相对误差序列满足 $\phi(i)<5\%$，

②关联度检验。当 $\rho=0.5$ 时，关联度 $r=0.6704>0.6$，

③后验检验。原始数列标准差 $s_1=4.8295$，绝对误差序列的标准差 $s_2=0.7106$。

方差比 $c=s_2/s_1=0.1471<0.35$

小误差概率

$\{e_i\}=\{|\Delta^{(0)}(i)-\bar{\Delta}^{(0)}|\}=\{1.001,0.459,0.226,0.576,0.657\}$

$s_0=0.6745$，$s_1=3.257$

则 $P=p(e_i<s_0)=1>95\%$ 成立。

因为 $p>95\%$，$c<0.35$，所以该灰色模型预测精度等级为好。灰色系统模型(9)通过残差检验、关联度检验、后验检验。模型拟合预测结果见表2。

表1 GABP模型网络权值

隐含层			阈值	输出层	阈值
7.1666	8.2533	4.0994	−13.9224	−0.1324	7.335
5.9770	−7.9078	4.3331	−2.2358	1.9406	
6.5188	10.2112	−5.5799	−4.4705	2.5515	
−10.2422	4.5366	2.0882	3.5207	2.5583	
−11.4638	4.6654	3.5950	−1.467	−6.0577	
−9.4971	−14.489	−3.1319	0.9107	−4.9649	
−6.9461	3.3734	−8.8245	3.0039	4.4730	
26.6358	1.7450	2.4331	0.985	−11.7353	

4.2.3 神经网络模型

GABP神经网络模型网络权值训练。设置种群规模 $L=50$，交叉概率 $P_c=0.4$，变异概率 $P_m=0.05$，最大进化代数 $G_{\max}=2000$。GABP网络层数3，每层神经元数3−8−1，误差精度 $\varepsilon=0.0001$。传递函数为Sigmoid型函数。

神经网络模型训练：训练样品采用1981～1998年的人均GDP、人均消费支出、人均食品支出作为输入，1981～1998年相应的恩格尔系数作为输出。输入、输出数据归一化[10]后进行网络权值训练。训练误差精度小于指定值后，固定网络权值。网络权值经过235次训练，误差达到预定精度。GABP神经网络的权值见表1。运用GABP模型拟合预测结果见表2。

4.2.4 线性组合预测模型

在得到福建城镇恩格尔系数线性回归模型、灰色预测模型、GABP模型的预测结果之后，就可以建立恩格尔系数线性组合模型并进行预测。

①信息误差矩阵 E

根据上述预测结果得到预测误差信息矩阵为

$$E=\begin{pmatrix}16.2487 & 6.7214 & -5.4463\\ 6.7214 & 4.3227 & -3.0809\\ -5.4463 & -3.0809 & 3.2126\end{pmatrix}$$

②线性组合模型最优加权系数

由式(6)得到 $W_0=(0.0323,0.4160,0.5517)^T$，因为 $W_0>0$，所以该解就是模型(7)的解，因此线性组合模型(6)非负最优加权系数向量为

$W_0=(0.0323,0.4160,0.5517)^T$

③线性组合预测模型

根据上述分析的结果以及式(5)可以得到福建城镇居民恩格尔系数线性组合预测模型为

$$y(t)=w_1y_1(t)+w_2y_2(t)+w_3y_3(t)$$
$$=0.0323y_1(t)+0.4160y_2(t)+0.5517y_3(t)$$

4.2.5 模型预测效果比较

福建城镇居民恩格尔系数的线性回归预测模型、灰色预测模型、GABP预测模型与线性组合预测模型的平均相对误差指标计算结果见表2。

由表2可以看出：与线性回归模型、灰色系统模型、BPNN模型比较，线性组合预测模型具有较高的预测精度。

表2 不同模型预测结果比较

年份	实际值	回归模型		灰色模型		GABP模型		组合模型	
		预测值	相对误差	预测值	相对误差	预测值	相对误差	预测值	相对误差
1999	51.4	50.1	2.88	49.73	3.26	52.69	2.52	51.37	0.05
2000	44.7	48.01	3.51	45.83	2.53	44.04	1.48	44.91	0.48
2001	44.1	45.91	6.01	44.55	1.02	43.42	1.55	43.97	0.29
2002	43.5	43.81	3.89	43.30	0.24	42.73	1.54	43.00	1.14
2003	42.2	41.72	2.84	42.08	0.28	42.44	0.56	42.27	0.16
			3.83%		1.46%		1.53%		0.43%

结束语 在运用多个预测模型研究结果的基础上建立的线性组合预测模型，其预测效果比各个模型预测效果更好。线性组合预测模型关键问题是求出各个预测模型的最优线性组合加权系数，使得线性组合预测模型能够有效地提高预测精度。通过福建城镇居民恩格尔系数预测模型实证表明：线性组合预测模型在提高预测精度，减少预测风险方面具有优势。因此在研究和解决实际预测问题中，线性组合模型将会得到广泛的应用。

参考文献

1 冯文权，茅奇，周毓萍. 经济预测与决策技术. 第四版. 武汉：武汉大学出版社，2002
2 唐小我. 预测理论及其应用[M]. 成都：电子科技大学出版社，1992
3 曾勇，曹长修，等. 非负权重最优组合预测方法研究[J]. 管理工程学报，1995，9(3)：153～161
4 李敏强，寇纪淞，林丹，等. 遗传算法的基本理论与应用[M]. 北京：科学出版社，2003
5 马永开，唐小我. 线性组合预测模型优化问题研究[J]. 系统工程理论与实践，1998，18(9)：110～114，123
6 曾勇，唐小我. 线性规划在非负权重最优组合预测计算中的应用[J]. 预测，1994，13(3)：55～56，54
7 唐小我，曹长修，金德运. 组合预测最优加权系数向量的进一步研究[J]. 预测，1994，3(2)：48～49
8 王明涛. 非线性规划在确定组合预测权系数中的应用[J]. 预测，1994，13(3)：60～61
9 福建省统计局. 福建统计年鉴2004[M]. 北京：中国统计出版社，2004
10 闻新，周露，李翔. MATLAB神经网络仿真与应用[M]. 北京：科学出版社，2003
11 邓聚龙. 灰色系统经济与社会[M]. 北京：国防工业出版社，1985
12 刘思峰，邓聚龙. GM(1,1)模型的适用范围. 系统工程理论与实践，2000，20(5)：121～124
13 [美]格林 W H. 计量经济学[M]. 北京：中国社会科学出版社，1998
14 Bunn D W. Forecasting with More than one Model. Journal of Forecasting，1989，8(3)：161～166
15 Bates J M，Granger C W J. The Combination of Forecasts. Operations Research Quarterly，1969，20(4)：451～468