

智能机器人体系结构可分解性理论研究^{*}

刘海波 顾国昌 沈 晶

(哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院 哈尔滨 150001)

摘 要 以往的智能机器人体系结构研究工作,都是根据需求并凭借经验直接进行功能模块的划分及其相互关系的确定,随着机器人系统及其模块间耦合关系的日益复杂,体系结构的可分解性这一基础理论问题日渐突出,但是一直没有得到深入研究。本文提出并采用微分流形理论证明智能机器人体系结构可分解性定理。该定理为智能机器人复杂体系结构模型的层次化、模块化实现奠定了理论基础。

关键词 智能机器人,体系结构,可分解性,微分流形

Decomposability Theory of Intelligent Robot Architecture

LIU Hai-Bo GU Guo-Chang SHEN Jing

(College of Computer Science and Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

Abstract During the previous works on intelligent robot architectures, the researchers experientially decomposed the functional modules and established their relations according to the requirements. With the increased complexity in robot systems and the coupling relations among modules, the decomposability of architecture has been becoming a more and more challenge problem that hardly has been lucubrated. In this paper, a decomposability theorem is presented and proved by differentiable manifolds theories. The theorem lays a theoretical foundation for hierarchical and modular implementation of the complex robot architectures.

Keywords Intelligent robot, Architecture, Decomposability, Differentiable manifold

1 引言

智能机器人的体系结构定义一个智能机器人系统各部分之间相互关系和功能分配,确定一个智能机器人或多个智能机器人系统的信息流通关系和逻辑上的计算结构。对于一个具体的机器人而言,可以说就是这个机器人信息处理和控制系统总体结构^[1]。

随着智能机器人研究工作的不断深入,越来越多的、各种各样的传感器被使用,信息融合、规划、问题求解、运动学与动力学计算等单元技术不断提高,使智能机器人整体智能能力不断增强,同时也使其体系结构日益复杂。功能如何分解、时间关系如何确定、空间资源如何分配等问题,都是直接影响整个系统智能水平的关键问题。以往的智能机器人体系结构研究工作,都是根据需求并凭借经验直接进行功能模块的划分及其相互关系的确定,随着机器人系统及其模块间耦合关系的日益复杂,体系结构的可分解性这一基础理论问题(恰如微积分中的可积性问题)日渐突出,但是一直没有得到深入研究。本文提出并采用微分流形理论证明智能机器人体系结构可分解性定理。

2 基本概念定义

流形的概念是欧氏空间 R^n 的推广,粗略地说,流形在每一点的近旁和欧氏空间的一个开集是同胚的,因此每一点的近旁可以引进局部坐标系。可以把流形看成是一块块“欧氏

空间”粘起来的结果,是一个由抽象元素组成的集合。在这个抽象集合上,通过一个同胚映射建立它和欧氏空间的局部同构,这样就可以用局部欧氏空间坐标卡的组合来代替抽象集合,可以由欧氏空间局部坐标卡的坐标来识别抽象集合中的元素。利用流形理论,可以从整体上把智能机器人体系结构解释为统计流形空间,利用流形上的对偶几何结构来分析和理解智能机器人的信息、控制和问题求解能力的分布模式和内在机理。

为便于叙述,首先给出基本概念的形式定义,公式中均采用 Einstein 求和约定以简化记号,即,在一个公式,若上指标和下指标相同,则表示求和,求和上下限由具体问题确定。

定义 1 设集合 M 是一个拓扑空间,且满足以下条件,则 M 为 n 维拓扑流形,简记为 n 流形:

- 1) M 是一个 Hausdorff 空间;
- 2) M 有可数的拓扑基;
- 3) 对 $\forall p \in M$, 存在 p 点的一个邻域 U 及一个同胚映射 $f_\alpha: U \rightarrow f(U) \in R^n$ 的开集,其中 (U, f_α) 称为 M 的一个坐标卡。

定义 2 拓扑流形 M 上的 C^k 类 ($1 \leq k \leq \infty$) 微分构造是 M 上坐标卡之集 $\Psi = \{(U_\alpha, \varphi_\alpha) | \alpha \in A (\text{任意指标集})\}$ 满足以下条件:

- 1) 所有的 U_α 覆盖 M , 即
- $$M = \bigcup_{\alpha \in A} U_\alpha \quad (1)$$
- 2) 对任意的 $\alpha, \beta \in A$, 坐标卡 $(U_\alpha, \varphi_\alpha)$ 和 (U_β, φ_β) 是 C^k -

^{*} 哈尔滨工程大学基础研究基金资助(项目编号:HEVFT05068)。刘海波,博士研究生,主要研究方向为多智能体系统、机器人智能。顾国昌教授,博士生导师,主要研究方向为人工智能与机器人智能。沈晶,博士研究生,主要研究方向为多智能体强化学习、人工免疫系统、机器人智能。

相容的,即当 $U_\alpha \cap U_\beta \neq \emptyset$ 时, $\psi_\beta \circ \psi_\alpha^{-1}$ 和 $\psi_\alpha \circ \psi_\beta^{-1}$ 是 R^n 的开子集 $\psi_\alpha(U_\alpha \cap U_\beta)$ 和 $\psi_\beta(U_\alpha \cap U_\beta)$ 之间的 C^k 类微分同胚;

3) 集合 Ψ 对于性质 2) 是极大的,即若存在 (U, ψ) 与每个别的坐标卡相容,则必属于 Ψ 。

一个 n -流形 M , 连同它上面的 C^k 类微分构造 Ψ 一起组成的对 (M, Ψ) 成为 C^k 类 n 维微分流形, 简记作 C^k -流形, C^∞ -流形称为光滑流形, 又称解析流形。

定义 3 过流形 M 上一点 p 的所有切向量的集合形成 M 在 p 点的切空间, 记为 $T_p(M)$, 或简记为 T_p 。

定义 4 设 S 和 M 是两个光滑流形, 若有光滑映射 $f: M \rightarrow S$ 使得:

- 1) f 是一个单射;
- 2) 对 $\forall p \in M, f: T_p(M) \rightarrow T_{f(p)}(S)$ 是单射;

则称 (M, f) 是流形 S 的一个嵌入子流形, f 为嵌入映射。如果把 $f(M)$ 作为 S 的一个拓扑子空间, $f: M \rightarrow f(M)$ 是一个同胚映射, 则称 $f(M)$ 是流形 S 的一个正则子流形。

定义 5 给定微分流形 M , 切空间 T_p 上向量之间所定义的内积

$$g_{ij}(u) = \left\langle \frac{\partial}{\partial x^i}, \frac{\partial}{\partial x^j} \right\rangle = \langle \partial_i, \partial_j \rangle \quad (2)$$

称为黎曼度量, 其中, (U, u) 是 M 的一个坐标卡, $\{\partial_i\}$ 是切空间 T_p 的一组基, 矩阵

$$G = (g_{ij}(u)) \quad (3)$$

称为 M 上的度量张量。定义了黎曼度量的流形成为黎曼流形。

由于流形上不同点的切空间之间没有直接联系, 为了研究流形的整体性质, 需要在不同的切空间之间建立联系, 于是引入联络的概念。仿射联络能够在抽象空间上引进微分结构, 它是满足一定条件的双线性映射。

定义 6 当流形上的点 θ 变化到 $\theta + d\theta$, 用差异 ∇_{∂_j} 表示第 j 个基切向量的内在变化, 用 $\nabla_{\partial_i} \partial_j$ 来定义 θ 在方向 ∂_i 变化时 ∂_j 的内在变化率,

$$\nabla_{\partial_i} \partial_j = \Gamma_{ij}^k(\theta) \partial_k(\theta) \quad (4)$$

称 $\nabla_{\partial_i} \partial_j$ 为一个协变导数, 其中, $\Gamma_{ij}^k(\theta)$ 表示 $\nabla_{\partial_i} \partial_j$ 的切分量在基切向量中的 $\partial_k(\theta)$ 坐标, 称为联络系数。设 M 是一个黎曼流形, $T(M)$ 表示 M 上的光滑向量场集合, M 上仿射联络为一个协变导数 ∇ , 是从 $T(M) \times T(M)$ 到 $T(M)$ 的一个映射, 满足以下条件: 对 $A, B \in T(M)$, $\nabla_A B$ 是一个向量场, 记为 $C = \nabla_A B$ 。联络系数可以通过式(5)给出,

$$\Gamma_{ij}^k(\theta) = \langle \nabla_{\partial_i} \partial_j, \partial_k \rangle \quad (5)$$

当联络系数定义为式(6)形式时, 称该联络为黎曼联络或 Levi-Civita,

$$\Gamma_{ij}^k(\theta) = \frac{1}{2} (\partial_i g_{jk} + \partial_j g_{ik} - \partial_k g_{ij}) \quad (6)$$

黎曼联络是唯一保持黎曼度量不发生变化的联络结构。

定义 7 考虑一个概率分布统计模型

$$S = \{p(x; \theta)\} \quad (7)$$

x 是采样空间 X 中的随机变量, $p(x; \theta)$ 是 x 的概率密度函数, 满足 $p(x; \theta) > 0$, θ 是一个 n 维向量, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \in \Theta$, Θ 为 n 维实空间 R^n 的开集, θ 起到了流形上的坐标卡的作用, 称 S 为统计流形, 当 $p(x; \theta)$ 在 θ 的每一点的邻域内充分光滑时, S 就有微分流形结构。令

$$l(x; \theta) = \log p(x; \theta) \quad (8)$$

流形 S 上的 α 联络定义为:

$$\Gamma_{ij}^\alpha(\theta) = E_\theta \{ \partial_i \partial_j l(x; \theta) \} + \frac{1-\alpha}{2} E_\theta \{ (\partial_i l(x; \theta) \partial_j l(x; \theta) \partial_k l(x; \theta)) \} \quad (9)$$

其中 E_θ 为数学期望, α 是标量参数。

定义 8 设黎曼流形 S 上的两个联络分别由协变导数 ∇ 和 ∇^* 表示, 如果对于 S 上的任意向量场, A, B, C 满足式(10),

$$A(B, C) = \langle \nabla_A B, C \rangle + \langle B, \nabla_A^* C \rangle \quad (10)$$

则称这两个协变导数是对偶的, 假如流形 S 对于联络 ∇ 和 ∇^* 的黎曼挠率为 0, 则称 S 是对偶平坦流形。

指数族在统计推理理论的构造中占据了极其重要的角色, 从流形的观点来看, 指数族分布和混合族分布是对偶平坦流形的对偶平坦结构, 智能机器人的神经生理结构可以用这样的结构描述进行讨论。

定义 9 随机变量 x 的概率分布族 S 的分布由 n 维参数的集合 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ 来识别, 当概率密度函数可以写成式(11)形式时,

$$p(x; \theta) = \exp\{\theta_i r_i(x) + k(x) - \varphi(\theta)\} \quad (11)$$

其中, $r_i(x)$, $i=1, 2, \dots, n$ 是 x 的函数, $\varphi(\theta)$ 称为势能函数, 称 S 为一个 n 维指数族分布流形。 n 维参数 $\theta = (\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^n)$ 称为指数族的基本坐标 (e -坐标)。

定义 10 若一个指数族分布 S 可以光滑地嵌入到一个指数族空间中, 则该分布称为曲指数族分布。

3 智能机器人体系结构可分解性定理及其证明

引理 1 对任意 $\epsilon > 0$, 存在一个有充分隐单元的 3 层前向神经网络, 它能以 ϵ 均方误差的精度逼近任意非线性函数^[2]。

引理 2 固定拓扑结构的神经网络模型可以表示为指数族或曲指数族概率模型^[3]。

引理 3 指数族分布流形是对偶平坦流形^[4]。

可分解性定理。 智能机器人的复杂体系结构可以通过分解为多个简单结构协作来实现。

智能机器人体系结构约束信息、控制与问题求解能力的分布模式, 整体上形成从环境信息感知到机器人智能行为的映射, 由引理 1, 智能机器人的体系结构的映射功能可由神经网络逼近, 由引理 2 和引理 3, 固定拓扑结构的神经网络可表示为一个流形, 神经网络的参数(权值或阈值)起到了流形上的坐标卡的作用, 被用来识别和表示一个神经网络模型系统。通过统计模型表示, 神经网络模型可作为子流形嵌入到相关的统计模型——对偶平坦流形上, 每一个分布可看作流形中一个点, 相近分布映射为流形中的相邻点。因而, 智能机器人的体系结构可以表示为高维统计模型流形上的一个点, 要在高维流形上确定该点的坐标参数是不大现实的, 但可以借助流形分解和投影定理^[4], 通过在低维子流形找到该点的投影点来逼近该分布。体系结构的不同功能分区可以看作是具有不同参数的神经网络, 他们可能对应于不同子流形上的点, 子流形的并集可以覆盖高维统计模型所形成的复杂流形。

设智能机器人的体系结构可表示为 n 维统计流形 S 上的一个点,

$$S = \{p((y, z) | x; \theta)\} \quad (12)$$

其中, x 为环境感知变量, z 为机器人思维状态变量, y 为机器

(下转第 150 页)

在的大量非分类关系如何得到,须通过专家参与,人为加入已有的本体原型,并扩展,才得到比较完整的本体模型。

整个从模糊形式背景到本体模型的生成过程可以用图4表示。

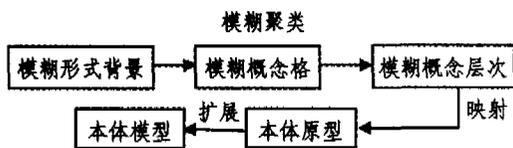


图4 模糊本体生成过程

下面以图4的模糊概念层次举例说明模糊本体的生成。以此为例,映射到本体可得A、B、C、D四个类(见图5),以及类之间的分类关系(见图5)。

表2 本体原型中类间的关系

本体	概念聚类层次中的概念
A	c(0.8, 0.6, 0.9)b(0.6, 0.9)({1,2,3}, {d1, d5})
B	e(0.8, 0.4, 0.2)({1,4,5}, {d3})
C	a(0.8)({1}, {d1, d3, d5})
D	d(0.4, 0.2)({4, 5}, {d2, d3, d6, d7})

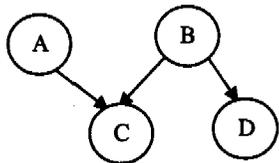


图5 本体原型中类间关系

例如对于类A,具有属性咳嗽及血压;实例为1,2,3;实例1的属性咳嗽的值为经常(可信度为0.8),属性血压的值

为高(可信度为0.8)。

同理,可以得到B,C,D等类的属性及实例,在实际应用中还可以通过其它方式加入概念间的非分类关系,最后得到完整的本体模型。

结束语 本文研究了基于模糊背景生成模糊本体。提出了一种基于模糊聚类技术生成模糊本体的方法。定义了反映模糊聚类有效性的度量参数。未来的研究方向还包括基于模糊聚类的模糊本体生成算法研究,与cobweb的对比实验等。

参考文献

- Guarino N, Giaretta P. Ontologies and Knowledge Bases: Towards a Terminological clarification; Toward, 1995
- Maedche A, Staab S. Ontology Learning for the Semantic Web. IEEE Intelligent systems, Special Issue on the Semantic Web, 2001, 6(2)
- Faatz A, Steinmetz R. Ontology enrichment with texts from WWW. In: Proc. of Semantic Web Mining second Workshop at ECML/PKDD-2002, Finland, 2002
- Bisson G, Nedellec C. Designing Clustering Methods for Ontology Building; The Mo'K Workbench. In: Staab S, Maedche A, Nedellec C, WiemerHasting P, eds. Proc. of the Workshop on Ontology Learning, 14th European Conf. on Artificial Intelligence, ECAI'00, Germany, 2000
- Clerkin P, Cunningham P, Hayes C. Ontology Discovery for the Semantic Web Using Hierarchical Clustering. In: Proc. of Workshop at ECML/PKDD, 2001, Germany, 2001
- Stumme G, Taouil R, Bastide Y, Pasquier N, Lakhan L. Computing iceberg concept lattice with Titanic. Journal on Knowledge and Data Engineering, 2002, 42(2)
- Vogt F, Wille R. TOSCANA; a Graphical Tool for Analyzing and Exploring Data. In: Tamassia R, Tollis I G, eds. GraphDrawing'94, Heidelberg, 1995. 226~233
- Pollandt S. Fuzzy-Begriffe; Formale Begriffsanalyse unscharfer Daten. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1996
- Zadeh L A. Fuzzy Sets. Journal 1966. of Information and Control, 1965, 8: 338~353
- Chu W, Chiang K. Abstraction of High Level Concepts from Numerical Values in Databases. 1994. 133~144

(上接第144页)

人智能行为变量, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \in \Theta$, Θ 为 n 维实空间 R^n 的开集, 这里用 $\Theta(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ 表示该结构对应的条件概率分布在流形 S 上的坐标参数, 由于其结构实现的复杂性, 要对其进行结构分解, 分解为多个子系统模型, 这些子系统模型协同完成复杂体系结构模型具有的功能。用 S_1, S_2, \dots, S_m , ($1 < m \leq n$) 表示分解后的子系统所对应的子流形, 证明可分解性定理即等价于证明 $S_1 S_2 \dots S_m$ 微分同胚于 S , 下面用数学归纳法证明:

当 $m=2$ 时, S_1, S_2 为 S 的一个结构分解, 设 (S_1, Ψ_1) 为 r 维微分流形, $1 \leq r < n$, 流形上的点的坐标参数是 $\Theta(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$, (S_2, Ψ_2) 为 $n-r$ 维微分流形, 流形上的点的坐标参数是 $\Theta(\theta_{r+1}, \theta_{r+2}, \dots, \theta_n)$, Ψ_1, Ψ_2 分别为 S_1 和 S_2 的坐标卡集。构造积拓扑空间 $S_1 S_2$, 并定义微分构造:

$$\Psi' = \{(U_\alpha V_\beta, f_\alpha g_\beta) | (U_\alpha, f_\alpha) \in \Psi_1, (V_\beta, g_\beta) \in \Psi_2\} \quad (13)$$

对任意 $(u, v) \in U_\alpha V_\beta$, 有

$$(f_\alpha g_\beta)(u, v) =_{df} (f_\alpha(u), g_\beta(v)) \quad (14)$$

因为

$$S_1 = \bigcup_\alpha U_\alpha, S_2 = \bigcup_\beta V_\beta \quad (15)$$

所以

$$S_1 S_2 = \bigcup_\alpha U_\alpha \bigcup_\beta V_\beta = \bigcup_{\alpha, \beta} U_\alpha V_\beta \quad (16)$$

又

$$(f_\alpha g_\beta)(u, v) = (f_\alpha(u), g_\beta(v)) =_{df} (x, y) \in (f_\alpha(U_\alpha), g_\beta(V_\beta)) \quad (17)$$

且

$$(f_\alpha^{-1} g_\beta^{-1})(x, y) = (f_\alpha^{-1}(x), g_\beta^{-1}(y)) = (f_\alpha^{-1} \circ f_\alpha(u), g_\beta^{-1} \circ g_\beta(v)) = (u, v) \quad (18)$$

所以

$$(f_\alpha g_\beta)^{-1} = f_\alpha^{-1} g_\beta^{-1} \quad (19)$$

即

$$(f_\alpha g_\beta)^{-1}(x, y) = (f_\alpha^{-1}(x), g_\beta^{-1}(y)) \quad (20)$$

$$f_\alpha g_\beta : U_\alpha V_\beta \rightarrow (f_\alpha g_\beta)(U_\alpha V_\beta) = f_\alpha(U_\alpha) g_\beta(V_\beta) \subset R^r R^{n-r} = R^n \quad (21)$$

是同胚映射。

设 $m=k$ 时, S_1 分解为 $(S_1^1, S_1^2, \dots, S_1^k)$, S_2 分解为 $(S_2^{k+1}, S_2^{k+2}, \dots, S_2^k)$, S_1 和 $S_1^1 S_1^2 S_1^k$ 是同胚的, S_2 和 $S_2^{k+1} S_2^{k+2} S_2^k$ 是同胚的, $S_1 S_2$ 和 S 依然是同胚的。

当 $m=k+1$ 时, 无论是对 S_1 或 S_2 进行分解, $S_1 S_2$ 和 S 均还是同胚的。证毕。

结论 本文证明了智能机器人复杂体系结构的可分解性, 这为智能机器人体系结构模型的层次化、模块化实现奠定了理论基础。证明中所采用的微分流形理论, 不仅可以用于分析智能机器人体系结构的可分解性, 而且可以用于分析智能机器人的信息、控制和问题求解能力的分布模式、内在机理、学习机制和整体特性, 从而在智能机器人的结构与功能之间建立拓扑对应关系, 更好地指导智能机器人体系结构的设计工作。

参考文献

- 蒋心松. 机器人学导论[M]. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1994
- Hecht-Nielsen R. Kolmogorov's mapping neural network existence theorem [A]. In: Proc. of the International Conference on Neural Networks, volume 3 [C]. New York, 1987. 11~14
- 罗四维. 大规模人工神经网络理论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004
- Amari S. Differential Geometrical Methods in Statistics [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1985