

多维背包问题的禁忌搜索求解^{*})

贺 一^{1,2} 邱玉辉¹ 刘光远³ 曾绍华²

(西南大学计算机与信息科学学院 重庆 400715)¹

(重庆师范大学管理学院 重庆 400047)² (西南大学电子信息工程学院 重庆 400715)³

摘要 借鉴认知心理学有关记忆系统的表述,在禁忌搜索算法中引入长时记忆,构造了基于双禁忌表的禁忌搜索算法。多维 0-1 背包问题的仿真实验表明,该算法是可行的、有效的。

关键词 禁忌搜索, 双禁忌表, 多维 0-1 背包问题

A Tabu Search Algorithm for the Multidimensional Knapsack Problems

HE Yi^{1,2} QIU Yu-Hui¹ LIU Guang-Yuan³ ZENG Shao-Hua²

(Faculty of Computer & Information Science, Southwest-China University, Chongqing 400715)¹

(School of Management, Chongqing Normal University, Chongqing 400047)²

(School of Electronic & Information Engineering, Southwest-China University, Chongqing 400715)³

Abstract Inspired by the human memory system of the cognitive psychology, the concept of long term memory is introduced to Tabu Search and a Tabu Search algorithm based on double tabu list for the multidimensional 0-1 knapsack problems is proposed. The computational experiments show that the proposed algorithm is feasible and effective.

Keywords Tabu search, Double tabu list, Multidimensional 0-1 knapsack problems

1 引言

背包问题(Knapsack Problem)是运筹学中一个经典的具有 NP 难度的组合优化问题,有着广泛的实际应用背景,如投资决策、资源分配、项目选择、材料切割、货物装载等问题。背包问题给出一套实体及它们的价值和尺寸,选择一个或多个互不相干的子集,使每个子集的尺寸不超过给定边界,而被选择的价值总和最大。具体地,给定 m 种资源(如空间、容积、载重量等),各种资源的最大提供数量是 $b_i, i=1, 2, \dots, m$, 现将 n 种物品装入背包,第 j 项物品占用第 i 种资源的量是 $a_{ij}, j=1, 2, \dots, n$, 受益量是 c_j , 求一个二进制向量 $X=(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, 使总受益最大。本质上,这是一个整数规划,其形式化描述如下:

$$\text{Max} \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

s. t.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$x \in \{0, 1\}$$

x 的取值只能是 0 或 1, 取 1 表示该物品装入背包, 取 0 表示不装入, 并且要满足所有的约束条件。

背包问题的空间复杂度为 $O(2^n)$, 若采用穷举法搜索求解, 则其时间复杂度也为 $O(2^n)$, 呈指数级增长。显然, 穷举法是不可取的。近几十年来, 人们一直在寻求高效的求解方法, 以降低过于庞大的计算量。从已有研究成果看, 求解多维背包问题主要有精确算法和启发式算法两大类。其中, 精确算法包括: 分枝限界法(Branch and Bound Method)^[1,2]、列举

法(Enumeration Algorithm)^[3]、基于分治思想的二表法(Two-list algorithm)^[4]、基于启发式思想的近似动态规划法(Approximate Dynamic Programming)^[5]、渗透法(percolation algorithm)^[6]等。启发式算法主要包括: 遗传算法(Genetic Algorithm, GA)^[7~9]、蚁群系统(Ant Colony System, ACS)^[10,11]、免疫算法(Immune Algorithm)^[12~14]、禁忌搜索算法(Tabu Search, TS)^[15~17]等。由于启发式算法是模拟自然现象或人类思维过程而提出的新型算法, 具有框架灵活、与问题本身无关等一系列优点, 因而获得了非常广泛的应用。基于此, 本文在前期工作的基础之上^[18,19], 针对多维 0-1 背包问题设计了一种基于双禁忌表的 TS 算法, 仿真实验表明, 该算法是可行的、有效的。

2 禁忌搜索

禁忌搜索(TS)是一种模仿人类智力过程的亚启发式(meta-heuristic)搜索技术, 由 Glover 教授^[20] 首先提出, 并成功应用于复杂组合优化问题的求解。与其它启发式算法相比较而言, TS 最大的优点在于具有记忆功能, 能避免搜索陷入局部最优。邻域结构、禁忌对象、特赦规则、集中性与多样性策略等是 TS 算法设计中的关键。有关 TS 算法的详细介绍请参阅文^[20]。

3 基于双禁忌表的 TS 算法

3.1 基本思想

TS 算法本身是对人的记忆系统的一种模拟, 在人的记忆系统中, 包括有感觉记忆、短时记忆和长时记忆^[21]。基本 TS

^{*}) 本文受到教育部重点课题资助(No. 104262)。贺 一 博士, 副教授, 研究方向为计算智能、并行计算等。邱玉辉 教授, 博士生导师, 长期从事非单调推理、近似推理、机器学习和分布式人工智能的教学与研究工作。刘光远 博士, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为神经网络、模型控制、现代优化方法、智能信息处理等。曾绍华 博士研究生, 主要研究方向为智能控制。

算法主要是对短时记忆的模拟,即禁忌表(相当于短时记忆)。本文的主要贡献在于在 TS 算法中引入了长时记忆,即,基于双禁忌表的 TS 算法。这两个禁忌表,分别称为短禁忌表和长禁忌表,如图 1 所示。认知心理学认为,进入长时记忆的内容必须经过感觉记忆和短时记忆的加工。与此相似,短禁忌表用于存放当前搜索到的解,经过一段时间(即禁忌长度)的迭代,该解被释放出来(解禁)并进入长禁忌表。区别在于,短禁忌表的禁忌长度很短,而长禁忌表的禁忌长度很长。

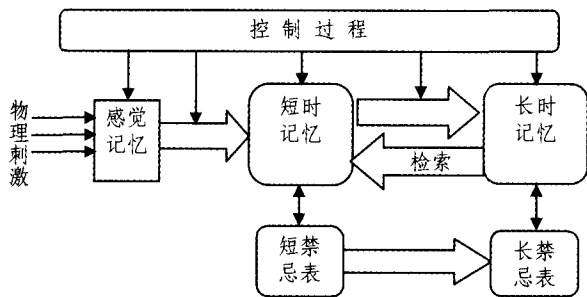


图1 双禁忌表与记忆系统的对应关系

3.2 算法设计

针对多维 0-1 背包问题的特点,我们进行了如下算法设计:

(1)解的形式

解的形式定义为: $X=(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, 其中, ξ_i 的取值是 0 或 1。

(2)禁忌对象

禁忌对象设为解的目标值,即总的受益值。若禁忌对象设为解本身,从我们的实验看,其结果是一样的。这是因为,对于同一个目标值,几乎只有一个解。

(3)初始解

采用贪心法生成高质量的初始解,即按物品的价值/体积之比降序排列,以容量约束判别进包物品,并生成一个物品的装包序列。

(4)邻域结构

解的邻域定义为:

$$N(x) = \{y | y - x = \sum_{i=1}^n |y_i - x_i| \leq k\}, \text{ 其中, } k \text{ 为一正整数。}$$

即生成规则为:从已装入的物品中随机剔除一个或多个,再从未装入的物品中随机选取一个或多个装入背包,并以容量判别是否为合法解。若为非法解,则丢弃。

(5)集中性(intensification)与多样性(diversification)策略

集中性与多样性策略是 TS 算法设计中的关键步骤之一,也是算法成功的重要因素之一,详见文[18,19]。本文参照文[18]的设计思想,将邻域中的元素划分为两部分,前面约 1/4 的元素为集中性元素,后面约 3/4 的元素为多样性元素。区别在于,生成这些元素时,从已装入的物品序列中剔除物品的选取范围不同。生成集中性元素时,剔除物品的选取范围为后 20%;生成多样性元素时,剔除物品的选取范围为 100%,如图 2 所示。这是因为,集中性元素强调的是解的质量要好,而多样性元素强调的是尽量搜索以前未搜索过的空间。

(6)短禁忌表、长禁忌表与变异操作

短禁忌表是对当前搜索信息的存储,而长禁忌表是对历史搜索信息的存储。在长禁忌表更新时,若当前解与长禁忌表中的某个解相同,则意味着出现了循环。当然,可以允许搜索出现一定程度的循环,即设定每个解可允许重复出现的次数。在本文算法中,每个解允许重复的次数设为 3。为避免再次循环,当第 3 次重复时,则对当前解实施简单的变异操作,即,在当前解中随机选取一位,若该位是 0,则变为 1,若该位是 1,则变为 0。

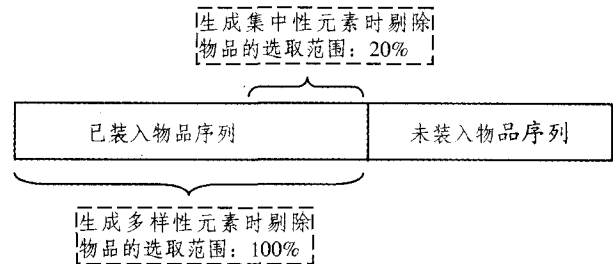


图2 集中性与多样性策略

(7)算法基本流程

step1 基于贪心法生成初始解;

step2 生成邻域;

step3 生成候选集;

step4 得到当前解;

step5 短禁忌表更新;

step6 长禁忌表更新与变异操作;

step7 判断是否达到迭代的最大允许步数,若已达到,则算法结束;若未达到,则用当前解作为下一步迭代的初始解,转 step2。

4 仿真实验

为检验本文算法的有效性,采用文[22]提供的标准测试数据进行测试,共 55 个实例,算法的主要参数设置见表 1。对于 55 个实例,均独立运行 20 次,每个实例均能得到最优解,限于篇幅,本文仅列出部分较大规模背包问题的实验结果,详见表 2。图 3 是部分背包问题在一次实验中获得最优值的目标函数值变化情况,即搜索过程。表 3 所示的是本文算法所求的两个大规模背包问题的最优解及相应的装包顺序。表 4 所示的是本文算法与文[12]免疫克隆优势算法(ID-CA)的对比结果。

表1 算法主要参数设置

参数名称	设置值
短禁忌表长度	n/2
长禁忌表长度	2n
邻域规模	2n~4n
候选集规模	n
最大允许迭代步数	4n
生成邻域时剔除物品的数量	2~4

注:n 为物品数

上述实验采用 Matlab 语言在 Celeron (R) 2. 6GHz、512MB RAM 的 PC 上完成。

实验结果表明,基于双禁忌表的 TS 算法解决多维 0-1 背包问题是有效的。与相应的启发式算法相比,长禁忌表的引入,改善了陷入局部极小值的情形,寻优效果明显,收敛速度快。

表 2 实验结果

测试数据				O _n 获优 次数	获优 概率	受益值			获得最优解的时间(秒)		
名称	m	n	已知最优解			mean	max	min	mean	max	min
pb6.dat	30	40	776	20	100%	776	776	776	9.10	14.86	3.33
pb7.dat	30	37	1035	20	100%	1035	1035	1035	8.50	14.72	1.76
pet3.dat	1	15	4015	18	90%	4014	4015	4005	2.0039	6.453	0.00182
pet5.dat	1	28	12400	18	90%	12398	12400	12370	2.9195	30.61	0.00223
pet7.dat	5	50	16537	17	85%	16535	16537	16524	28.459	100.79	8.555
weing4.dat	2	28	119337	20	100%	119337	119337	119337	12.47	23.73	2.56
weing6.dat	2	28	130623	11	55%	130367.7	130623	129272	12.27	18.67	4.10
weing8.dat	2	105	624319	12	60%	623025.8	624319	621086	151.26	210.09	112.88
weish09.dat	5	40	5246	20	100%	5246	5246	5246	3.26	20.68	0.39
weish11.dat	5	50	5643	20	100%	5643	5643	5643	43.75	111.43	7.38
weish12.dat	5	50	6339	17	85%	6338.85	6339	6338	55.96	100.25	18.65
weish13.dat	5	50	6159	18	90%	6157.8	6159	6147	47.68	89.41	8.70
weish14.dat	5	60	6954	18	90%	6950.8	6954	6921	73.61	109.06	16.62
weish15.dat	5	60	7486	20	100%	7486	7486	7486	65.66	114.11	11.35
weish16.dat	5	60	7289	20	100%	7289	7289	7289	11.44	46.15	0.79
weish17.dat	5	60	8633	19	95%	8632.55	8633	8624	42.64	81.02	18.71
weish18.dat	5	70	9580	19	95%	9579.65	9580	9573	85.29	148.11	52.34
weish19.dat	5	70	7698	20	100%	7698	7698	7698	153.13	278.55	82.10
weish20.dat	5	70	9450	17	85%	9447	9450	9430	109.08	194.18	23.81
weish25.dat	5	80	9939	17	85%	9938.55	9939	9936	88.07	349.55	0.65
weish26.dat	5	90	9584	19	95%	9581.9	9584	9542	146.56	249.73	12.37
weish27.dat	5	90	9819	19	95%	9818.85	9819	9816	125.53	606.31	1.15
weish28.dat	5	90	9492	13	65%	9483.95	9492	9469	393.30	1662.63	5.64
weish29.dat	5	90	9410	20	100%	9410	9410	9410	180.73	330.58	24.40
weish30.dat	5	90	11191	19	95%	11190.55	11191	11182	43.48	67.22	11.59

结论 本文阐述了禁忌搜索的基本思想,结合认知心理学关于人脑记忆系统的表述,构造了基于双禁忌表的 TS 算法,针对多维背包问题的实验表明,该算法具有一定的优越性。具体地,可得出如下结论:

(1)TS 算法可看成是局部邻域搜索算法的推广,因此,邻域的构造成为算法设计的关键。邻域搜索的时间复杂度决定了整个 TS 算法的时间复杂度。本文算法的邻域搜索具有多项式时间复杂度 $O(4n)$,所以,运行速度较快。

(2)长禁忌表的引入,有利于判断是否出现循环,变异操作的引入有利于搜索从解空间的“谷底”跳出,进一步增强了搜索的多样性。

(3)TS 算法具有解决类似于背包问题等复杂问题的能力,无需问题特殊信息,具有一定的通用性。

参 考 文 献

- 1 Shih W. A Branch and Bound Method for the Multiconstraint Zero-One Knapsack Problem. Journal of the Operational Research Society, 1979,30(4): 369~378
- 2 Gavish B, Pirkul H. Efficient Algorithms for Solving Multiconstraint Zero-One Knapsack Problems to Optimality, Mathematical Programming, 1985,31(1): 78~105
- 3 Cabot A V. An Enumeration algorithm for Knapsack Problems. Operations Research, 1970,18(2): 306~311
- 4 李肯立,李庆华,戴光明,周炎涛. 背包问题的一种自适应算法. 计算机研究与发展,2004,41(7): 1292~1297

