

# 倒立摆系统稳定控制之研究<sup>\*</sup>)

刘 丽 何华灿

(西北工业大学计算机学院 西安 710072)

**摘 要** 多级倒立摆系统作为一个典型的非线性、多变量、高阶次、强耦合和自然不稳定的复杂被控系统,一直是人们检验、比较各种控制理论和方法的理想实验平台,半个多世纪以来,国内外许多机构对它进行了广泛的研究,积累了丰富的资料。这里对多级倒立摆稳定控制的研究现状进行总结,探讨了它的发展趋势。目前主要的控制方法有线性控制、预测控制和智能控制三类,智能控制是当前研究的主流,它包括模糊控制、拟人控制、计算智能控制、云模型控制等。继续深入研究各种智能控制方法及其组合应用是今后的发展方向。

**关键词** 倒立摆系统,线性控制,预测控制,智能控制

## Overview of the Stable Control of the Inverted Pendulum System

LIU Li HE Hua-Can

(School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

**Abstract** As a typical nonlinear, multi-value, high-order, strong-coupling and naturally instable complicated system, multi-order inverted pendulum is always the ideal research platform. During half a century, many organizations have done lots of works and accumulated many materials. In this paper, the stable control research status of multi-order inverted pendulum is summarized, and the development trend is discussed. The main control methods include linear control, predictive control and intelligent control, and intelligent control which includes fuzzy control, human-imitating control, computing intelligent control and cloud-model control etc. and is the mainstream. The development trend is the research of all kinds of intelligent control methods and the applications of the combination of these methods.

**Keywords** Inverted pendulum system, Linear control, Predictive control, Intelligent control

## 1 引言

多级倒立摆系统是一个非线性、多变量、高阶次、强耦合和自然不稳定的被控系统,其被控过程中存在着很多值得深入探讨的问题,如非线性、鲁棒性、随动、镇定及跟踪问题等,是控制理论中经久不衰的研究课题。

多级倒立摆系统作为典型的被控对象,其形象直观、结构简单、参数和形状易变、成本低廉,一直是人们检验各种控制理论和方法的典型实验平台。各国研究机构和高校纷纷关注这类研究,仅 IEEE 各种期刊杂志,从 2000 年至今就收录了约 400 篇相关文章。通过对近 5 年的文献分析,我们发现相关研究主要集中在亚洲,如中国的北京师范大学、北京航空航天大学、中国科技大学、清华大学、北京理工大学、哈尔滨工业大学、浙江大学、澳门大学、台湾国立大学;日本的 Mycom 有限公司、东京工业大学、东京电机大学、东京大学、冈山大学、庆应大学、筑波大学、神奈川技术学院、大阪府立大学;韩国的釜山大学、忠南大学;俄罗斯新西伯利亚国立大学等。此外,俄罗斯的圣彼得堡大学、俄罗斯科学院、美国的东佛罗里达大学、波兰的波兹南技术大学、意大利的佛罗伦萨大学也对这个领域有持续的研究。

各个领域的专家学者以倒立摆系统为实验平台,检验自己所提出理论的正确性及其在实际应用中的可行性,进而将这些控制理论和方法应用到更为广泛的领域中去。例如,将

一级倒立摆的研究衍化为对航空航天领域中火箭发射助推器的研究;将二级倒立摆与双足机器人的行走控制联系起来。目前,对倒立摆的研究已经演绎到四级乃至更高级。

中国作为这类研究的中心之一,研究水平相对较高。北京师范大学采用变论域自适应模糊控制的方法在国际上首次实现了四级倒立摆的稳定控制。北京航空航天大学采用拟人智能控制方法实现了三级倒立摆的稳定控制。此外,也有基于云模型理论成功控制三级倒立摆的报道出现。而最近几年,日本国内的研究机构对倒立摆系统的相关研究也比较多。其中,Mycom 有限公司和东京工业大学、东京电机大学合作,利用模糊控制器,实现对倒立摆系统的起摆和稳定控制<sup>[1~4]</sup>;日本庆应大学将对倒立摆起摆和稳定控制的研究成果应用到双足机器人的控制上<sup>[5~8]</sup>;神奈川技术学院将摆的研究成果应用于轮椅性能的改善<sup>[9~13]</sup>。而韩国忠南大学和台湾国立大学都曾经用神经网络实现对倒立摆系统的稳定控制<sup>[14~18]</sup>。美国、波兰、加拿大、意大利也有研究机构对这类问题进行研究<sup>[19~25]</sup>,只是不像亚洲地区如此集中。

## 2 倒立摆系统及其建模

倒立摆的种类很多,有悬挂式倒立摆、平行式倒立摆和球平衡式倒立摆;倒立摆的级数有一级、二级、三级、四级……;倒立摆的运动轨道可以是水平或倾斜;控制电机可以是单电机或多电机。常用的是水平导轨的、单电机的、单级或多级倒立

<sup>\*</sup>)本文受国家自然科学基金项目资助(60273087)。刘 丽 博士生,主要研究领域为模糊控制、泛逻辑控制、人工智能原理及应用;何华灿教授,博士生导师,主要研究人工智能基础及其应用、泛逻辑学。

摆系统。

倒立摆系统由小车和摆杆两部分组成。小车的位移信息和摆杆的角度信息由传感器测得,控制机构基于这些信息和控制算法得到电机的电压控制量,电机通过皮带驱动小车在水平导轨上来回运动,从而获得各级摆杆的动态平衡。图1是二级倒立摆装置的示意图。

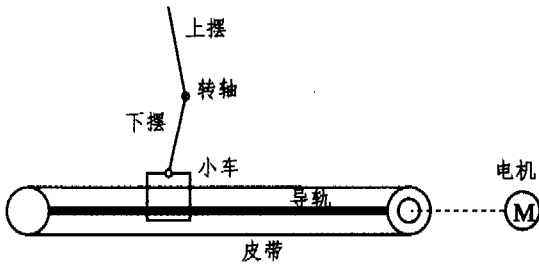


图1 二级倒立摆装置示意图

对倒立摆系统进行控制,首先要建立其数学模型。倒立摆系统的建模方法有两种:一种是牛顿力学法,它分别对小车和摆杆进行受力分析,根据牛顿第二定律和动量矩定理得到小车和各级摆杆在水平和垂直方向上的运动方程和动力学方程,通过求解这些方程得到倒立摆系统的数学模型<sup>[26]</sup>。另一种是分析力学法,它用 Lagrange 方程推导倒立摆系统的数学模型,Lagrange 方程是一组二阶常微分方程,用  $s$  个独立变量来描述力学体系的运动。 $n$  级倒立摆系统的 Lagrange 方程为:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F_{q_i} \quad (1)$$

$q_i$  是广义坐标,在倒立摆系统中为小车的位移  $r$  和各级摆杆的角度  $\theta_j$  ( $j=1, \dots, n$ );  $F_{q_i}$  为作用在系统上的广义力。当  $q_i=r$  时,  $F_{q_i}=G_0U$ ,  $U$  为控制量,  $G_0$  为增益常数;当  $q_i=\theta_j$  时,  $F_{q_i}=0$ 。  $T$ 、 $V$  和  $D$  分别是系统的动能、势能和耗散能。

以一级倒立摆系统为例,将各参数代入式(1)可以得到其数学模型<sup>[27]</sup>:

$$\begin{bmatrix} M_0 + M_1 & M_1 l_1 \cos \theta_1 \\ M_1 l_1 \cos \theta_1 & J_1 + M_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_0 & -M_1 l_1 \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 U \\ M_1 g l_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $M_0$ 、 $M_1$  为小车和摆杆的质量;  $l_1$  为摆杆的质心到转轴的距离;  $J_1$  为摆杆的转动惯量;  $F_0$ 、 $F_1$  为小车与导轨之间、摆杆与转轴之间的摩擦系数;  $g$  为重力加速度;  $\dot{r}$ 、 $\dot{\theta}_1$  为小车速度和加速度;  $\dot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_1$  为一级摆杆的角速度和角加速度。

牛顿力学法是经典的建模方法,理论成熟,容易掌握,但在求解过程中,需要解算大量的微分方程组,计算复杂;而分析力学法注重的是具有更广泛意义的能量,避免了复杂的受力分析和微分方程组求解,是比较常用的建模方法。

倒立摆系统的控制涉及稳定控制、起摆控制和模式转化等,本文主要研究稳定控制问题,即使系统在指定位置保持摆杆的垂直稳定。稳定控制方法主要有线性控制、预测控制和智能控制三类,以下分别进行归纳综述。

### 3 线性控制方法

应用线性控制方法的基本前提是倒立摆处在平衡点( $r=\dot{r}=\theta=\dot{\theta}=\ddot{\theta}=0$ )附近偏移很小时,系统可以用线性模型描述。根据对系统提出的性能指标进行分析,可以得到期望的控制器。

线性二次型(LQ—Linear Quadratic)调节器 LQR 作为反馈系统设计的重要工具,是常见的倒立摆线性控制器。在 LQR 控制方法中,系统的状态方程为:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3)$$

寻找状态反馈控制律  $u(t) = -Kx(t)$ ,使得如下性能指标最小化:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt + \frac{1}{2} x^T(t_f)Mx(t_f) \quad (4)$$

其中  $Q$ 、 $M$  是半正定矩阵,  $R$  是正定矩阵,  $Q$ 、 $R$  分别是对状态变量和输入向量的加权矩阵,  $x(t)$  是  $n$  维状态变量,  $u(t)$  是  $m$  维输入变量,终端时间  $t_f$  固定,终端状态  $x(t_f)$  自由。

对于一级倒立摆系统而言,其 LQR 控制器设计流程如图2。

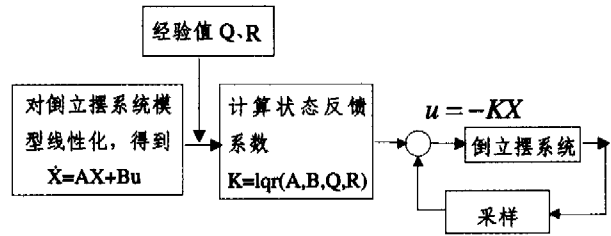


图2 LQR方法对倒立摆系统稳定控制流程图

首先,在平衡点处对系统模型(2)进行线性化,得到系统的线性模型(5),  $A_{21}$ 、 $A_{22}$  和  $b_2$  是只与系统属性和状态有关的参数。然后利用 Matlab 中的 lqr 函数求解  $K$ ,即  $K=lqr(A, B, Q, R)$ ,得到反馈控制规律。其中,  $Q$  可以看作是四个状态量(输入量)的权重矩阵,一般根据经验取值。

$$\dot{X} = AX + Bu = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ b_2 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

LQR 方法基于系统的线性模型,根据经验设置  $Q$  和  $R$  的值,确定状态反馈控制规律。黄丹等<sup>[28]</sup>用 LQR 方法实现了对一级倒立摆系统的最优控制。类似地,利用最优控制策略中的 LQY 原理也可以设计状态反馈控制规律,丛爽等<sup>[29]</sup>对此进行了简要介绍。

目前,固高科技公司已经成功实现了二级倒立摆实物系统的 LQR 控制器。但是,利用线性控制方法并不是目前倒立摆控制研究的主流。倒立摆系统毕竟是一个非线性的控制对象,基于线性模型进行非线性系统的稳定控制从本质上讲是行不通的,但至今尚未见到线性方法成功控制二级以上系统的报道。多级倒立摆稳定控制的实现,需要更合理的方法。

### 4 预测控制方法

预测控制是由工业过程控制领域发展起来的一种计算机控制算法,具有预测模型、滚动优化和反馈校正 3 个要素。它建立在被控对象非参数模型基础上,既有优化功能,又引入了系统的实时反馈信息。

预测控制最初是针对线性系统提出的,由于其鲁棒性,可以应用于弱非线性系统,但当遇到类似于多级倒立摆这样典型的非线性系统时,却达不到优化控制的目的和效果,必须采用专门针对非线性系统的方法进行控制,如用多个线性模型来逼近非线性过程的分段模型方法、基于神经网络的非线性预测方法等。

最近几年,基于人工神经网络的非线性预测控制技术发

展迅速。这类方法可采用 BP 网络、径向基(RBF)网络等任意适宜的模型作为预测模型,基本算法如下。

1) 获得未来期望输出序列:

$$y_d(t+j), (j=N_1, N_1+1, \dots, P) \quad (6)$$

其中  $t$  是当前时刻,  $N_1$  是最小输出预报区间,  $P$  是最大输出预报区间。

2) 利用神经网络模型产生预报输出:

$$\hat{y}(t+j|t), (j=N_1, N_1+1, \dots, P) \quad (7)$$

$\hat{y}(t+j|t)$  表示  $t$  时刻预测到的  $t+j$  时刻的系统输出。

并以过去的误差为基础,修正可能的误差:

$$y(t+j|t) = \hat{y}(t+j|t) + h_j [y(t+j) - y(t+j|t-1)], (j=N_1, N_1+1, \dots, P) \quad (8)$$

其中,  $h_j$  为误差校正系数。这一步属于反馈校正,可以使系统具有更强的鲁棒性。

3) 计算未来时刻期望值的误差:

$$e(t+j) = y_d(t+j) - y(t+j|t), (j=N_1, N_1+1, \dots, P) \quad (9)$$

4) 极小化性能指标:

$$J[N_1, P, M] = \sum_{j=N_1}^P e^2(t+j) + r \sum_{k=1}^M \Delta u^2(t+k-1)$$

获得最优控制序列:

$$u(t+j), (j=0, 1, 2, \dots, M) \quad (10)$$

其中,  $M$  是控制长度,表明了要纳入考虑的将来控制的范围;  $r$  是加权因子,表示对控制能量变化的重视程度。如一步预测控制法中,  $M=1$ 。

5) 将第一控制量  $u(t)$  施加于系统,返回 1)。这里将第一控制量施加于系统,在下一个采样周期对控制量重新进行优化,达到滚动优化的目的。

基于以上步骤,在各环节采用恰当的实现技术,可以实现倒立摆系统的稳定控制。单波等<sup>[30]</sup>提出一种基于神经网络模型的预测控制算法,用 3 层前向神经网络构建倒立摆系统的预测模型,并用一种校正算法根据误差值对神经网络模型进行学习或修正,同时采用单值预测控制算法减小计算复杂度。对一级系统的仿真实验表明,该算法可以避免对被控对象进行复杂的数学分析,收敛速度快,鲁棒性较强,计算相对简单。

同样采用预测控制方法,Shiuh-Jer Huang 等<sup>[31]</sup>提出用灰色预测模型和 PD 控制器分别实现倒立摆系统的起摆和稳定控制,实验证明了该方法的有效性和鲁棒性。

一般来说,预测控制在理论上有很好的控制效果,但方法复杂,不易实现。例如,基于神经网络的预测控制方法,涉及到网络的训练和自适应问题等,因此实际控制效果并不理想。目前,这类研究大多停留在仿真实验阶段,并不是倒立摆系统稳定控制的主流方案。

## 5 智能控制方法

智能控制方法是模拟人的思维方式的控制方法,它来自人的实践经验,不需要精确的数学模型。对倒立摆系统而言,目前比较常用的智能控制方法有模糊控制、计算智能控制、拟人智能控制和云模型控制等。

### 5.1 模糊控制方法

20 世纪 80 年代后期,出现了倒立摆系统的模糊控制研究。该方法利用模糊集合理论将专家知识和操作者经验形成的语言规则直接转化为自动控制策略,实现对倒立摆系统的

稳定控制。典型的模糊控制器包括模糊化、模糊推理判决机构和解模糊 3 个部分。它把观测到的精确量转化为模糊输入信息,并按照总结出的控制规则进行模糊推理和模糊判决,求出模糊的输出控制量,最后将这个模糊量转化为精确量,作用于被控对象,其流程如图 3。

其中,模糊化即将输入系统的清晰量转换为推理部分可以接受的模糊语言变量;模糊推理判决指利用一套基于专家知识的控制规则,根据当前的系统状态信息确定模糊控制的输出;解模糊环节将模糊推理判决的结果转化为被控系统可辨识的精确值。

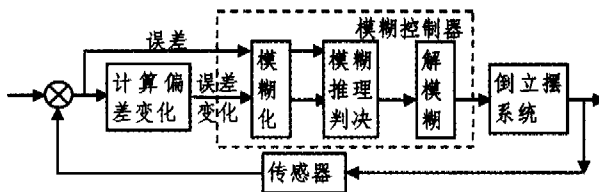


图 3 倒立摆系统模糊控制原理图

用模糊控制方法对倒立摆系统进行稳定控制的研究比较多,内容已不仅仅局限在传统控制器设计本身上。很多专家对模糊控制器的内部模块进行改进,获得了更好的控制效果。如文<sup>[32]</sup>提出自调整比例因子的模糊控制器设计方法,对量化因子和比例因子进行适应性调整,使控制器更接近于人;文<sup>[33]</sup>提出带有自调整因子和积分校正环节的双环结构模糊控制器,减少了控制规则数目,增强了系统实时性,同时消除了静态误差,提高了控制效果;文<sup>[34]</sup>通过对总结出的模糊控制规则表进行改进,提高了模糊控制系统的稳定性;文<sup>[35]</sup>在传统控制器的基础上添加性能测量、控制量校正和规则修正环节,在控制过程中不断调整和修改控制规则,以适应对象和环境的变化。

对倒立摆系统的稳定控制问题而言,模糊控制方法是比较优秀的一种解决途径。目前,北京师范大学的李洪兴教授所带领的研究小组已经成功实现了四级倒立摆实物系统的稳定控制,由此证明了模糊控制方法在典型非线性系统稳定控制中的有效性和先进性<sup>[36,37]</sup>。

### 5.2 计算智能的控制方法

遗传算法、人工神经网络、免疫算法等计算智能技术除用于参数寻优外,由于其模拟生物宏观或者微观特性的能力,越来越多地被应用到控制领域中,其应用方式主要是以下几类:

- 在控制系统中直接充当控制器的角色;
- 在控制器中用于动态系统建模,充当对象模型;
- 在传统控制系统中起优化计算的作用;
- 与其他智能控制方法融合,完善控制器。

现以人工神经网络为例,介绍如何将其设计成为一级倒立摆系统的控制器<sup>[38]</sup>。

1) 确定神经网络控制器(NNC, Neural Network Controller)的输入量和输出量,输入量为系统的状态量  $r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}$ , 输出量是对小车的推力  $u$ 。

2) 根据控制对象的要求,确定 NNC 的层数和各层的节点数,这一步一般依照经验和实验获得。例如,可以采用 3 层 BP 网络作为控制器模型,输入层 4 个节点,输出层 1 个节点,隐层根据经验确定。各节点的激励函数可选择 Sigmoid 函数,双曲正切函数等。

3) 根据控制目标选择误差函数,用于连接权值的修正。

如对于样本  $P$  选择误差函数为理想输出与实际输出的方差, 即

$$E_p = (d_p - y_p)^2 \quad (11)$$

4) 根据目标函数和网络实际输出, 求出输出层误差, 进而推倒输入层和隐层误差。

5) 利用样本训练网络。由于网络训练时间较长, 为达到系统实时性要求, 一般离线训练。训练结束后, 该 NNC 就可以独立用于倒立摆系统的稳定控制。

文[38]用此方法对倒立摆进行稳定控制, 实验证明了其有效性和较模糊控制的优越性。但这种方法也存在实时性和自适应性相互矛盾的问题: 为保证控制的快速有效, 必须离线地进行网络学习; 而离线学习又使控制器的自适应能力变差。同时, ANN 作为局部寻优算法, 控制结果有可能只是局部最优解, 因此有学者<sup>[39]</sup>利用全局优化的遗传算法对 NNC 内部权值进行寻优, 提高控制效果。基于同样的原因, 有人<sup>[40~46]</sup>用遗传算法优化模糊控制器中的隶属函数、控制规则或者是诸如比例因子这样的参数, 改善模糊控制器的性能。各种智能控制方法还可以互相融合, 文[47]将 Q 学习算法和 BP 神经网络有效结合, 实现了状态未离散化的倒立摆的无模型学习控制; 文[48]采用不同的强化学习控制器分别实现倒立摆的起摆和平衡全过程; 文[49]通过建立模糊规则, 构造模糊神经网络, 并运用 BP 算法对系统进行训练, 实现了对倒立摆的控制。

尽管计算智能控制技术有许多潜在的优势, 但其单独作为倒立摆控制器的成功案例还比较少, 几乎都处于仿真实验的阶段, 笔者还未见到实物实验成功的例子, 这类研究还有待于进一步发展。同时, 我们也注意到这类方法目前的应用趋势是与传统的控制方法和智能控制方法结合使用, 其中尤其以神经网络、遗传算法与模糊控制技术的结合最为广泛。

### 5.3 拟人智能控制方法

拟人智能控制模仿人解决问题的思路和方式, 采用广义归约法逐层分解复杂问题, 通过分析被控对象的物理本质得到对它的定性控制规律, 再利用适当的定性规律量化方法, 最终获得系统的控制量。这种控制方法的核心为:

- 基于被控对象的物理模型;
- 广义规约, 把控制问题分解成易求解的本原问题;
- 拟人设计控制律, 利用人的控制经验和知识形成定性控制规律。

其中, 广义归约来源于人工智能中的问题归约原理, 但将本原问题扩展到所有已解决或能解决的问题, 并允许本原问题之间相互耦合, 从个人实现简化问题的目的。现以一级倒立摆系统为例, 介绍拟人智能控制器的设计方法<sup>[50]</sup>:

#### 1) 对一级倒立摆模型的定性分析。

对系统进行物理分析得到结论:  $\theta_1 = 0$  时, 如果控制力  $F$  向右, 则小车向右加速运动, 摆杆向左偏转; 反之, 如果  $F$  向左, 则小车向左加速运动, 摆杆向右偏转。  $F=0$  时, 若摆杆向右倒, 在重力的作用下, 摆杆向右加速倒下, 小车向左移动; 反之, 摆杆向左加速倒下, 小车向右移动。

#### 2) 确定控制目标, 对问题广义归约。

令控制目标为通过小车运动, 使摆杆稳定在垂直方向。又由于导轨长度有限, 因此小车运动是受限的, 即控制目标为:

$$\theta_1 \approx 0, |r| \leq r_m, r_m > 0 \quad (12)$$

根据控制目标, 对问题进行广义归约, 最终形成了图 4 所

示的归约图。

#### 3) 形成拟人智能控制规律。

根据 1) 的定性分析和 2) 得到的广义归约图, 得到控制规律(各参数均为正值):

$$F = k_\theta \theta + k_\dot{\theta} \dot{\theta} + k_r \dot{r} + k_r r \quad (13)$$

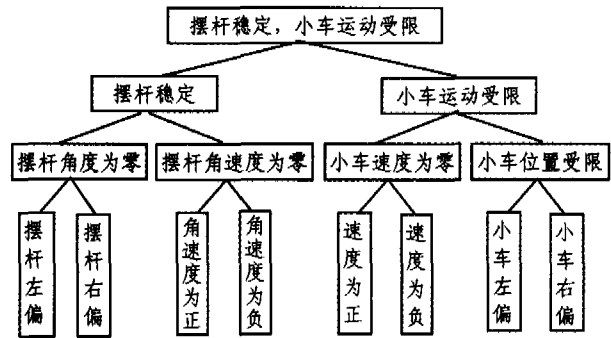


图 4 一级倒立摆系统稳定控制广义归约图

4) 由于控制电压与控制力成正比, 可以将 3) 产生的控制规律用于最终控制电压的生成。

目前, 利用该方法已经完成了对倒立摆实物系统的一、二、三级控制<sup>[51~54]</sup>。但这种控制方法中本原问题不容忽视的耦合, 要求对非线性系统本质有清楚的认识, 这成为研究的难点, 然而其广义归约的思想, 却是我们解决复杂问题的很好借鉴。

### 5.4 云模型的控制方法

云作为用语言值表示的某个定性概念与其定量表示之间的不确定性转换模型, 可以用于控制规则的量化, 实现对倒立摆系统的智能控制。云的数字特征有期望值  $E_x$ , 熵  $E_n$  和超熵  $H$ 。三个, 它们集成了模糊性和随机性, 构成定性和定量相互间的映射。通过这 3 个值, 用云发生器(Cloud Generator)可以形成合乎条件的云滴, 将定性的概念量化; 反之, 用逆向云发生器, 可以根据云得到云的数字特征。

根据云模型理论, 可以将定性的控制规则量化, 实现倒立摆系统的稳定控制。对一级倒立摆系统而言, 用云模型控制倒立摆的流程如图 5。其中,  $\tilde{0}$  是模糊概念,  $\theta = \theta_1$ ,  $\dot{\theta}$  规则生成器是利用云理论构造的定性规则量化模块。如对于角度  $\tilde{5}$  规则生成器而言<sup>[57]</sup>, 规则如下, 其中小车位移正向为右, 摆杆角度正方为顺时针方向。

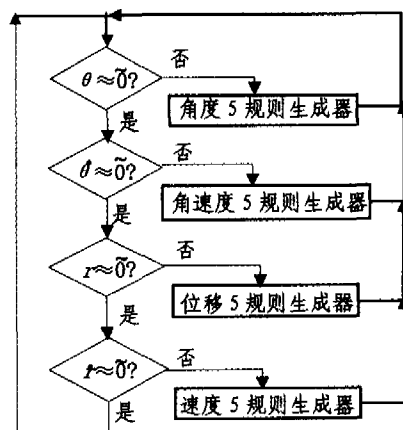


图 5 一级倒立摆云模型控制流程图

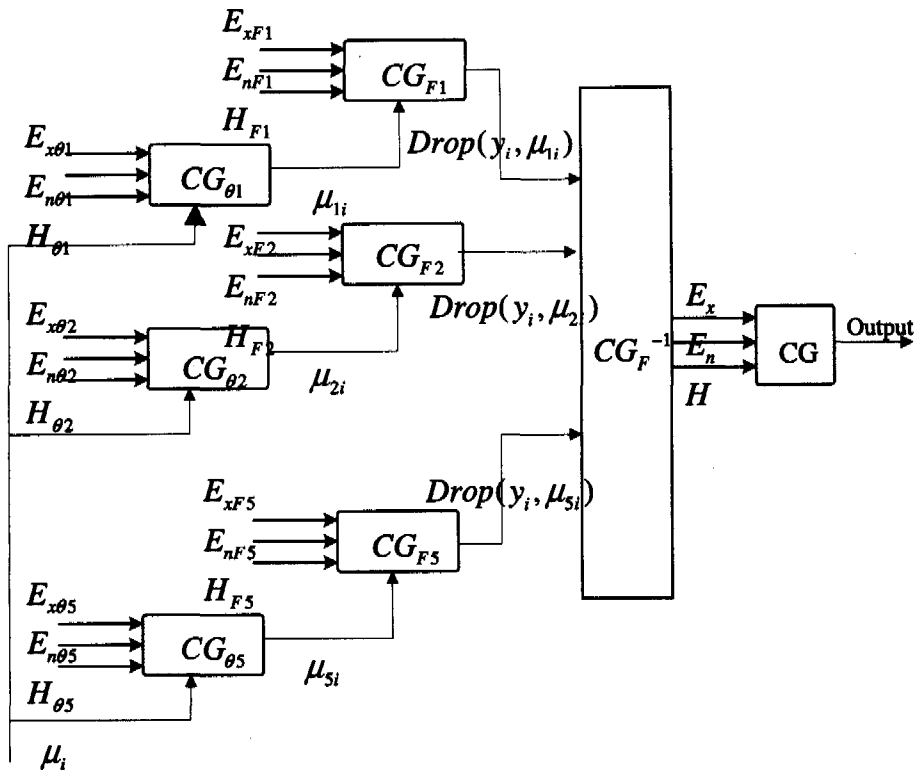


图6 角度  $\theta$  的5规则云发生器

If  $\theta$  为正向偏大, then 电机输出的力  $F$  为正向偏大;  
 If  $\theta$  为正向偏小, then 电机输出的力  $F$  为正向偏小;  
 If  $\theta$  为零, then 电机输出的力  $F$  为零;  
 If  $\theta$  为负向偏小, then 电机输出的力  $F$  为负向偏小;  
 If  $\theta$  为负向偏大, then 电机输出的力  $F$  为负向偏大。

利用云理论构造的关于  $\theta$  的5规则云发生器,如图6所示。图中,摆杆角度的某个值  $\mu_i$  刺激各单规则发生器的前件  $CG_{\theta i}$ ,随机产生一组  $\mu_{ij}$ 。而多组  $\mu_{ij}$  又使  $CG_{Fi}$  产生多组随机云滴群  $Drop_{ijk}(y_{ijk}, \mu_{ij})$ ,由逆向云发生器  $CG_F^{-1}$  得到这些云滴构成的云的数字特征,最后利用新产生的数字特征及正向云发生器,产生控制系统的输出。

北京航空航天大学李德毅、张飞舟等人<sup>[55~57]</sup>基于云模型理论,借助人有关倒立摆控制的先验知识,进行倒立摆系统控制器的设计。目前,这个研究梯队已经实现了单电机控制的一、二、三级实物系统的稳定控制,其控制方法具有较强的鲁棒性。

**小结** 倒立摆系统稳定控制方法主要有线性控制、预测控制和智能控制三类。线性控制方法建立在系统的线性模型基础上,常用的有LQR、LQY等,但其线性本质导致了它在倒立摆这种典型非线性系统中的局限性,使得它在高级数系统中的控制效果变差,是非主流的控制方法,目前只见到对二级系统控制成功的实例;预测控制方法建立在系统非参数模型基础上,既有优化功能,又引入了系统的实时反馈信息,但由于其复杂性,主要应用在仿真实验中;智能控制方法是目前该类研究的热点,主要包括模糊控制、计算智能控制、拟人控制和云模型控制等。此外,也有人将这些方法互相结合,期望得到更好的控制效果。

目前,智能控制方法对倒立摆进行稳定控制已经取得了一定进展,但作为可以应用于工业控制的成熟方法还需要进一步完善。今后可以重点关注以下两类研究:

- 对智能控制理论本身的发展。由于这个学科处于发展

初期,还不完善,在应用中暴露出很多问题,可以从纵向对理论体系本身深入发展,从而提高其理论价值。

- 多种智能控制方法的融合。在当前理论发展还不成熟的情况下,可以从横向对各种智能控制方法取长补短,综合应用,解决类似于倒立摆稳定控制的复杂问题。

除了稳定控制问题之外,针对倒立摆系统的研究也逐渐向起摆、非线性、鲁棒性、随动、镇定、跟踪问题等其它方向发展。对这些方法和思路的关注,为我们提出新方法,检验新理论提供了很好的借鉴。

### 参考文献

- 1 Yi Jianqiang, Yubazaki N, Hirota K. Systematically constructing stabilization fuzzy controllers for single and double pendulum systems. The Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2000, 1; 263~ 268
- 2 Yi Jianqiang, Yubazaki N, Hirota K. Stabilization fuzzy control of parallel-type double inverted pendulum system. In: The Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2000, 2; 817~ 822
- 3 Michitsuji Y, Furuta K, Yarnakita M. Swing-up control of inverted pendulum using vibrational input. In: Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications, 2000. 226 ~ 231
- 4 Sato N, Kobayashi S, Suzuki S, et al. Multi-inputs stabilization of pendulum on flexible base. In: SICE 2003 Annual Conference, 2003, 2; 1440~1444
- 5 Takahashi M, Narukawa T, Yoshida K. Intelligent transfer and stabilization control to unstable equilibrium point of double inverted pendulum. In: SICE 2003 Annual Conference, 2003, 2; 1451~ 1456
- 6 Takahashi M, Narukawa T, Yoshida K. Intelligent stabilization control to an arbitrary equilibrium point of double pendulum. In: American Control Conference, 2004. 5772~5777
- 7 Takahashi M, Narukawa T, Yoshida K. Intelligent control using destabilized and stabilized controllers for a swung up and inverted

- double pendulum. In: IEEE International Symposium on Intelligent Control, 2003. 914~919
- 8 Tsuji T, Ohnishi K. A control of biped robot which applies inverted pendulum mode with virtual supporting point. In: 7th International Workshop on Advanced Motion Control, 2002. 478~483
  - 9 Takahashi Y, Ogawa S, Machida S. Step climbing using power assist wheel chair robot with inverse pendulum control. In: Proceedings ICRA '00, 2000, 2; 1360~1365
  - 10 Takahashi Y, Machida S, Ogawa S. Analysis of front wheel raising and inverse pendulum control of power assist wheel chair robot. IECON 2000, 1; 96~100
  - 11 Takahashi Y, Ishikawa N, Hagiwara T. Soft raising and lowering of front wheels for inverse pendulum control wheel chair robot. In: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003, 3; 3618~3623
  - 12 Takahashi Y, Takagaki T, Kishi J, et al. Back and forward moving scheme of front wheel raising for inverse pendulum control wheel chair robot. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2001, 4; 3189~3194
  - 13 Takahashi Y, Ishikawa N, Hagiwara T. Inverse pendulum controlled two wheel drive system. In: SICE, 2001. 112~115
  - 14 Cho Hyun-Taek, Seul Jung. Neural network position tracking control of an inverted pendulum an X-Y table robot. In: IROS, 2003, 2; 1210~1215
  - 15 Cho Hyun Taek, Seul Jung. Neural network position tracking control of an inverted pendulum an X-Y table robot. In: IROS, 2003, 2; 1210~1215
  - 16 Lin Wei-Song, Chen Chun-Sheng. Robust neurofuzzy controller design of a class of uncertain multivariable nonlinear systems. In: IEEE International Conference on Control Applications, 2001. 902~907
  - 17 Cheng Chi-Chun, Wang Su-Chiun, Fu Li-Chen. Control system design for the PenduLIM: a novel integrated architecture of inverted pendulum and linear induction motor. In: IEEE International Conference on Control Applications, 2004, 1; 87~92
  - 18 Huang Chin-I, Fu Li-Chen. Passivity based control of the double inverted pendulum driven by a linear induction motor. IEEE Conference on Control Applications, 2003, 2; 797~802
  - 19 Wu Q, Sepelri N. Neural inverse modeling and control of a base-excited inverted pendulum. Computational Intelligence in Robotics and Automation, 2001. 402~407
  - 20 Calamai G, Casavola A, Mosca E. Command governor strategies for constrained control of an inverted pendulum. In: Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications, 2000. 886~891
  - 21 Casavola A, Mosca E, Papini M. Control under constraints: an application of the command governor approach to an inverted pendulum. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004. 193~204
  - 22 Song Feijun, Smith S M. A simple weight based fuzzy logic controller rule base reduction method. In: IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 2000. 3794~3799
  - 23 Luo Dapeng, Leonessa A. Nonlinear system identification of a reaction wheel pendulum using subspace method. In: American Control Conference, 2003. 4590~4595
  - 24 Song Feijun, Smith S M. A Takagi-Sugeno type fuzzy logic controller with only 3 rules for a 4 dimensional inverted pendulum system. In: IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 2000. 3800~3805
  - 25 Brock S. Practical approach to fuzzy control of inverter pendulum for inverter read inverted. In: IEEE International Conference on Industrial Technology, 2003, 1; 31~35
  - 26 史晓霞, 张振东, 李俊芳, 等. 二级倒立摆系统数学模型的建立及意义. 河北工业大学学报, 2001, 30(5); 48~51
  - 27 肖军. 模糊控制在多变量非线性系统中的应用: [博士学位论文]. 东北大学, 2001
  - 28 黄丹, 周少武, 吴新开, 等. 基于 LQR 最优调节器的倒立摆控制系统. 微机计算机信息, 2004, 20(2); 37~38, 34
  - 29 丛爽, 张冬军, 魏衡华. 单级倒立摆三种控制方法的对比研究. 系统工程与电子技术, 2001, 23(11); 14~19, 99
  - 30 单波, 徐燕, 赵建涛. 预测控制算法及其在倒立摆中的应用. 华北电力大学学报, 2001, 28(2); 46~51
  - 31 Huang shiuh-er, Huang Chien-Lo. Control of An inverted Pendulum Using Grey Prediction Model. In: Conf. Record IAS' 94, 1994. 1936~1941
  - 32 李明秋, 张寒明. XK-690 旋压机中自调节比例因子的模糊控制器的设计. 长春光学精密机械学院学报, 2000, 23(4); 36~39
  - 33 王建辉, 杨大鹏, 顾树生. 带有自调整因子和积分校正环节的双环模糊控制系统的研究. 沈阳工业大学学报, 1998, 20(1); 11~14
  - 34 周焯华, 吴永, 胡爱民. 改善模糊控制系统稳定性的一种方法. 压电与声光, 2000, 22(4); 270~272
  - 35 李丽娟, 赵英凯. 基于控制规则调整的自适应模糊控制器. 南京化工大学学报, 2001, 23(5); 49~52
  - 36 李洪兴, 苗志宏, 王加银. 四级倒立摆的变论域自适应模糊控制. 中国科学(E辑), 2002, 32(1); 65~75
  - 37 李洪兴, 苗志宏, 王加银. 非线性系统的变论域稳定自适应模糊控制. 中国科学(E辑), 2002, 32(2); 211~223
  - 38 于秀芬, 段海滨, 龚华军. 基于人工神经网络 BP 算法的倒立摆控制研究. 测控技术, 2003, 22(3); 41~44
  - 39 张葛祥. 遗传神经网络的研究及其对倒立摆的控制: [硕士学位论文]. 西南科技大学, 2002
  - 40 郭晨, 葛维燕, 于静哲. 遗传算法优化模糊控制器及其在非线性系统中的应用. 大连海事大学学报, 1999, 25(3); 79~84
  - 41 崔光照, 郑安平, 曹玲芝, 等. 遗传算法与模糊控制的融合研究. 郑州轻工业学院学报(自然科学版), 2000, 15(1); 41~44
  - 42 胡宁, 赵东标, 杨勇生, 等. 遗传算法与模拟退火算法混合策略模糊控制的研究. 江苏理工大学学报, 1998, 19(1); 55~59
  - 43 周小英, 王华, 姚伯威. 遗传算法在模糊控制规则优化中的实现. 电子科技大学学报, 2000, 29(2); 161~163
  - 44 施青平. 遗传算法在模糊控制规则优化中的应用. 武汉理工大学学报, 2002, 24(3); 34~36, 41
  - 45 董树鸿, 沈毅, 刘志言. 遗传算法在模糊系统优化设计中的应用研究. 系统工程与电子技术, 2001, 23(1); 73~76
  - 46 刘镇, 李程远. 用遗传算法优化模糊控制规则. 贵州工业大学学报(自然科学版), 1999, 28(5); 7~11
  - 47 蒋国飞, 吴沧浦. 基于 Q 学习算法和 BP 神经网络的倒立摆控制. 自动化学报, 1998, 24(5); 662~666
  - 48 张荣, 陈卫东. 基于强化学习的倒立摆起摆与平衡全过程控制. 系统工程与电子技术, 2004, 26(1); 72~76, 118
  - 49 唐晓琪, 谢克明. 模糊神经网络控制倒立摆系统. 太原理工大学学报, 2003, 34(1); 80~82
  - 50 司昌龙. 拟人智能控制及控制律转化研究: [硕士学位论文]. 北京航空航天大学, 2003
  - 51 张明廉, 孙昌龄, 杨亚炜. 拟人控制二维单倒立摆. 控制与决策, 2002, 17(1); 53~56
  - 52 张飞舟, 沈程智, 范跃祖. 拟人智能控制三级倒立摆. 计算机工程与应用, 2000, 36(2); 17~20
  - 53 张飞舟, 陈伟基, 沈程智. 拟人智能控制三级倒立摆机理的研究. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(2); 151~155
  - 54 张明廉, 郝健康, 何卫东, 等. 拟人智能控制与三级倒立摆. 航空学报, 1995, 16(6); 654~661
  - 55 张飞舟, 范跃祖, 沈程智, 等. 利用云模型实现智能控制倒立摆. 控制理论与应用, 2000, 17(4); 519~523
  - 56 李德毅. 三级倒立摆的云控制方法及动平衡模式. 中国工程科学, 1999, 1(2); 41~46
  - 57 陈晖, 李德毅, 沈程智, 等. 云模型在倒立摆控制中的应用. 计算机研究与发展, 1999, 36(10); 1181~1187