

非单调变化区间插值曲线的实现方法^{*})

陈应祖 刘玉娟 彭 军
(重庆科技学院 重庆 400042)

摘 要 利用三次贝塞尔曲线特性,获取离散数据点为非单调变化区间的插值曲线。对绘制工程曲线、光滑工程曲线以及产生工程计算中的过渡点具有实用意义。

关键词 离散点,非单调变化区间,三次贝塞尔曲线,通过点,控制点

An Interpolation Curve Method in Non-Monotone Space

CHEN Ying-Zu LIU Yu-Juan PENG Jun

(Chongqing University of Science and Technology, Chongqing 400042)

Abstract This article tells readers how to use the features of the three cubed Bezier to gain an interpolation curve when the discrete datum do not change monotonously. It is important to paint the project curve and the smooth project curve meanwhile it is practical to generate the transitive datum in engineering computation.

Keywords Discrete datum point, Non-monotone space, Three cubed Bezier, Passed point, Reference point

精典的插值方法如牛顿插值、埃特金插值、三次样条插值等,在数值分析和工程技术中经常使用。精典插值方法要求已知数据点必须单调变化(递增或单调递减),因此限制了精典插值方法的适用范围。

工程上常遇到类似如图 1 所示的离散点,获取按点的顺序并通过已知离散点的连续曲线。如果使用精典的插值方法要获得理想的插值曲线较为困难,因为在 y 方向从点 P_1 至点 P_5 单调递增,点 P_5 至点 P_8 单调递减,点 P_8 至点 P_{10} 又递增,需要分 3 段才能完成插值;而本问题中,点 P_1 至点 P_3 在 y 方向是递增的,点 P_3 至点 P_8 在 x 方向递增,点 P_8 至点 P_{10} 在 y 方向递增,也可以按此分段完成插值。可以看出分段的方法不是惟一的,而获得的插值曲线也不是惟一的,更重要的是段间相交处难以保证曲线光滑,即连续可导数。

由于已知离散数据点非单调变化,精典的插值方法或数据拟合难以获得按离散点顺序并通过离散点的光滑曲线。

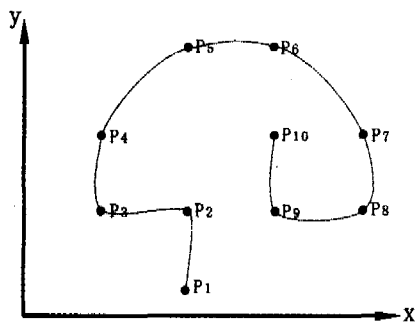


图 1 离散的数据点

1 实现算法

如图 1 所示,如果要获得从起始点到终止点按顺序通过各离散数据点的连续曲线,使用贝塞尔曲线是较为简便可行

的方法。已知离散数据点都是贝塞尔曲线上的通过点,那么决定曲线形的控制点如何确定?

1.1 三次贝塞尔曲线参数方程

三次贝塞尔曲线如图 2 所示,图中点 P_1, P_4, P_7 是曲线上的点,称为通过点; P_2, P_3, P_5, P_6 为控制点,各控制点位置不同,将获得不同形状的曲线,而且能保证通过点在曲线上。图 2 是贝塞尔曲线的两段,点 P_4 为曲线两段的交点。如果线段 P_3P_4, P_4P_5 在同一直线上(线段 P_3P_4, P_4P_5 的斜率相同),曲线 $P_1P_4P_7$ 在交点 P_4 是光滑的,即曲线 $P_1P_4P_7$ 在点 P_4 处连续可导。

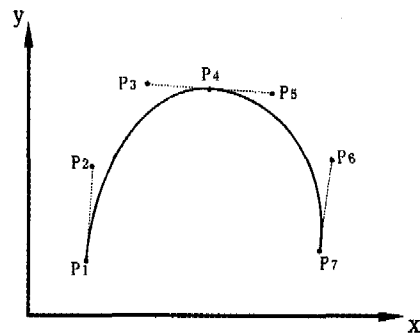


图 2 典型的三次贝塞尔曲线

一段三次贝塞尔曲线(以 P_1P_4 段为例)的参数方程可写为如下形式:

$$\begin{cases} x = (1-t)^3 P_1 + 3t(1-t)^2 P_2 + 3t^2(1-t) P_3 + t^3 P_4 \\ y = (1-t)^3 P_1 + 3t(1-t)^2 P_2 + 3t^2(1-t) P_3 + t^3 P_4 \end{cases} \quad (1)$$

(1)式中参数 $t=1/n, n=1, 2, 3, \dots$ (正整数)为从 P_1 到 P_4 曲线上的计算点数。

1.2 非单变化调区间插值曲线算法

由图 2 和(1)式知,要获得一条通过已知离散点的曲线

^{*})重庆市教委科学研究基金资助项目(No. KJ051402)。陈应祖 工学硕士,工程师,主要从事实验室建设与管理,计算机程序设计语言教学,工程应用程序开发。彭 军 副教授,博士,主要从事网络安全的研究与应用。

P_1, P_4, P_7 , 还需要知道控制点 P_2, P_3, P_5, P_6 的位置, 在工程应用中确定控制点位置比较困难, 专业制图软件常用移动控制点位置的方法控制曲线形状。作为一种求插值曲线的算法, 确定控制点位置对用户是不透明的, 因此确定控制点位置需要一种简捷有效的方法。根据我们在工程应用中的经验总结出确定控制点位置的三角形法。

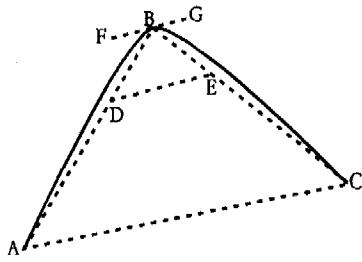


图3 非单调区间插值曲线

如图3所示, A, B, C 为已知离散点, 确定三次贝塞尔曲线 ABC 。由于点 A, B, C 可确定一个三角形, A 点为曲线的起点, 令其控制点位置与 A 点相同, C 点为曲线的终点, 令其控制点位置与 C 点相同。通过点 B 左侧的控制点 F 与右侧的控制点 G 构成的直线斜率与直线 AC 一致, 控制点 F, G 的位置按下述方法确定:

(1) 确定 D, E 的位置

取 D 点距 B 点为 AB/m ; E 点距 B 点 BC/m (m 为线段的分段数), 则 D 点位置为:

$$\begin{aligned} x &= [A.x + (m-1)B.x] / m, \\ y &= [A.y + (m-1)B.y] / m \end{aligned} \quad (2)$$

同理 E 点的位置为

$$\begin{aligned} x &= [C.x + (m-1)B.x] / m, \\ y &= [C.y + (m-1)B.y] / m \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 确定线段 DB, EB 的长度及直线 DE 的斜率

$$DE \text{ 的距离 } d^2 = (E.x - D.x)^2 + (E.y - D.y)^2 \quad (4)$$

$$DB \text{ 的距离 } d_{DB}^2 = (B.x - D.x)^2 + (B.y - D.y)^2 \quad (5)$$

$$EB \text{ 的距离 } d_{EB}^2 = (B.x - E.x)^2 + (B.y - E.y)^2 \quad (6)$$

直线 DE 的斜率

$$k = \frac{E.y - D.y}{E.x - D.x} = \frac{B.y - F.y}{B.x - F.x} = \frac{G.y - B.y}{G.x - B.x} \quad (7)$$

(3) 确定 FB, BG 的长度

$$FB \text{ 的距离 } r_{FB} = \frac{d_{DE}}{d_{DB} + d_{EB}} d_{DB} \quad (8)$$

$$BG \text{ 的距离 } r_{BG} = \frac{d_{DE}}{d_{DB} + d_{EB}} d_{EB} \quad (9)$$

(4) 确定点 F, G 的位置

$$\text{由图3知 } d_{BF}^2 = (B.x - F.x)^2 + (B.y - F.y)^2 = (1+k^2)$$

$(B.x - F.x)^2$ 可以推出 F 点的位置:

$$F.x = B.x \mp r_{FB} \frac{E.x - D.x}{d} \quad (10)$$

$$F.y = B.y \mp r_{FB} \frac{E.y - D.y}{d}$$

同理可得 G 点位置:

$$G.x = B.x \pm r_{BG} \frac{E.x - D.x}{d} \quad (11)$$

$$G.y = B.y \pm r_{BG} \frac{E.y - D.y}{d}$$

通过三角形法能够稳定地确定控制点 F, G 的位置, 其中 (8) 式和 (9) 式考虑了离散数据点间的距离对曲线线形的影

响, 三角形法强制起始控制点位置与起始离散数据点相同, 终止控制点位置与终止离散数据点相同, 防止曲线的前端与末端产生大的波动, 实现整条曲线变化平滑。图3基于三角形法所构成三次贝塞尔曲线 AB 段的关键数据点为 (A, A, F, B) , BC 段的关键数据点为 (B, G, C, C) 。

当离散点数大于3时, 向后递推一个点构成新的三角形如图4所示, 曲线段 BC 的控制点为 G, I , 曲线段 CH 的控制点为 J 和 H 。控制点 I, J 的确定方法与前相同。由于 FB, BG 在同一直线上, 线段 IC, CJ 也在同一直线上, 使用 (1) 式产生的曲线 $ABCH$ 是贝塞尔曲线, 所以在 B, C 点连续可导, 所获得的曲线为光滑曲线。

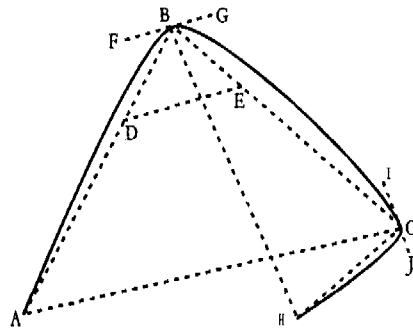


图4 离散点数为4时的插值曲线

三角形法获取光滑曲线上数据点的算法框图如图5所示。

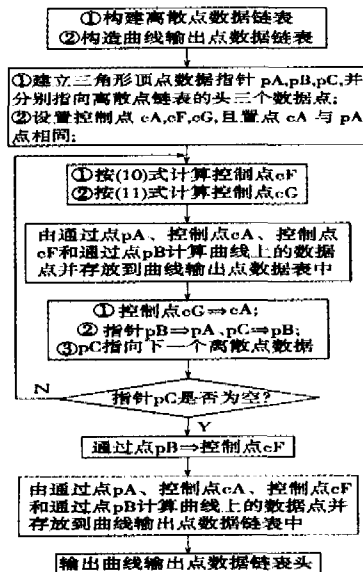


图5 三角形算法流程图

2 算例分析

文[1]提供的离散点数据如下表1。这些数据点经 Matlab 产生的样条曲线如图6所示。

表1 离散点数据

x	0	1	1	0	-1	-1	0	0
y	0	0	1	2	1	0	-1	-2

表1中的离散点数据使用本文提供的方法编写的程序绘出的曲线如图7、图8、图9和图10。图7 $m=2.5$, 图8 $m=4$,

图 9 $m=3$, 图 10 $m=2$, 图中直线为数据点间的连线。

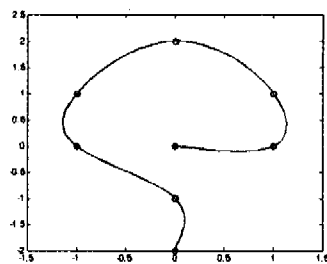


图 6 Matlab 产生的样条曲线

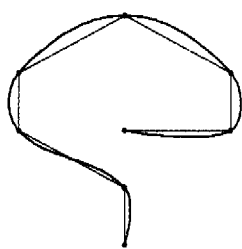


图 7 $m=2.5$ 时插值曲线

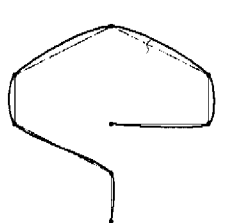


图 8 $m=4$ 时插值曲线

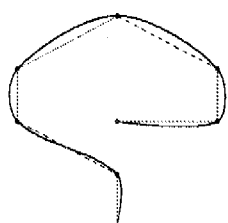


图 9 $m=3$ 时插值曲线



图 10 $m=2$ 时插值曲线

从程序绘出的曲线图观察, 曲线按给定的离散点顺序穿过, 整条曲线光滑, 曲线的变化趋势与 Matlab 产生的样条曲线一致, 在离散点(通过点)上曲率不同, 主要是(2)式和(3)式的 m 值与 Matlab 不同造成。从图 7、图 8、图 9 与图 10 比较, 当 $m=2.5$ 时(图 7)与 Matlab 十分相近。应用中应根据具体场合确定 m 值。

结论 利用离散点构成的三角形确定贝塞尔曲线的控制点, 方法相对简单, 算法稳定, 不需要考虑离散点的单调变化区间就能获得穿过离散点的光滑曲线, 降低了算法的复杂度。

这种确定控制点位置三角形法使用(8)式和(9)式, 考虑了离散点间的距离对曲线形状的影响, 强制起始控制点位置与起始离散数据点位置相同, 终止控制点位置与终止离散数据点相同, 防止了曲线前端和末端产生大的波动, 使曲线变化更平滑。由于贝塞尔曲线杜绝了龙格现象, 由本文介绍的方法获得的曲线上的非通过数据点, 可以作为进一步细化工程

数据的参考数据, 加快工程数据计算的收敛速度。

作为获取插值曲线数据点的方法, 利用了贝塞尔曲线的特性逐段获得曲线数据。对某一段曲线的解析式可用(1)式表示, 整条曲线仍然不能用一个解析式表示。

参考文献

- 1 苏金明, 阮沈勇, 编著. MATLAB6.1 实用指南[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002
- 2 罗振东, 廖光裕, 编著. 计算机图示学原理和方法[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1993

(上接第 228 页)

因为即时访问专家, 使用他们的智力资本可以提高效率和响应速度。让办公人员从任何地方都可以进行即时沟通, 将大大加速决策的过程。实时协作功能包括虚拟会议、即时消息、共享白板以及把合作伙伴按专业知识划分为可管理的“专家列表”的能力。

知识管理应用 Domino.doc 实现从文档管理升华到知识管理。Domino.Doc 是一个构架在 Domino 通讯基础设施上的企业级分布式文档管理体系。文档管理是现时绝大多数企业的所面临的课题之一, 如何将组织机构内部每天产生的大量文档(既有纸质文档也有电子文档, 电子文档中还可能是各种不同软件的不同版本)高效地管理起来, 是提高企业整体运作效率的重要环节。Domino.Doc 可以很方便地帮助客户把原来由员工个人保存的信息有效共享并转化为组织机构的整体信息财产, 同时支持客户以自己熟悉的软件工具访问网络资源(Notes、浏览器、以及支持 ODMA 的桌面软件产品如 Office 套件等), 实现对纸质文件映象、任意格式电子文档的整个生命周期(起草、评阅、定稿、归档、查阅等)的高效管理。它的功能包括: 进出检查(Checkin/Checkout)、版本控制(version2)、跨所有管理内容的全文检索(full-text search)、审核追踪(audit trails)、文档描述(profiling)、更改通知(change notification)等。Lotus LearningSpace 集成了主要的远程教育和教学方法, 不仅能够举办实时广播的远程教学会议, 让指

导教师和学生通过部门 Intranet 或 Internet 在线协作学习。还能够异步协作学习, 把学习融入到工作和生活中。

知识门户 门户是一个提供个性化和适应性接口的软件系统, 用户通过这个接口能够找到相关的人、应用程序和内容。用户根据自己的角色能够查看到相应的资源, 并且透过用户可以访问到多种异构数据源, 包括关系数据库、多维数据库、文档管理系统、电子邮件系统、新闻和各种文件系统。

结束语 办公自动化的发展方向就是知识管理, 把知识管理融入办公自动化是社会需要和技术发展的必然趋势。Domino/Notes 是一个较好的知识管理平台, 其提出的以知识管理为核心的 OAS 的技术实现框架, 能够紧密地和企业现有的或正在建设中信息系统模型进行集成。首先, 要建立发达的网络系统, 鼓励广大员工充分利用 Internet 与外界交流、更新知识。局域网内部网络资源, 也可以作为内部一个畅通的知识共享和交流的途径。其次, 在建立知识管理平台的过程中, 我们要注意是不能过分强调技术, 而因此忽略了知识管理本身。因此, 我们应该以知识为中心, 以人为本, 以信息工具为辅。在建立高质量的知识管理平台的同时, 尤其要注意发挥人的活力。

参考文献

- 1 史忠植. 知识发现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. 51~84
- 2 刘丽娜. 管窥知识管理[J]. 情报理论与实践, 2000(5): 331~332
- 3 段立, 等. 办公自动化解决方案及应用剖析[M]. 2003. 4~54