

基于多子波的 SAR 图像噪声的抑制^{*}

李卫斌^{1,2} 焦李成¹ 李宗领²

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)¹

(咸阳师范学院图形图像处理研究所 咸阳 712000)²

摘要 SAR 图像的噪声为乘性噪声,传统的图像去噪方法效果较差。SAR 图像噪声抑制的方法一般可分为空域滤波和频域滤波。子波分析是一种典型的频域处理方法,通常首先对 SAR 图像进行子波分解,保留低频,对高频子带的系数做硬阈值或软阈值处理,然后进行重构。对于平滑区域,噪声抑制效果明显,但在边缘细节比较丰富的区域,细节损失严重。本文在子波的预滤波中采用了冗余技术,并利用边缘跟踪算法对子波分解后的高频子带中的边缘和噪声进行有效的分离,从而确保了在抑制噪声的同时保留了边缘信息。实验结果验证了该方法的有效性。

关键词 SAR(合成孔径雷达),乘性噪声,子波分析,多子波,边缘跟踪

Suppression of SAR Image Speckle Based on Multiwavelet

LI Wei-Bin^{1,2} JIAO Li-Cheng¹ LI Zong-Ling²

(National Key Lab for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071)¹

(Institute of Graphics and Image Processing, Xiangyang Normal University, Xiangyang 712000)²

Abstract As a classic method in frequency domain, wavelet analysis begin with decomposing the SAR image, then get the low frequency coefficients which will be kept and soft or hard threshold is applied on the high ones, at last all of them are reconstructed. The noise in the smooth area can be clearly suppressed, but in the areas with rich detail information edge the information detail is lost. The paper presents a method based on multiwavelet. Repeat-row approach is applied in the prefilter of multiwavelet to improve its denoising performance. At the same time the edge and noise which are hidden in the high frequency coefficients are separated by edge tracking algorithm, so that edge information is kept and the noise is suppressed. The numerical examples have proved that the method is more valid than others.

Keywords SAR(synthetic aperture radar), Multiplicative noise, Wavelet analysis, Multiwavelet, Edge track

1 引言

1951 年美国学者 C. Wiley 首次提出 SAR(合成孔径雷达)的概念,在此后的几十年中对它的研究不断深入。SAR 是一种能产生高分辨率遥感图像的相干系统,通过对接收信号的幅值和相位进行处理进而产生图像。SAR 具有全天候、全天时、多波段、多极化工作方式、可变侧视角、穿透能力强和高分辨率等特点,因而在工业、民用和军事上都有着十分广泛的用途。

SAR 图像不仅具有光学图像的几何特征,同时具有重要的电磁特征。单幅 SAR 图像不仅可以提取目标的几何特征,而且可以提取目标的三维高程信息和运动速度信息。但是由于地物目标的复杂性,目标的随机散射信号与发射信号的干涉产生斑点噪声,影响到对 SAR 图像的处理与识别。当斑点噪声比较严重时,大大增加了对于 SAR 图像理解的难度。因此,SAR 图像斑点噪声的抑制是 SAR 图像处理中的重要课题,对图像的后继处理有着重要的意义。通过增加 SAR 的视数可抑制图像的斑点噪声,但图像的边缘信息损失较大。因此,仅仅通过多视图像的叠加,无法达到在保留边缘信息的前提下对斑点噪声的抑制。

在对接收到的 SAR 原始数据进行天线方向校正和几何畸变校正之后,有两种处理途径:一种是先抑制 SAR 图像的斑点噪声,然后使用传统的图像处理方法;另外一种方法是对 SAR 图像进行处理,在处理的同时对图像的噪声进行抑制。后者必须针对 SAR 图像的特点设计专用的算法。

一般认为,SAR 图像的斑点噪声可以用随机游动法来解

释^[1]。通常认为 SAR 图像的噪声是乘性噪声,所以传统的去噪方法无能为力。SAR 图像噪声抑制的方法可分为基于统计意义的空域滤波方法和频域滤波方法。比较经典的基于统计意义的空域滤波方法有 Lee、Kuan、Gamma-MAP 等滤波算法,是一种典型的频域处理方法,通常首先对 SAR 图像进行子波分解,保留低频,对高频子带的系数做硬阈值或软阈值处理,然后进行重构。频域处理方法可有效地抑制噪声,同时较好地保留了图像的结构信息。当然,许多新的数学方法不断被引入到 SAR 图像处理领域,如分形、模糊信息处理、脊波等方法,为 SAR 图像处理增添了新的活力。如何在有效抑制噪声的同时不损失或较少损失边缘信息,关键在于噪声与边缘细节信息的有效分离。

子波分析由于其良好的时频特性被广泛应用于去噪。在多尺度分析中,平稳的低频信号位于低频子带,但噪声与边缘细节信息无法有效分离。通常的做法是硬阈值或软阈值处理,但门限必须由经验值获得。本文提出基于多子波的处理方法,预处理采用重复行的方法有利于抑制噪声,在高频子带采用传统的边界跟踪算法来分离噪声与细节,效果明显好于其他方法。这一结论在实验数据中得以体现。

2 多子波分析与噪声模型

子波分析去噪的原理主要依据噪声和信号本身的奇异性对于子波变换有着不同的反应:信号本身的奇异点具有正的 Lipschitz 指数,其子波系数随尺度的增加而增大;随机噪声的奇异性随处分布,Lipschitz 指数为负,其子波系数随尺度的增加而减小。所以,子波系数模极大值的传播是区分信号与噪

^{*} 本文得到国家自然科学基金项目(No. 60133010)和陕西省教育厅自然科学基金(No. 05JK312)、咸阳师范学院自然科学基金(No. 04XSYK101)资助。李卫斌 博士,主要研究兴趣包括:SAR 图像处理、小波分析等。

声的重要特征。小尺度时,子波系数模值增大的极大值点主要由斑点噪声引起,这些点的子波系数应置为零。而对于大尺度的子波系数,一般按照阈值进行划分,绝对值较大的点受原信号的影响较大,而绝对值较小的点受噪声的影响较大,阈值可由最小尺度的子波系数确定。

应用于去噪的子波应该具有良好频率局部化特性,同时在分解过程中应避免产生相移(子波应具有对称性),还要具有较高的消失矩确保光滑性,以及紧支性以降低运算的复杂度。虽然应用于去噪的子波并不要求正交性,但正交子波可有效降低数据的冗余度。

多子波是对子波分析的重要发展,其研究始于1993年。多子波在线性相位上对单子波进行了拓展,可以同时具备紧支性、对称性、正交性,大大地拓宽了子波的应用领域。但是,多子波付出的代价是运算复杂度的提高,包括从标量运算到矩阵运算的转变,以及矩阵运算本身运算量的增加。

2.1 多子波分析

设 M 重多子波系统中的尺度函数为 $\Phi(t) = (\phi_0(t), \phi_1(t), \dots, \phi_{M-1}(t))^T$, 多子波函数为 $\Psi(t) = (\psi_0(t), \psi_1(t), \dots, \psi_{M-1}(t))^T$, 相应的低通滤波器为 $H = (\dots, H_0, H_1, \dots)$, 高通滤波器为 $G = (\dots, G_0, G_1, \dots)$, 其中 $M \geq 1$ 为正整数, H_k, G_k 为 $M \times M$ 阶矩阵。通常情况下 $M=2$, 则二尺度方程为

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_0(t) \\ \phi_1(t) \\ \vdots \\ \phi_{M-1}(t) \end{bmatrix} = \sum_{k \in Z} H_k \begin{bmatrix} \phi_0(2t-k) \\ \phi_1(2t-k) \\ \vdots \\ \phi_{M-1}(2t-k) \end{bmatrix} = \sum_{k \in Z} H_k \Phi(2t-k)$$

$$\Psi(t) = \begin{bmatrix} \psi_0(t) \\ \psi_1(t) \\ \vdots \\ \psi_{M-1}(t) \end{bmatrix} = \sum_{k \in Z} G_k \begin{bmatrix} \phi_0(2t-1-k) \\ \phi_1(2t-1-k) \\ \vdots \\ \phi_{M-1}(2t-1-k) \end{bmatrix} = \sum_{k \in Z} G_k \Phi(2t-1-k)$$

设 $V_j = \text{span}\{\Phi(2^j t - k)\}_{k \in Z}$, $j \in Z$ 。若 $\{\phi_m(t-k), m=0, 1, \dots, M-1, k \in Z\}$ 是 V_0 的一组正交基, 则 $\{V_j\}$ 是 $L^2(R)^M$ 的一组正交多尺度分析。

$$\text{记 } H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k e^{-ik\omega} H_k, G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k e^{-ik\omega} G_k$$

我们要求多子波系统 (Φ, Ψ) 具有正交性, 即

$$H(\omega)H^+(\omega) + H(\omega+\pi)H^+(\omega+\pi) = I_{M \times M} \quad (1)$$

$$G(\omega)G^+(\omega) + G(\omega+\pi)G^+(\omega+\pi) = I_{M \times M} \quad (2)$$

$$H(\omega)G^+(\omega) + H(\omega+\pi)G^+(\omega+\pi) = 0_{M \times M} \quad (3)$$

其中, 上标 $+$ 表示矩阵转置的共轭, (1~3)式保证了该多子波系统的 PR 性 (Perfect Reconstruction)。

我们可应用该多子波系统对一给定能量有限信号 $f(t) \in V_0$ 进行类似于单子波的离散多子波分解, 但信号必须预滤波多子波可以处理的信号, 即

$$f(t) = \sum_{k \in Z} C_{0,k}^T \Phi(t-k)$$

其中 $C_{0,k} = (c_{0,k}, c_{0,k+1}, \dots, c_{0,k,M-1})^T$, $c_{0,k,m} = \langle f(t), \phi_m(t-k) \rangle$ 。分解一次后,

$$f(t) = \sum_{k \in Z} C_{-1,n}^T \Phi(2^{-1}t-k) + \sum_{k \in Z} D_{-1,n}^T \Psi(2^{-1}t-k)$$

$$C_{-1,n} = \sum_{k \in Z} H_k C_{0,k+2n}, D_{-1,n} = \sum_{k \in Z} G_k C_{0,k+2n}$$

重构过程为:

$$C_{0,k} = (\sum_{n \in Z} H_n^+ C_{-1,k-2n} + \sum_{n \in Z} G_n^+ D_{-1,k-2n})$$

2.2 SAR 噪声模型

通常假设 SAR 的噪声为乘性噪声, 设原始图像数据为 $I(t)$, 噪声为 $u(t)$, 而且原始图像与噪声不相关, 观测到的图像数据为 $R(t)$:

$$R(t) = I(t)u(t) \quad (4)$$

我们根据观测到的 $R(t)$ 来恢复 $I(t)$ 。由于噪声 $u(t)$ 是随机的, 因此这是一个病态问题, 即无法从 $R(t)$ 准确恢复 $I(t)$ 。我们设恢复后的图像数据为 $\hat{I}(t)$ 。在较大的匀质区域内, 由大数定理可有 $\hat{I} = R/\bar{u}$ 在概率意义上等于 I 。而在非匀质区域内, 即必须使用其他方法来获得对 $I(t)$ 较为精确的估计。

一般认为 R 是服从 Gamma 分布的随机变量, 因此由式 (4) 可知噪声 u 亦服从 Gamma 分布。 R 和 u 的概率函数分别为

$$P_L(R) = \frac{1}{\Gamma(L)} \left(\frac{L}{I}\right)^L R^{L-1} e^{-R/I} \quad R \geq 0 \quad (5)$$

$$P_L(u) = P_L(R)/I = \frac{L^L}{\Gamma(L)} u^{L-1} e^{-Lu} \quad u \geq 0 \quad (6)$$

其中, L 表示视数。 R 的均值为 I , 方差为 I^2/L ; u 的均值和方差分别为 $1, 1/L$ 。对于单视数 SAR 图像, R 和 u 均服从负指数分布, 即

$$P_1(R) = \frac{e^{-R/I}}{I} \quad R \geq 0 \quad (7)$$

$$P_1(u) = e^{-u} \quad u \geq 0 \quad (8)$$

3 基于多子波和边缘检测的 SAR 图像斑点噪声抑制方法

3.1 多子波分析的预处理

一般地, 对于去噪应用, 信号的冗余度可以在一定程度上提高噪声抑制的效果。在多子波变换中, 预处理 (Preprocessing) 的作用非常重要。预处理方法可分为重复行 (Repeated-row) 法和逼近 (Approximation) 法。

重复行法是一种过采样 (Oversampling) 的方法, 冗余度为 M , 提高噪声抑制的效果的同时增加了计算的时间复杂度和空间复杂度; 而逼近法采用临界采样 (Critical sampling), 因而对于压缩是非常重要的。本文以 $M=2$ 时一维信号为例重点介绍重复行预处理方法。

设有一维信号 $r = (r_0, r_1, \dots, r_{N-1})^T$, 预处理的目的是将其变成长度为 M 的矢量信号 $R(R_0, R_1, \dots, R_{N-1})^T$, 其中 $R_k = (R_k^0, R_k^1)^T$, 对于重复行法 $N' = N$, 否则 $N' = N/M$ 。对于重复行预处理有 ($M=2$),

$$R = \begin{bmatrix} R_0^0 \\ R_0^1 \\ R_1^0 \\ R_1^1 \\ \vdots \end{bmatrix} = P \cdot r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \alpha & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & \cdots \\ & & \ddots & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中 P 为预处理矩阵。

设 R 是常信号被乘性噪声污染后的信号, $R = I \cdot u$, 其中 I 为常信号。平稳随机噪声 $u = (u_0, \dots, u_{N-1})^T$ 的方差为 σ^2 。

设 W 表示多子波系统的变换矩阵, 则多子波系统的输出为 $\Omega = WP$, 其协方差为

$$\text{Cov}(\Omega) = WPCov(R)P^T W^T = I^2 \sigma^2 WPP^T W^T \quad (10)$$

由于我们选取多子波是正交的, 因此上式仅由 $I^2 \sigma^2 PP^T$ 确定。对于给定的信号, $I^2 \sigma^2$ 不会发生变化, 因而预滤波对后继处理的影响较大。

$$P \cdot P^T = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 & 0 & \cdots \\ \alpha & \alpha^2 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & \alpha & \cdots \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha^2 & \cdots \\ & & & \ddots & \end{bmatrix} \quad (11)$$

当选择 GHM, CL 及 CL6^[13] 多子波时, α 分别为 $1/\sqrt{2}$, $0, 0$ 。 PP^T 对角元的平均收缩率 C 分别为 $0.75, 0.5, 0.5$ ^[11],

而且对于 CL 及 CLi6, PP^T 中非对角元素均为零。换句话说,每进行一次多子波变换,信号的方差变为 $I^2 C \sigma^2$ 。此时我们也看出了重复行预处理的缺陷:只能保持一阶逼近阶。

3.2 阈值处理

在对信号进行预处理,再进行多子波分解之后,就必须对细节图像的子波系数进行阈值处理。有以下两种经典方法:

$$\text{硬门限方法: } T_h(x) = \begin{cases} x & |x| \geq T \\ 0 & |x| < T \end{cases}$$

软门限方法:

$$T_s(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x)(|x| - T) & |x| \geq T \\ 0 & |x| < T \end{cases}$$

对于正交离散子波变换,Donoho 给出的通用门限 $T = \sigma \sqrt{2 \log(N)}$ 。如采用上述的预滤波及多子波分解后通用门限应为 $T = I \sigma \sqrt{2 C \log(2N)}$ 。

3.3 边缘检测

由噪声的特点可以认为,子波系数较小的点,噪声的可能性较大。反之,该点是边缘的可能性较大,并且有理由认为边缘是连续的。而由于噪声的随机性,假边缘点(子波系数较大,但并非边缘点)连续出现的概率非常小。边缘可能性的大小可用在其邻域内可能边缘点(子波系数较大)的个数定量描述。以硬门限为例,对阈值处理进行修改:

- a) 若 $|x| < T$, 则 $T_h(x) = 0$
- b) 若 $|x| \geq T$,
 - ① $\text{count}(y, y \in D(x) - x) \geq C_1$, 则 $T_h(x) = x$;
 - ② $1 \leq \text{count}(y, y \in D(x) - x) < C_1$, 则 $T_h(x) = b_1 x$;
 - ③ $\text{count}(y, y \in D(x) - x) = 0$, 则 $T_h(x) = b_2 x$ 。

其中, $D(x) - x$ 表示点 x 的邻域除去点 x 本身,在这个范围内可能边缘点个数大于 C_1 ,说明该点基本上可以确定是边缘点,则完全予以保留;而对于那些可能是边缘点,但不能确定地进行一定程度的削弱,削弱因子 $b_1 \in [0, 1]$;对于孤立的可能边缘点,我们认为其是噪声,从而大幅削弱, $b_1 \in [0, 1]$, $b_2 < b_1$ 。

3.4 仿真步骤

- ①原信号除以其均值,并根据所选用的多子波进行预处理。
- ②多子波分解。
- ③方差的初值 σ_u^0 选为信号的方差,于是得到初始阈值 $T_0 = \sigma_u^0 \sqrt{2 C \log(2N)}$,迭代次数 $k = 1$ 。
- ④采用反向硬门限策略保留噪声的系数,即 $\hat{T}_h(x) = \begin{cases} 0 & |x| \geq T \\ x & |x| < T \end{cases}$,低频部分全置为零,并重构之。
- ⑤计算噪声的方差 σ_u^k 。
- ⑥若 $|\sigma_u^k - \sigma_u^{k-1}| < \Delta_k$ 或 $k < K$,执行步骤⑦;否则,计算 $T_k, k = k + 1$,执行步骤④。
- ⑦根据 T_k 对细节(高频)部分进行阈值处理和边缘检测。对于一维情形,选择长度为 5 的窗口, $C_1 = 2, b_1 = 1/2, b_2 = 1/8$;对于二维情形,选择 5×5 的窗口, $C_1 = 4, b_1 = 1/2, b_2 = 1/8$ 。
- ⑧多子波重构。
- ⑨后处理。

4 仿真结果及分析

我们常用 SAR 图像的标准差与均值的比,即等效视数(EPI)来衡量噪声的抑制效果。一般假设接收到的原图的均值为 1,在保证均值不发生较大变化的前提下(保持能量),方差越小表明噪声抑制的效果越好。换句话说,斑点噪声指数越低,说明噪声抑制的效果越好。

我们采用图 1 作为测试图像,从该图像中切割出 256×256 的两幅子图(图 2(a), 图 3(a))。图 2(a)细节比较丰富,考察去噪方法的边缘保持性能;图 3(a)细节较少,主要考察去噪方法的噪声抑制性能。



图 1 用于测试的 SAR 图像

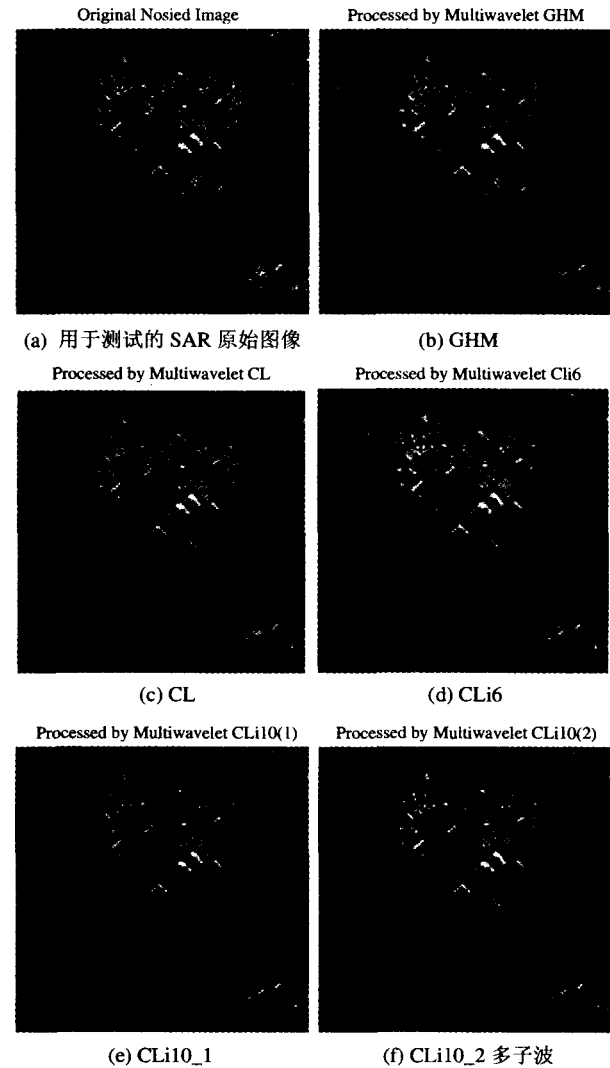


图 2 测试图像及滤波后的结果

表 1 几种多子波对图 2(a)滤波后的结果对比

	EPI	均值	均方差
原图像	1	1	1
GHM	0.5241	1	0.8471
CL	0.5267	1	0.8474
CLi6	0.5327	1	0.8605
CLi10(1)	0.5390	1	0.8613
CLi10(2)	0.5333	1	0.8638

注:原图像均值为 70.4270,均方差为 44.6341。

(下转第 224 页)

果,在图 2 检索结果中有 19 幅是准确检索图像,在图 3 检索结果中有 26 幅是准确检索图像。结果显示,笔者提出的算法在所有测试集上的检索准确率优于文[3]算法。

结论 提出了一种基于显著封闭边界的图像检索方法,与传统的利用边缘进行图像检索方法不同,本文算法利用了显著封闭边界来刻画图像的显著结构,并用不同图像特征进行联合检索。大量的实验和同类的方法比较表明,本文方法具有更高的图像检索效率。

参考文献

- Gu Y H, Tjahjadi T. Corner-Based Feature Extraction for Object Retrieval[A]. In: Proc. IEEE Conference on Image Processing [C], Kobe, Japan, 1999, 119~123
- Jain A, Vailaya A. Image Retrieval Using Color and Shape[J]. Pattern Recognition, 1996, 29: 1233~1244
- Bober M. MPEG-7 Visual Shape Descriptors[J]. IEEE Trans on Circuit and Systems for Video Technology, 2001, 11(6): 716~719
- Zhou X S, Huang T S. Edge-Based Structural Features for Content-Based Image Retrieval [J]. Pattern Recognition Letters, 2001, 22: 457~468
- 魏海, 沈兰荪. 小波变换域内基于方向梯度相角直方图的图像检索算法[J]. 电路与系统学报, 2001, 6(2): 20~25
- 韩军伟, 郭雷. 一个使用显著边缘进行图像检索的算法[J]. 模式识别与人工智能, 2003, 16(2): 145~151
- Wang S, Kubota T, Siskind J M, et al. Salient Closed Boundary Extraction with Ratio Contour[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2005, 27(4): 546~561
- Kubota T. Contextual and non-combinatorial approach to feature extraction[A]. In: Proc. Int'l Workshop on EMMCVPR[C], Lisbon, Portugal, 2003. 467~482
- Wang S, Siskind J M. Image segmentation with ratio cut[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(6): 675~690
- Ahuja R K, Magnanti T K, Orlin J B. Network Flows: Theory, Algorithms, & Applications, Prentice Hall, 1993
- Nastar C, Mitschke M, Meihac C. Efficient Query Refinement for Image Retrieval[A]. In: Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Santa Barbara, California, USA, 1998. 547~552

(上接第 217 页)

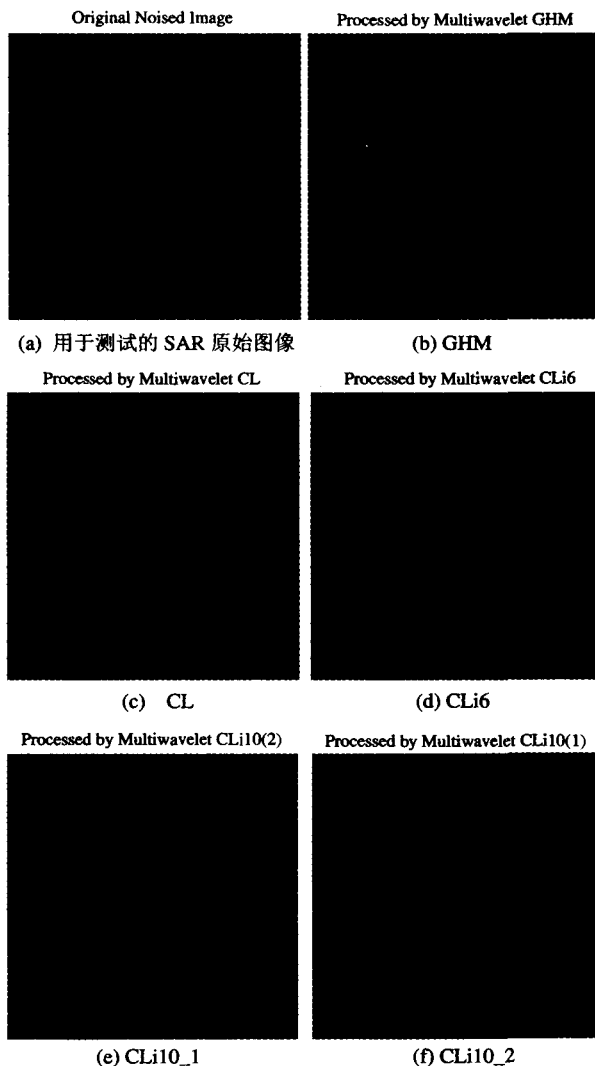


图 3 测试图像及多子波滤波结果

通过上述仿真结果的比较可知,利用多子波进行 SAR 图像的去噪,在确保平滑效果的同时,可有效保留边缘信息。另外,我们可以看出,采用 CLi 类多子波在保留图像细节方面要好于 GHM、CL 多子波。

结论 本文在多子波的预滤波中采用了冗余技术,并利用边缘跟踪算法对子波分解后的高频子带中的边缘和噪声进

行有效的分离,从而确保了在抑制噪声的同时保留了边缘信息。实验结果验证了该方法的有效性。

表 2 几种多子波对图 3(a)滤波的结果对比

	EPI	均值	均方差
原图像	1	1	1
GHM	0.4412	1	0.8262
CL	0.4347	1	0.8241
CLi6	0.4450	1	0.8314
CLi10(1)	0.4485	1	0.8303
CLi10(2)	0.4491	1	0.8323

注:原图像均值为 84.8389,均方差为 39.4979。

参考文献

- Mvogo J, Mercier G, et al. A combined speckle noise reduction and compression of SAR images using a multiwavelet based method to improve codec performance. perso-iti. enst-bretagne. fr/~mercierg/articles/s03p1224-mvogo.pdf
- Lawton W. Application of complex-valued wavelet transforms to subband decomposition. IEEE transactions on Signal Processing [J], 1993, 41(12): 3566~3568
- 许刚. 复子波在图像编码中的应用. 软件学报[J], 1999, 10(3): 293~298
- Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communications on pure and applied mathematics[J], 1988, 41: 909~996
- Belzer B, et al. Complex, linear-phase filter for efficient image coding. IEEE transactions on Signal Processing [J], 1995, 43(10): 2425~2427
- Geronimo J S, et al. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions. Journal of approximation theory[J], 1994, 78(3): 373~401
- Xia Xiang-Gen. A new prefilter design for discrete multiwavelet transforms. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1998, 46(12): 1558~1570
- Xia Xiang-Gen, et al. Design of prefilter for discrete multiwavelet transforms. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1996, 44(1): 25~35
- Xia Xiang-Gen, et al. Vector-valued wavelets and vector filter banks. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1996, 44(3): 508~517
- Lebrun J, et al. Balanced multiwavelet theory and design. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1998, 46(4): 1119~1125
- Strang G, et al. Short wavelet and matrix dilation equations. IEEE transactions on Signal Processing[J], 1996, 43(1): 108~114
- 张书玲, 侯彪, 焦李成. 基于子波和滤波器组的图像编码方法. 西安电子科技大学学报, 2000, 27(4): 180~185
- 李卫斌, 刘芳, 焦李成. 基于复子波的多子波构造. 西安电子科技大学学报, 2003, 30(6): 69~73