

# 具有动态调节功能的 Fisherface 方法

王卫东<sup>1,2</sup> 郑宇杰<sup>1</sup> 杨静宇<sup>1</sup>

(南京理工大学计算机系 南京 210094)<sup>1</sup> (江苏科技大学电子信息学院 镇江 212003)<sup>2</sup>

**摘要** 高维、小样本数据的识别问题,始终是模式识别领域的热点和难点问题。由于训练样本数量很少,当以样本的协方差矩阵作为模式协方差矩阵的估计时,会产生较大的偏差。这是造成模式分类错误的主要原因。本文在详细论述 Fisherface 方法的基础上,提出了具有动态调节功能的 Fisherface(DA-Fisherface)方法。该方法利用测试样本完成了对样本协方差矩阵的动态调节,减小了因样本数目很少所造成的偏差,从而实现了 Fisher 鉴别矢量集的优化。最后,在 ORL 人脸库上的实验结果表明,该方法的模式分类正确率比 Fisherface 方法有显著提高。

**关键词** Fisherface, DA-Fisherface, 优化方法, 特征提取, 人脸识别

## Fisherface Method with Dynamic Adjusting Function

WANG Wei-Dong<sup>1,2</sup> ZHENG Yu-Jie<sup>1</sup> YANG Jing-Yu<sup>1</sup>

(Department of Computer Science, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094)<sup>1</sup>

(School of Electronic and Information Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003)<sup>2</sup>

**Abstract** In pattern recognition, the classification of high-dimensional and limited-sample data is not only a hotspot but also a difficulty all the time. Because the number of training samples is very small, big bias will occur when pattern covariance matrixes are estimated by training sample covariance matrixes. It is also an important reason of wrong classification. On the basis of explaining Fisherface method in detail, this paper proposes a Fisherface method with dynamic-adjusting function (DA-Fisherface). The method completes dynamic adjusting the sample covariance matrixes using testing samples, reduces the bias caused by limited training samples, and optimizes the Fisher discriminant vectors. Finally, the experimental results on ORL face database indicate the purposed method gets a higher recognition ratio than Fisherface.

**Keywords** Fisherface, DA-Fisherface, Optimal method, Feature extraction, Face recognition

## 1 引言

人脸识别是一种高维、小样本数据的识别问题。对于该类问题,其难点在于训练样本的数量很少,而以训练样本的协方差矩阵作为模式协方差矩阵的估计时,会产生以下两方面问题,一个是会造成较大的偏差,另一个是会使类内协方差矩阵奇异。

为了解决类内协方差矩阵奇异使得该矩阵不可逆的问题,提出了许多经典算法,其中最典型的是 Belhumeur 等提出的 Fisherface 方法<sup>[1]</sup>,该方法在采用线性鉴别分析之前,通过事先给定的线性变换来达到降低图像向量的维数,从而消除了类内协方差矩阵的奇异性。而 Hong 等提出的扰动法<sup>[2]</sup>是通过类内协方差矩阵进行一个小的扰动,使得扰动后的矩阵变为非奇异的,并以扰动后的矩阵代替原来的类内协方差矩阵进行鉴别矢量的求解,从而将问题转化为可逆的情形加以解决。此外,还有 K. Liu 提出的正交补空间法<sup>[3]</sup>, H. Yu 等<sup>[4]</sup>提出的一种直接的线性鉴别分析方法(Direct LDA)等。

对于小样本数据的识别问题,目前,最经典的解决方法是 Vapnik<sup>[5]</sup>等人提出的支持向量机(support vector machine,简称 SVM)理论,该方法通过构造最优超平面,使得对未知样本的分类误差最小。S. Mika 等<sup>[6,7]</sup>提出了核函数 Fisher 鉴别(KFD)方法,该方法将核函数引入到线性 Fisher 鉴别中,通

过对输入空间的样本数据实行非线性映射,转换到特征空间,然后在特征空间运用线性 Fisher 鉴别。另外,Carlos E. Thomaz 等<sup>[8]</sup>提出了一种新的协方差矩阵估计方法称为最大熵协方差挑选法(MECS)。Xiaogang Wang 等<sup>[9,10]</sup>提出了双空间线性鉴别分析及随机子空间法,这两种方法都是对多个模式特征进行融合以解决小样本问题。

本文在 Fisherface 方法的基础上,利用测试样本实现了对类协方差矩阵的动态调节,减少了因训练样本数目很少所造成的偏差,从而实现了 Fisher 鉴别矢量集的优化。最后,在 ORL 人脸库上的实验结果表明,该方法模式分类的正确率明显高于 Fisherface 方法。

## 2 Fisherface 方法<sup>[1]</sup>

Fisherface 方法的基本思想是先采用主成分分析(PCA)对高维数据进行降维,获得原样本的最优特征表示,并使样本的类内协方差矩阵非奇异。然后,在此基础上再作线性判别分析。其优点是在人脸图像有光照和表情变化的情况下,比特征脸方法鲁棒。

设模式类别有  $C$  个,  $n_i$  表示第  $i$  类训练样本数,  $n$  表示样本总数。  $N$  为图像向量的维数,  $X_{ij}$  为样本图像向量,  $\bar{X}_i$  表示第  $i$  类的平均图像向量,  $\bar{X}$  表示总体的平均图像向量,  $P(W_i)$  为第  $i$  类模式的先验概率,  $S_w$  表示类内协方差矩阵,  $S_b$  表示

类间协方差矩阵,  $S_i$  表示总体协方差矩阵。

$$S_w = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)(X_{ij} - \bar{X}_i)^T$$

$$S_b = \sum_{i=1}^c P(\omega_i) (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})^T$$

$$S_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})^T$$

显然,  $S_w$ 、 $S_b$  均为  $N \times N$  非负定矩阵, 这里第  $i$  类模式的先验概率一般地取为  $P(\omega_i) = 1/C$ 。

主成分分析是在最小协方差意义下给出的模式样本的最优表示。该方法是以前总体协方差、类间或类内协方差矩阵作为产生矩阵  $\Sigma$  进行 K-L 变换, 分别对包含在类均值向量中判别信息的最优压缩技术, 包含在类中心化特征向量中判别信息的提取技术, 从类平均向量中提取判别信息的技术。这三种方法分别从不同的角度利用了训练样本的类别标签信息。可以证明, 当取产生矩阵  $\Sigma$  的  $r$  个最大本征值所对应的本征向量来表示  $X$  时, 其截断均方误差和在所有其它正交坐标系情况下用  $r$  个坐标表示  $X$  时所引起的均方误差相比为最小。

取产生矩阵  $\Sigma$  的  $r$  个最大本征值对应的本征向量  $u_1, u_2, \dots, u_r$  作为坐标轴, 则  $N$  维随机变量  $X$  可通过下式进行投影, 在均方误差最小意义下压缩为  $r$  维的随机变量  $Y$ 。

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^T X \\ u_2^T X \\ \vdots \\ u_r^T X \end{bmatrix} = U^T X$$

其中  $U = [u_1, u_2, \dots, u_r]$ 。

在将模式特征从原  $N$  维空间降到  $r$  维空间后, 再采用 Fisher 准则提取最佳鉴别矢量集。Fisher 鉴别准则函数为

$$F(\varphi) = \frac{\varphi^T S_b \varphi}{\varphi^T S_w \varphi}$$

其中  $\varphi$  为  $r$  维列向量。使上式取到最大值的向量  $\varphi_1$  是 Fisher 最优鉴别方向, 其物理意义是模式样本集在  $\varphi_1$  方向上的投影使得模式具有最小的类内散布和最大的类间散布。

Foley-Sammon 进一步获得了基于 Fisher 准则的最优鉴别矢量集  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_d$ , 其第 1 个投影轴  $\varphi_1$  取为 Fisher 最优投影方向, 当前  $i$  个投影轴确定后, 第  $(i+1)$  个投影轴  $\varphi_{i+1}$  是以下最优问题的最优解。

$$\begin{cases} \max(J(\varphi)) \\ \varphi_j^T \varphi = 0, j=1, \dots, k \\ \varphi \in R^n \end{cases}$$

Foley-Sammon 最优鉴别矢量集可取为方程  $S_b \xi = \lambda S_w \xi$  的  $d$  个最大的特征值所对应的满足标准正交条件  $\varphi_i^T \varphi_j = 0$  的特征向量。则

$$Y' = \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ \vdots \\ y'_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1^T Y \\ \varphi_2^T Y \\ \dots \\ \varphi_d^T Y \end{bmatrix} = \varphi'^T Y$$

$Y'$  就是采用 Fisherface 方法得到的特征鉴别向量, 可利用该特征鉴别向量进行分类识别。

### 3 具有动态调节功能的 Fisherface 方法 (DA-Fisherface)

本文在 Fisherface 方法的基础上, 提出了具有动态调节功能的 Fisherface (Dynamic Adjusting Fisherface, 简称 DA-Fisherface) 方法, 对因采用训练样本协方差矩阵作为模式协

方差矩阵的估计所造成的偏差, DA-Fisherface 方法利用测试样本对其进行了修正, 并进而实现对 Fisher 鉴别矢量集的优化。

DA-Fisherface 方法的基本思想是, 首先根据 Fisherface 方法产生一组最佳鉴别矢量集, 利用该矢量集对测试样本进行特征提取, 并采用最小距离分类器进行模式分类, 但分类结束后, 不对各模式的分类结果是否正确进行判断, 即不作为最终的分类结果进行输出。其次, 利用前面的分类结果对类间及类内协方差矩阵进行修正, 并根据修正后的类间及类内协方差矩阵重新计算 Fisher 最佳鉴别矢量集 (实现了动态调节功能), 利用新的 Fisher 最佳鉴别矢量集再作特征提取, 最后同样采用最小距离分类器进行模式分类, 并对分类结果是否正确进行判断, 并作为最终结果输出。DA-Fisherface 方法的基本思想如图 1 所示。

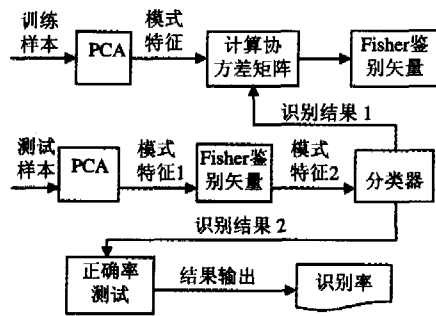


图 1 DA-Fisherface 方法的原理框图

在上图中, 对测试样本进行第一次识别所得到的结果记为识别结果 1, 利用该结果对协方差矩阵进行修正, 重新计算 Fisher 鉴别矢量集。再次对测试样本进行特征提取及分类识别, 第二次得到的结果记为识别结果 2, 并进行正确率测试, 测试的结果作为最终结果输出。

DA-Fisherfaces 方法的算法步骤如下:

- (1) 采用基于类间协方差矩阵  $S_b$  的 K-L 变换, 将高维模式特征投影到低维的特征空间中。
- (2) 利用训练样本计算各类的初始均值向量、总体的均值向量及总体协方差矩阵。

$$m_i = \bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

$$m = \bar{X} = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^C \bar{X}_i$$

$$S_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})^T$$

式中  $m_i$  为第  $i$  类模式的初始均值向量 ( $i=1, 2, \dots, c$ ),  $\bar{X}_i$  是  $m_i$  的估计,  $m$  为总体样本均值,  $S_t$  为总体协方差矩阵。

(3) 计算类间协方差矩阵  $S_b$  及类内协方差矩阵  $S_w$

$$S_b = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^C (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{X}_i - \bar{X})^T$$

$$S_w = S_t - S_b$$

(4) 计算 Fisher 最优鉴别矢量集  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_d$ , 将测试样本映射到特征空间中

$$y' = \varphi'^T X$$

(5) 对全部测试样本集  $\{X_i; i=1, 2, \dots, S\}$ ,  $S$  为测试样本数, 按最小距离原则将其模式分配到  $C$  类中的某一类。

$$\text{如果 } d_k = \min_j [d_{kj}], j=1, 2, \dots, C$$

则判  $X_k \in \omega_k$

式中  $d_{kj}$  表示  $X_k$  和类  $\omega_j$  的中心  $m_j$  的距离,  $X_k$  表示第  $k$  个测

试样本被判属为第  $l$  类。

(6) 若对测试样本是第一次识别,则重新修正各类的样本均值向量。否则,若为第二次识别则转步骤(7)。

$$m_i = \bar{X}_i = \frac{1}{n_i + n_j} (n_i * m_i + \sum X_{ki})$$

$$m = \bar{X} = \frac{1}{2} \left( m + \frac{1}{C} \sum_{i=1}^C m_i \right)$$

式中  $m_i$  是第  $i$  类模式的类均值向量 ( $i=1, 2, \dots, c$ ),  $n_i$  是第  $i$  类模式训练样本个数,  $n_j$  是被判属为第  $i$  类模式的测试样本数。转步骤(3)。

(7) 作正确率测试,并将识别正确率作为最终结果输出。

该算法利用测试样本对各类样本均值及总体样本均值进行了修正,并利用修正后的样本均值重新计算类间及类内协方差矩阵,再进一步求出 Fisher 最佳鉴别矢量集。利用该鉴别矢量集进行特征提取时,其效率应明显高于原鉴别矢量集的提取效率。

#### 4 实验及分析

本文采用 ORL 人脸库进行对比实验,该库由 40 人的脸图像组成,每人 10 幅。原图像为  $92 \times 112$  像素,先对所有的训练及测试样本进行两次小波变换,将图像变换为  $23 \times 28$  像素。

实验以每个人的前 5 幅图像作为训练样本,后 5 幅作为测试样本。因此训练和测试样本均为 200 幅。首先,采用基于类间离散矩阵  $S_b$  的离散 K-L 变换,对原始特征进行特征提取,由于模式的类别数为 40,经特征提取后模式特征的维数降为 39 维。然后,模式分类采用最小距离分类器。对于距离的度量分别采用欧氏距离和绝对值距离。

表 1 为采用三种特征提取算法的识别率。

表 1 识别正确率的百分比

	欧氏距离	绝对值距离
PCA	89.5	90
Fisherface	93	92
DA-Fisherface	94	94

从实验结果可以看出,DA-fisherface 方法的模式识别率比 PCA 及 Fisherface 方法都有显著的提高,这是由于对小样本数据而言,使用训练样本均值作为各类别均值及总体均值

的估计,会产生较大的偏差,进而引起样本协方差矩阵的偏差,并导致模式识别率的下降。而 DA-fisherface 方法利用测试样本数据对上述偏差进行了修正,因此,其识别的正确率有明显提高。

**结论** 本文提出的具有动态调整功能的 Fisherface(DA-Fisherface)方法,是利用测试样本实现对类别均值的修正,进而对由于小样本数据所造成的类间及类内协方差矩阵的偏差进行了修正,并进一步实现了对 Fisher 鉴别矢量集的优化。实验结果证明了该方法的有效性。

由于考虑特征提取的效率问题,本文没有对总体协方差矩阵进行修正,若对总体协方差矩阵进行修正,则模式分类的正确率有望得到进一步提高。

#### 参考文献

- 1 Belhumeur P N, et al. Eigenfaces vs. Fisherfaces, Recognition using class specific linear projection. IEEE Trans. Pattern Anal Machine Intell, 1997, 19(7): 711~720
- 2 Hong Z Q, Yang J Y, et al. Optimal discriminant plane for a small number of samples and design method of classifier on the plane. Pattern Recognition, 1991, 24(4): 317~324
- 3 Liu K, Yang J-Y, et al. An efficient algorithm for Foley-Sammon optimal set of discriminant vectors by algebraic method, International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1992, 6(5): 881~829
- 4 Hua Yu, Jie Yang. A direct LDA algorithm for high-dimensional data—with application to face recognition. Pattern Recognition, 2001, 34(11): 2067~2070
- 5 Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory. New York: Springer-Verlag, 1995
- 6 Mika S, Ratsch G, Weston J, Scholkopf B, Muller K. Fisher Discriminant Analysis with Kernels. In: Proc. of the IEEE Neural Networks for Signal Processing Workshop, Madison, 1999. 41~48
- 7 Scholkopf Mika S, et al. Input Space Versus FeatureSpace in Kernel-Based Methods. IEEE Trans on Neural Networks, 1999, 10(5): 1000~1017
- 8 Thomaz C E, Gillies D F, Feitosa R Q. A New Covariance Estimate for Bayesian Classifiers in Biometric Recognition. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, FEBRUARY, 2004, 14(2): 214~223
- 9 Wang Xiaogang, Tang Xiaou. Dual-Space Linear Discriminant Analysis for Face Recognition Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition
- 10 Wang Xiaogang, Tang Xiaou. Using Random Subspace to Combine Multiple Features for Face Recognition Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition

(上接第 172 页)

人的误差,进而提高音乐检索系统的性能。实验表明,这种方法尤其适合于使用类似“Da”声哼唱的系统。

用于哼唱查询构造的合理的特征信息表示中间格式,既可以避免后续系统进行复杂的运算,又提供了完整的特征信息,可以方便有效地接入到不同的音乐检索系统中。

进一步的研究工作着眼于对用户使用任意声音自由哼唱旋律的方法结合语音识别领域的方法和成果来进行有效的识别处理,而处理方法的重点和难点仍然在于音符分割方法的研究。

#### 参考文献

- 1 Kageyama T, Mochizuki K, Takashima Y. Melody retrieval with humming. In: Proc. ICMC1993. Tokyo: ICMA, 1993. 349~351
- 2 Ghias A, Logan J, Chamberlin D, et al. Query By Humming Mu-

- sical Information Retrieval in An Audio Database. In: Proc. ACM Multimedia 95. San Francisco: ACM press, 1995. 231~236
- 3 McNab R J, Smith L A, Witten I H, et al. Toward the digital music library: tune retrieval from acoustic input. In: Proc. ACM Digital Libraries. Bethesda: ACM press, 1996. 11~18
- 4 Pollastri E. A pitch tracking system dedicated to process singing voice for music retrieval. In: Proc. of ICME2002. Switzerland, IEEE, 2002. 341~344
- 5 赵力. 语音信号处理. 北京: 机械工业出版社, 2003
- 6 Meek C, Birmingham W. Johnny cant't sing: A comprehensive error model for sung music queries. In: Proc. of ISMIR2002. Paris, 2002
- 7 拉宾纳 LR, 谢弗 RW. 语音信号数字处理. 朱雪龙, 等译. 北京: 科学出版社, 1983
- 8 Noll M. Pitch determination of human speech by the harmonic product spectrum, the harmonic sum spectrum, and a maximum likelihood estimate. In: Proc. of the Symposium on Computer Processing Communications. New York: Polytechnic Press, 1970. 779~797