

图像多尺度几何分析新进展:Contourlet^{*}

倪 伟 郭宝龙 杨 镭

(西安电子科技大学智能控制与图像工程研究所 西安 710071)

摘 要 contourlet 是继小波分析后的新一代信号分析工具,具有多分辨、局部化和多方向性等优良特性,更适合处理图像等高维信号。本文分析了 contourlet 变换及其构造原理,探讨了 contourlet 变换在图像处理中的部分应用,最后给出了今后关于 contourlet 理论所值得研究的若干方向。

关键词 多尺度几何分析,图像处理,contourlet,小波变换

New Advance of Multiscale Geometric Analysis: Contourlet

NI Wei GUO Bao-Long YANG Liu

(Institute of ICIE, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract The contourlet is a new 2-D signal analysis tool as well as wavelet analysis. It provides a flexible multi-resolution, local and directional image expansion, and is more suitable for image processing than other math tools. The primal principle was first introduced in this paper, Then several applications like denosing, NLA, compression and image retrieval were showed. Finally, a few future research topics are given in details.

Keywords Multiscale geometric analysis, Image processing, Contourlet, Wavelet transform

1 引言

由于超越傅立叶分析的诸多优点,小波理论已经渗入到数学、物理、天文、地质、信号处理等诸多领域中,成为继傅立叶分析之后的又一有力分析工具。而在图像处理中,小波变换也被广泛应用于包括编码、增强、去噪、融合、检索和数字水印等几乎所有图像应用中。尽管如此,研究者们也发现,由于小波变换只能反映信号的零维奇异性,即只能表达奇异点的位置和特性,而对于更高维的特征则显得力不从心;另外,由于小波变换核为各向同性(isotropy),因而只能表达图像过边缘的特性,而无法表达图像沿边缘的特性。因此小波在表示具有点奇异性的函数时是最优基,但是对于自然图像而言,小波基并不是最优基。

为了避免小波变换的不足,更加有效地表示和处理图像等高维空间数据,研究者们将眼光投向了一门崭新的信号分析工具——多尺度几何分析(Multiscale Geometric Analysis, MGA)。从 MGA 首次提出至今不过短短几年的时间,其理论构建和应用已经得到了深入而广泛的研究,提出了包括 ridgelet^[1]、curvelet^[2,3]、bandelet^[4]、contourlet^[5]等一系列多尺度几何分析工具。1998 年, E. J. Candes 率先提出了 ridgelet 理论,其尺度固定,对曲线奇异的函数具有良好的逼近能力。1999 年, E. J. Candes 和 Donoho 应用 LP 理论建立了 curvelet 变换,将方向滤波和多尺度 ridgelet 变换相结合,在其所有可能的尺度 $s \geq 0$ 上进行分解。2000 年, E. L. Pennec 和 S. Mallat 提出了 bandelet 变换,bandelet 能够自适应地跟踪图像的几何正则方向,可有效提高图像变换方法的逼近性。

2003 年, M. N. Do 和 M. Vetterli 提出了又一种崭新的多

尺度几何分析工具——contourlet 变换。Contourlet 变换是一种真正意义上的图像二维表示方法,具有良好的多分辨率、局部化和方向性等优良特性。它将小波的优点延伸到高维空间,能够更好地刻画高维信息的特性,更适合处理具有超平面奇异性的信息。实验证明,在大多数图像应用中,contourlet 的效果都优于其它 MGA 分析工具。虽然 contourlet 刚刚出现不久,国内外相关的研究工作也刚刚展开,但是可以断定 contourlet 必然会在图像处理领域揭开崭新的一章。本文以 contourlet 变换为主线,首先介绍了 contourlet 变换的构造原理,随后给出 contourlet 在数字图像处理方面的部分应用实例,最后提出未来 contourlet 的研究方向及我们的研究构想。

2 Contourlet 理论

2.1 离散 contourlet 变换的构造

比较 ridgelet 变换和 wavelet 变换,可以发现 ridgelet 变换之所以具有更好的性能,是因为它能够将在空域中曲线边缘附近相关的变换系数进行更有效的表示和集中。因此, M. N. Do 和 M. Vetterli 认为,如果首先通过多分辨率的变换对图像进行扩展,再使用局部化的方向性滤波器组进行线性表示,将会得到一种比 wavelet 和 ridgelet 更加稀疏和有效的图像表示方法。

与小波变换和其它 MGA 分析工具不同,contourlet 理论首先完成的是离散域的 contourlet 构建,随后 M. N. Do 和 M. Vetterli 使用多分辨分析的框架将 contourlet 由离散域扩展至连续域。离散 contourlet 变换可以分为两个独立的步骤:

(1)使用 LP 滤波器(Laplacian Pyramid Filters)对原图像进行子带分解,以捕获二维图像信号中存在的点奇异。LP 分

^{*}国家自然科学基金(69975015)、教育部优秀青年教师资助计划项目(2003)。倪 伟 博士生,研究方向为图像处理、图像编码、多媒体通信;郭宝龙 教授、博士生导师、中国图像图形学会理事、国际 AAAS 高级会员、中国电子学会高级会员,主要研究方向为计算机视觉、图像通信、模式识别等;杨 镭 博士生。

解是由 Burt 和 Adelson 提出的多分辨率方法^[6],一次 LP 分解将原始图像信号为原信号的逼近分量和原信号与低通信号的差值,即高频分量;递归地对逼近分量做进一步分解,便得到了整个多分辨率图像。Do 使用框架理论和过采样滤波器组证明了采用正交滤波器组实现的 LP 分解是一个框架界为 1 的紧框架,这也是 contourlet 变换的先决条件。

(2)使用方向滤波器组(Directional Filter Bank,DFB)进行方向变换(Directional Transform,DT)^[7]。原始的 DFB 使用了菱形滤波器(diamond-shaped filters)对输入图像加以调制,为此 M. N. Do 还构造了一类新的 DFB 滤波器,无需先对

原始图像进行调制。DFB 的目的是将同方向上的奇异点合并为同一系数,即 contourlet 变换系数。若 DFB 对图像进行 l 层分解,在每层将频域分解成 2^l 个子带,且每个子带都呈楔型(wedge shape)。

图 1 给出了 contourlet 滤波器组的分解原理和频域分割的示意图。可以看出,在不同尺度和方向上,contourlet 都具有长方形的支集。变换的最终目的是将原始图像使用独立的类似于轮廓线段(contour)的基进行逼近,这也是我们之所以称其为 contourlet 变换的原因。

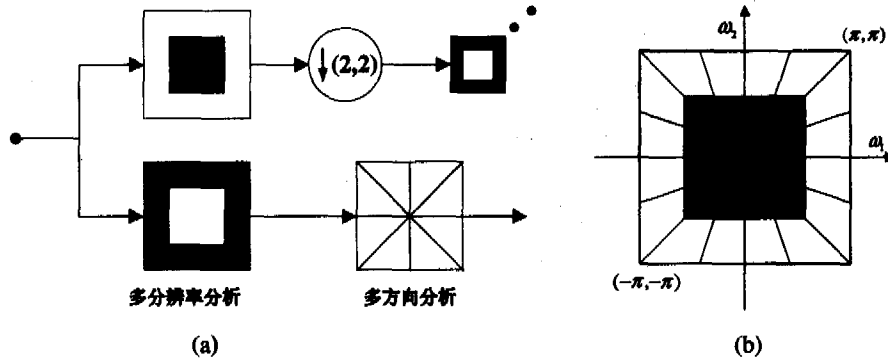


图 1 (a)contourlet 滤波器组构造原理;(b)contourlet 变换频域划分示意

LP 分解和方向滤波器组都属于迭代滤波器。当滤波器的分解层数固定时,每个 contourlet 系数需要进行 $O(1)$ 次运算,因此对于一个 $N \times N$ 像素的图像,其运算量为 $O(N^2)$ 。由于 LP 分解和方向滤波器组 DFB 都具有完全重构特性,所以 contourlet 也能够对二维信号实现完全重构,这是图像处理中的优良特性。而 PDFB 与 LP 分解一样,都具有 4/3 的冗余度,因此最终的 contourlet 变换也会具有 4/3 的冗余度。

2.2 连续 contourlet 变换的构造

定义了离散域上的 contourlet 变换,contourlet 滤波器组便可以扩展为平方可积空间 $L^2(\mathbb{R}^2)$ 中的连续函数^[8]。和小

波分解类似,连续域 contourlet 变换是通过迭代的滤波器组将整个空间 $L^2(\mathbb{R}^2)$ 分解为多尺度、多方向的子空间序列,即

$$L_2(\mathbb{R}^2) = V_{j_0} \oplus \left(\bigoplus_{j < j_0} \left(\bigoplus_{k=0}^{2^j-1} W_{j,k}^{(j)} \right) \right) \quad (1)$$

在式(1)中,空间 V_{j_0} 和 W_j 的定义与小波分解中的定义基本一致。 V_{j_0} 是尺度 2^{j_0} 上的逼近分量 $\{\phi_{j_0,n}(t) = \phi_{j_0,n}(t - 2^{j_0}n)\}_{n \in \mathbb{Z}^2}$,由尺度函数正交基的缩放和平移构成; W_j 是在尺度 2^{j-1} 上的细节分量,在 LP 分解中,空间 W_j 属于定义在 \mathbb{R}^2 中的框架 $\{\mu_{j,n}(t)\}_{n \in \mathbb{Z}^2}$ (见图 2)。

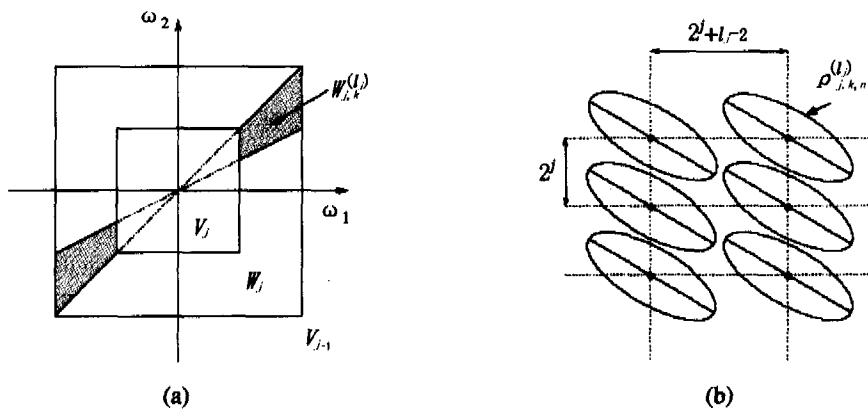


图 2 (a)contourlet 变换产生的多分辨、多方向性子空间;(b)水平子空间 $W_{j,k}^{(j)}$ 的采样网格

对于 DFB 而言, l 层的 DFB 包括 2^l 个方向滤波器及其平移的脉冲响应。在 contourlet 变换中,若 l_j 层 DFB 应用于 LP 分解的细节分量空间 w_j ,相应的子空间 w_j 将会在尺度 2^j 上被分解为 2^{l_j} 个方向子空间^[9,10],即

$$W_j = \bigoplus_{k=0}^{2^{l_j}-1} W_{j,k}^{(j)} \quad (2)$$

得到的子空间 $W_{j,k}^{(j)}$ 是一个定义在 $2^{j+l_j+2} \times 2^j$ 或 $2^j \times 2^{j+l_j-2}$ 框架中的平移不变空间。而子空间 $W_{j,k}^{(j)}$ 属于 $\{\rho_{j,k,n}^{(j)}(t)\}_{n \in \mathbb{Z}^2}$,因此有

$$\rho_{j,k,n}^{(j)}(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}^2} g_k^{(j)}[m - S_k^{(j)}n] \mu_{j,m}(t) \quad (3)$$

这里 $g_k^{(j)}$ 是 PDB 中的低通分析滤波器,过采样矩阵 $S_k^{(j)}$ 定义为

$$S_k^{(j)} = \begin{cases} \text{diag}(2^{l_j-1}, 2) & 0 \leq k < 2^{l_j-1} \\ \text{diag}(2, 2^{l_j-1}) & k \leq 2^{l_j-1} < 2^{l_j} \end{cases} \quad (4)$$

参数 k 直接决定了 DT 变换的方向是偏水平或偏垂直。

由多分辨率理论, $\{\rho_{j,k,n}^{(j)}(t)\}_{n \in \mathbb{Z}^2}$ 可由原函数及其平移得到,即

$$\rho_{j,k,n}^{(j)}(t) = \rho_{j,k}^{(j)}(t - 2^{j-1} S_k^{(j)} n) \quad (5)$$

对于连续域中的 contourlet 变换,由于其定义域是独立的网格型区域(grid),与数字图像中像素的表达方式非常类似,因而也在离散空间提供了一个非常好的特性:平移不变性。在不同方向 k 上必须有不同的 contourlet 核函数 $\rho_{j,k}^{(l)}$ 。另外, $\rho_{j,k}^{(l)}$ 具有的支集大小为 $2^j \times 2^{j+l_1-2}$,要使得 contourlet 满足各项异性(anisotropy),即 $width = length^2$,只需令 $l_1 = l_{j_0} - \lfloor (j-j_0)/2 \rfloor$ 即可。还可以证明,contourlet 的滤波器组具有紧支框架^[7,8]。

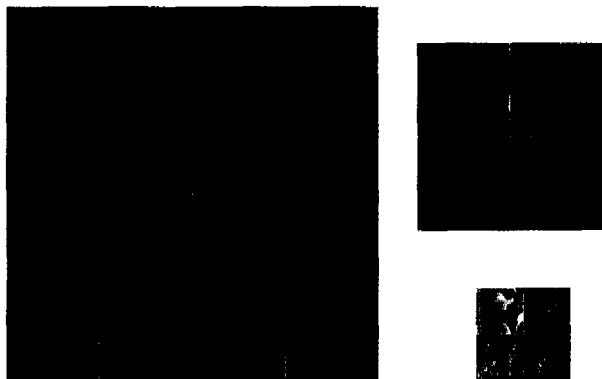


图3 Lena 图像3级 LP contourlet 分解结果

理论上 contourlet 变换允许任意的 DFB 分解层数 l_1 ,但

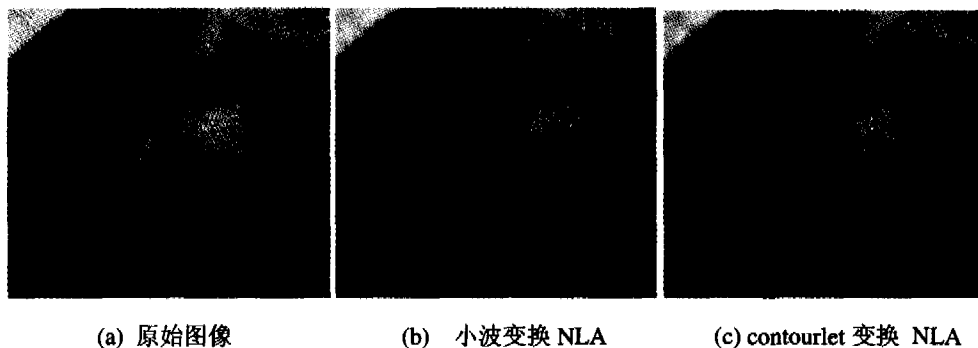


图4 不同方法图像非线性逼近比较

变换的稀疏性能直接决定非线性逼近性能的好坏。由于 contourlet 能够对图像进行更好的稀疏表示,即能将更多的系数集中至更少的 contourlet 系数中,因此具有非常好的 NLA 性能。图4给出了对标准图像 Babara 使用4096个系数做非线性逼近的重构图像,(a)为原始图像,(b)为小波变换 NLA 的重构图像,(c)为 contourlet 变换 NLA 的重构图像。两种 NLA 重构图像的峰值信噪比分别为 $PSNR_b = 24.34$, $PSNR_c = 25.70$,且 contourlet NLA 保留了更多的图像细节和更好的纹理。可以看出,在 NLA 方面,contourlet 的潜力超出了小波变换。

3.2 图像编码

传统的图像编码标准中使用的变换工具主要是 DCT 变换和小波变换。由于 contourlet 能够更好地对图像进行稀疏表示和非线性逼近,因而也能够成为一种优良的图像压缩工具。目前在 contourlet 压缩方面的研究刚刚起步,只有 R. Es-lami 和 H. Radha 等人提出的 contourlet 图像编码算法以及随后 A. N. Belbachir 和 P. Goebel 提出的改进算法。基于 contourlet 的图像编码思想是只对变换域中的重要 contourlet 系数进行量化和输出,而抛弃其中的非重要系数。编码过程中使用二值重要系数分布图(binary significance map)将变换后

是为了满足各向异性的尺度缩放性质,在 contourlet 的多分辨率塔式结构中,每层的 DT 分解方向的数目必须为上一层的2倍。

至此我们便完成了连续域上 contourlet 变换的构造, $\rho_{j,k,n}^{(l)}(t)$ 便是我们所期望的连续域的 contourlet, j, k, n 分别代表 contourlet 的尺度、方向和位置参数。图3给出了对 128×128 像素的 lena 图像进行 contourlet 的分解结果,使用3层 LP 分解子带、8方向 DT 变换。可以看出,contourlet 变换很好地将图像中的边缘分解到不同尺度、不同频率的子带中。

3 Contourlet 变换应用

正是由于 contourlet 变换的诸多优良特性,contourlet 非常适合于进行诸如去噪、压缩、增强和特征提取等图像处理任务。这里,我们给出一些关于 contourlet 变换的应用研究。

3.1 非线性逼近

对于给定函数 x ,若使用基函数 $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$,可以将该函数分解为 $x = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n$ ^[11],则非线性逼近(Non-Linear Approximation, NLA)可以表示为

$$x'_M = \sum_{n \in I_M} c_n \phi_n \quad (6)$$

其中 I_M 是包含数值最大 M 个系数的系数集合。随后只使用系数集合 I_M 中的 M 个系数进行反变换,得出使用这些系数的重构图像,即原始图像的非线性逼近。

的重要系数的位置进行存储。由于 contourlet 变换系数中的重要系数较为集中,且呈列状排列,因而其扫描方式是按列(column-wise)进行扫描,再进行游程编码。多数 contourlet 变换系数趋向于0值,因此在低比特率编码的条件下,0附近的量化补偿要大于其它位置的量化步长^[12]。

由于 contourlet 更适合表达纹理和物体边缘曲线,因而基于 contourlet 的图像编码算法还具有良好的多分辨率和局部化方向化特性,编码后的图像具有较好的细节和图像纹理。目前,基于 contourlet 的压缩算法没有考虑 contourlet 变换后各子带间的相关性;并且 contourlet 变换具有 $4/3$ 的冗余度,因而在低码率情况下,contourlet 编码算法的率失真特性与小波变换编码相比提高并不显著。如何实现高压缩率的 contourlet 编码,是今后一个值得研究的问题。

3.3 图像去噪

在基于小波变换的图像去噪中,随机噪声和图像边缘一样都具有幅值较大的小波系数,这时使用各类去噪算法的时候不可避免地会将部分系数误判为图像边缘,去噪效果不能完全令人满意。而随机噪声却不会对自然图像的 contourlet 变换系数带来大的影响。contourlet 变换能够比小波变换更

(下转第262页)

23 Navarro G. A Guided Tour to Approximate String Matching. ACM Computing Surveys, 2001, 33(1): 31~88
 24 Weiner P. Linear pattern matching algorithms. In: Proc 14th IEEE Annual Symp on Switching and Automata Theory 1973, 1~11
 25 McCreight E. A space-economical suffix tree construction algorithm. ACM, 1976, 23(2): 262~272
 26 Ukkonen E. Constructing suffix trees on-line in linear time. van Leeuwen J, Ed. Algorithms, Software, Architecture. Elsevier, 1992, 1: 484~492
 27 Karkkainen J. Suffix cactus: A cross between suffix tree and suffix array. In: Proc Annual Symp on Combinatorial Pattern Matching (CPM'95) (1995), vol. 937 of Lecture Notes in Computer Sci-

ence, Springer-Verlag, 1995, 191~204
 28 Knuth D, Morris J, Pratt V. Fast pattern matching in strings. SIAM Jour Computing, 1977(6): 323~350
 29 Boyer R S, Moore J S. A fast string searching algorithm. Comm. ACM, 1977, 20(10): 762~772
 30 Baker B S. Parameterized pattern matching by Boyer-Moore-type algorithms. In: Proc. of the 6th ACM-SIAM Annual Symp on Discrete Algorithms, San Francisco, California, 1995, 541~550
 31 Lüer C, van der Hoek A. Architecture-Based Program Compaction
 32 Noble J, Weir C. Small Memory Software. Pearson Education, Harlow, 2001

(上接第 236 页)

稀疏地表示自然图像,因而随机噪声与自然图像的 contourlet 系数也具有更好的可分离特性。只需选取一个合适的阈值,简单的 contourlet 阈值去噪方法就可以获得比复杂的小波去噪算法更好的去噪效果。此外, M. N. Do 等人还将传统的隐性 Markov 树模型(Hidden Markov Tree, HMT)与 contourlet 结合用于图像去噪,也收到了很好的效果。

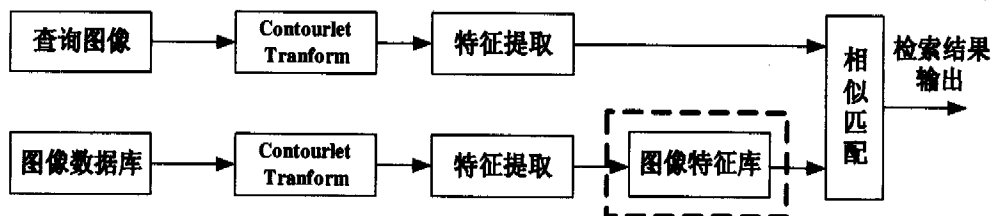


图 5 contourlet 图像检索系统原理框图

在基于 contourlet 的图像数据库检索中,如何设定有效的 contourlet 域特征参数是检索系统性能优劣的关键之处。Duncan Po 和 M. N. Do 使用 HMT 模型求取 contourlet 域中的特征参数,使用 Monte-Carlo 算法估计两个 HMT 模型之间的 K-L 距离作为查询图像与图像数据库图像之间相似度的度量,其结果令人满意。

4 研究展望

从多尺度几何分析理论的提出至今不过短短几年时间,其理论和应用研究便得到了广泛重视,积累了一定的研究成果,而 contourlet 理论作为最新的 MGA 工具更是目前该领域研究的焦点之一。contourlet 能够更为稀疏地表示自然场景图像,比小波变换具有更好的非线性逼近性能;相对于 ridgelet、curvelet 等其它多尺度几何分析工具,contourlet 变换具有更少的冗余度和更好的逼近性能,因此 contourlet 在去噪、压缩、特征提取等传统的图像处理领域具有天然的优势。然而对于 contourlet 变换,其理论框架和实际应用还有待进一步探索和完善。经过分析,我们认为目前还有如下方面的问题值得做进一步研究:1) contourlet 的构造方法研究;2) 高维 contourlet 变换的构造;3) 快速 contourlet 算法的研究;4) 自适应 contourlet 基的构建;5) 多 contourlet 理论框架的建立;6) 在传统图像处理方面的应用;7) 在图像编码和图像/视频检索等的研究;8) 与神经网络和模式识别相结合的研究。

目前国内外在 contourlet 方面的研究才刚刚起步,见诸文字的相关研究还较少。我们相信随着对 contourlet 理论和应用研究的充分展开,contourlet 变换将具有更加光明的应用前景。

3.4 图像检索

利用 contourlet 的特征提取能力可以很容易地实现各种类型的图像/视频检索方案。一般来说,基于 contourlet 的检索方案可以表述为如图 5 的形式。首先将待检索的查询图像变换至 contourlet 域中,随后求取 contourlet 系数的特征参数,再按照匹配准则对图像特征库中的图像特征逐次进行比对。若满足阈值条件,则将该幅图像作为检索结果输出。

参考文献

- 1 Candes E. Ridgelets: Theory and Applications; [Ph. D. Thesis]. Department of Statistics, Stanford University, 1998
- 2 Donoho D L, Duncan M R. Digital curvelet transform; Strategy, implementation [C]. In: Proceeding of SPIE, 2000, 4056: 12~29
- 3 Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2002, 21(11): 131~141
- 4 Pennec E L, Mallat S. Image compression with geometrical wavelets [C]. In: Proc. of ICIP '2000, Vancouver, Canada, 2000. 661~664
- 5 Do M N, Vetterli M. Contourlets, a new directional multiresolution image representation [J]. Signal, Systems and Computers, 2002, 1: 497~501
- 6 Burt P J, Adelson E H. The laplacian pyramid as a compact image code [J]. IEEE Trans on Communication, 1983, 31(4): 532~540
- 7 Bamberger R, Smith M J. A filter bank for the directional decomposition of image; Theory and design [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1992, 40(4): 882~893
- 8 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望 [J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975~1981
- 9 Po D D, Do M M. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [C]. In: IEEE workshop on Statistical Signal Processing, 2003. 262~265
- 10 Do M N, Vetterli M. Contourlets, in Beyond Wavelets. New York, Academic Press, 2002
- 11 Aiuzzi B, Alparone L. Pyramid-based multiresolution adaptive filters for additive multiplicative image noise [J]. IEEE Trans on circuits and systems II, 2001, 45(8): 1092~1097
- 12 Eslami R, Radha H. On low bit-rate coding using the contourlet transform [J]. Signal, Systems and Computers, 2003, 2: 1524~1528