中介命题演算系统 MP^M 的公理完备集*)

曹汝鸣[1] 毛宇光[1,2] 陈文彬[1]
(南京航空航天大学 信息科学与技术学院 南京 210016)[1]
(计算机软件新技术国家重点实验室(南京大学) 南京 210093)[2]

摘 要 本文基于中介逻辑命题演算系统 MP^M 构造了一个公理集合，证明了该公理集合的完备性。该公理集合中的公理均是由等式的形式给出，可以方便地对 MP^M、MF^M 系统上的等值公式进行推导和证明。本文还讨论了该公理集合在不完全信息数据库查询优化上的应用。

关键词 中介逻辑，命题演算系统，公理集，查询优化

The Complete Axiom Set of MP^M

CAO Ru-Ming[1] MAO Yu-Guang[1,2] CHEN Wen-Bin[1]
(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)[1]
(State Key Laboratory for Novel Software Technology at Nanjing University, Nanjing 210093)[2]

Abstract This paper constructs an axiom set based on the medium logic propositional calculus system MP^M and gives a proof of its completeness. This axiom set consists of fifteen equations, so it is easier to prove and deduce the identity equations of the MP^M system and MF^M system. Furthermore, the application of this axiom set on the query optimization in the incomplete information database is also discussed.

Keywords Medium logic, Propositional calculus system, Axiom set, Query optimization

不完全信息的表示在数据库领域具有特别的意义。传统的关系数据库理论是建立在信息完全的基础之上的，不允许缺失信息的存在。由于客观世界的复杂性，不完全信息、不确定信息以及模糊信息是普遍存在的。因此，如何处理不完全信息显得更具有现实意义和应用价值。1979 年，E. F. Codd[1]首次提出了用三值逻辑从不完全信息数据库中抽取数据的思想。虽然他的处理空值的方法受到某些学者的批评，但这种方法具有明显的优点。目前，数据库查询语言 SQL2 和 SQL3 处理空值也都是以三值逻辑为基础的[5]。R. Frost[2](1985)提出了利用三值逻辑处理不完全关系结构数据库的方法，但没有形成理论体系，仅是非形式的描述。1991 年，K. Yue[3]提出了利用三值逻辑处理缺失信息的一种更一般模型，不足之处是没有给出形式系统。M. Negri[4]等用三值逻辑讨论了 SQL 查询的形式语义，也仅是非形式的讨论，所用的三值逻辑系统的表达能力也较弱。近年来，对空值的理论研究重新引起国外许多学者关注，探讨不完全信息系统的逻辑基础具有重要的理论价值。

中介逻辑[6]是朱梧槚教授和肖奚安教授于 20 世纪 80 年代中期共同创立的一种很有特色的三值逻辑系统。自创立以来，在语法、语义等方面得到了广泛的研究，是目前研究较为彻底的一类逻辑系统。由于其哲学背景强，在计算机领域的实际应用中一直受到限制。而中介逻辑系统 MP^M，MF^M 等[7~9]从应用的角度对中介逻辑加以改造，可以作为不完全信息数据库的逻辑基础。经过几年的研究，已经取得了初步的成果。中介命题演算系统 MP^M 是在中介系统的基础上发展起来的，用多值逻辑的方法来处理缺失信息。本文将从另一个角度，即 MP^M 系统的一个等价完备公理集合来研究 MP^M 系统的性质，并且讨论该公理集合在查询优化上的应用。

本文具体安排如下：第 1 节作为公理完备集合的引入，并且证明了该公理集合的完备性；第 2 节证明了一些定理，对该公理集合进行了扩充；第 3 节是该公理完备集的应用；最后是本文的总结。

1 MP^M 系统公理完备集的引入

MP^M 逻辑系统与 Kleene 三值逻辑系统即 K_3 系统之间有着密切的联系，而 J. Kalman 在文[10]中已经证明了将 Kleene 三值逻辑系统公理化后，可以得到一个公理完备的集合，该集合由如下 10 条公理组成，其中 $x,y,z\in K_3$

(K1) $\neg T=F$

(K2) $\neg U=U$

(K3) $\neg\neg x=x$

(K4) $\neg(x\wedge y)=\neg x\vee\neg y$

(K5) $x\rightarrow y=\neg x\vee y$

(K6) $x\wedge(y\wedge z)=(x\wedge y)\wedge z$

(K7) $T\wedge x=x$

(K8) $x\vee(x\wedge y)=x$

(K9) $x\wedge y=y\wedge x$

(K10) $x\wedge(y\vee z)=(x\wedge y)\vee(x\wedge z)$

MP^M 逻辑系统与 Kleene 三值逻辑系统相比表达能力更

*)计算机软件新技术国家重点实验室(南京大学)开放课题：数据库中的不完全信息与不一致信息研究；973 计划："海量信息系统规律、模型和维护机理研究"子课题：海量信息系统知识与管理研究；编号：G1999032701。**曹汝鸣** 硕士研究生，研究方向为数据库系统及理论；**毛宇光** 副教授，博士后，主要研究方向为数据库理论、特种数据库及多值逻辑。

强，其命题连接词集合为$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \mu\}$，比 Kleene 三值逻辑系统的$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$多了一个。又 MP^M 逻辑系统中的命题连接词$\neg$、$\wedge$、$\vee$和$\rightarrow$的定义与 Kleene 三值逻辑系统中的相同。所以，可以设想在 Kleene 三值逻辑系统公理完备集的基础上可以构造 MP^M 逻辑系统的一个公理完备的集合。

定理 1.1 对 MP^M 逻辑系统进行公理化后，存在一个公理完备集合 Φ。该公理集合由如下 15 条公理组成：$\forall x, y \in MP^M$

(1)$\neg T=F$

(2)$\neg U=U$

(3)$\neg\neg x=x$

(4)$\neg(x\wedge y)=\neg x\vee\neg y$

(5)$x\rightarrow y=\neg x\vee y$

(6)$x\wedge(y\wedge z)=(x\wedge y)\wedge z$

(7)$T\wedge x=x$

(8)$x\vee(x\wedge y)=x$

(9)$x\wedge y=y\wedge x$

(10)$x\wedge(y\vee z)=(x\wedge y)\vee(x\wedge z)$

(11)$\mu\mu x=F$

(12)$\mu\neg x=\mu x$

(13)$(x\wedge\neg x)\vee\mu x=\mu x$

(14)$\mu(x\wedge y)=(\mu x\wedge\mu y)\vee(\mu x\wedge y)\vee(x\wedge\mu y)$

(15)$x\vee\neg x\vee\mu x=T$

其中公理(1)～(10)为 K_3 系统的公理完备集，公理(11)～(15)为 MP^M 逻辑系统中一元运算符"μ"满足的等式。

证明：令 MP^M 是由$\{0,1,U\}$和 MP^M 系统中满足 MP^M 真值表的连接词运算定义的代数。要证明集合 Φ 是完备的，只要证明下列式子成立即可：对$\forall s,r$，$MP^M\models s=r$ 当且仅当 $\Phi\vdash s=r$。为了便于讨论，在这里简称由集合 Φ 中的公理所构成的代数系统为 Φ 代数。

在 MP^M 逻辑系统中上述 15 条公理成立。可以分别对每条公理进行验证，在此不再赘述。显然 MP^M 是一种 Φ 代数。所以，如果 $\Phi\vdash s=r$ 成立，则 $MP^M\models s=r$ 成立。

下面证明反之也成立。本文使用与文[10]相同的方法进行证明。首先，找到 Φ 代数的次直不可约形式的子代数。已知 De Morgan 代数的次直不可约形式为 M_0、M_1 和 M_2[10]，而 M_0、M_1 和 M_2 的 Hasse 图如图 1 所示。

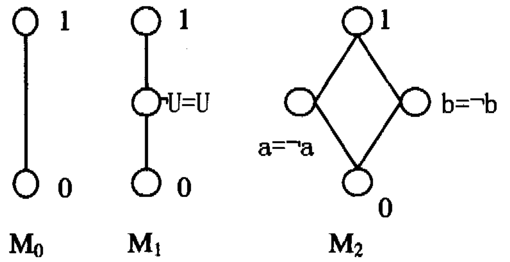

图 1 M_0、M_1 和 M_2 的 Hasse 图

其中 De Morgan 代数与 Φ 代数之间的关系在另一篇文章中已有讨论，在此不再叙述。显然，M_0 和 M_1 是 Φ 代数的次直不可约形式。下面证明 M_2 不是 Φ 代数的次直不可约形式。只需证明满足 M_2 形式的代数不是 Φ 代数即可。使用反证法，假设满足 M_2 形式的代数是 Φ 代数，则满足 M_2 形式的代数应该满足公理(1)～(15)。图中代数系统的 0 对应了 MP^M 逻辑系统中的 F，代数系统中的 1 对应 MP^M 逻辑系统中的 T。对于 M_2 中的 a，我们有 $a=\neg a$ 且 $a\vee\neg a\vee\mu a=T$ 成立，所以 $a\vee\mu a=T$。因为对于 M_2 仅有 $a\vee b=T$，故 $\mu a=b$。同理对于 b，$b=\neg b$ 且 $b\vee\neg b\vee\mu b=T$，即 $b\vee\mu b=T$，即 $\mu b=a$。所以 $a=\mu b=\mu\mu a=F$，$b=\mu a=\mu\mu b=F$，故 $a\vee b=F$，这与 M_2 中 $a\vee b=T$ 矛盾。所以，满足 M_2 形式的代数不是 Φ 代数，即 M_2 不可能是一个 Φ 代数的次直不可约形式。所以由集合 Φ 中的公理所构成的代数系统的次直不可约形式为 M_0 和 M_1。

由 MP^M 代数的定义以及 M_1 的形式[10]，可知 M_1 代数可以嵌入到 MP^M 代数中。而 M_0 又是 M_1 的退化的形式，所以如果 $MP^M\models s=r$ 成立，那么 $s=r$ 也在有限个 M_0、M_1 的直积中也成立。根据 Birkhoff 定理[11]，任何 Φ 代数可以嵌入到有限个 M_0 和 M_1 的直积中，所以 $s=r$ 在 Φ 代数中也成立。

综上，公理集合 Φ 是完备的。

2 MP^M 系统公理完备集的性质

公理完备集合 Φ 是由 15 条公理所组成的。由这 15 条公理出发，可以推导出其它一系列等式，而这些等式在 MP^M 逻辑系统中仍然是成立的。

定理 2.1 在 MP^M 逻辑系统中下列等式成立：$\forall x\in MP^M$

(1)$x\vee x=x$

(2)$x\wedge x=x$

证明：(1)$x=x\vee(x\wedge T)$ 公理(8)

$=x\vee x$ 公理(7)

(2)将(1)式两边进行$\neg$运算并且根据公理(3)、(4)可得：$\neg x=\neg(x\vee x)=\neg(\neg\neg x\vee\neg\neg x)=\neg(\neg(\neg x\wedge\neg x))=\neg x\wedge\neg x$，由 x 的任意性可知，用 y 替换$\neg x$ 等式仍然成立，即 $y\wedge y=y$。

定理 2.2 在 MP^M 逻辑系统中下列等式成立：对$\forall x,y\in MP^M$

(1)$\mu(x\vee y)=(\mu x\wedge\mu y)\vee(\mu x\wedge\neg y)\vee(\neg x\wedge\mu y)$

(2)$x\wedge\neg x\wedge\mu x=x\wedge\neg x$

证明：以上 2 个公式显然可以由公理(4)、(13)、(14)得到，此处略。

定理 2.3 在 MP^M 逻辑系统中下列等式成立：对$\forall x,y\in MP^M$

(1)$\mu U=T$

(2)$\mu T=\mu F=F$

(3)$\mu x\wedge\neg\mu x=F$

(4)$\neg\mu x\vee\mu x=T$

证明：(1)由公理(2)、(15)可知，$\neg U=U$ 且 $U\vee\neg U\vee\mu U=T$ 成立，故 $U\vee\neg U=U\vee U=U\neq T$，所以只能是 $\mu U=T$。

(2)$\mu F=\mu\neg F$ 公理(12)

$=\mu T$ 公理(1)

$=\mu\mu U$ 定理 2.3(1)

$=F$ 公理(11)

(3)$F=\mu T$ 定理 2.3(2)

$=\mu(x\vee\neg x\vee\mu x)$ 公理(15)

$=(\mu x\wedge\mu(\neg x\vee\mu x))\vee(\mu x\wedge\neg(\neg x\vee\mu x))\vee(\neg x\wedge\mu(\neg x\vee\mu x))$ 定理 2.2(1)

根据上式可知，必定 3 个式子均为 F，于是

$F=\mu x\wedge\mu(\neg x\vee\mu x)$

$=\mu x\wedge((\mu x\wedge\mu\mu x)\vee(\mu x\wedge\neg\mu x)\vee(\neg\mu x\wedge\mu\mu x))$ 定理 2.2(1,公理(12)

$=\mu x\wedge((\mu x\wedge F)\vee(\mu x\wedge\neg\mu x)$

$\vee(\neg\mu x\wedge F))$ 公理(11)

$=\mu x\wedge(\mu x\wedge\neg\mu x)$ 公理(7)的变形

$=\mu x\wedge\neg\mu x$ 定理 2.1(2)

(4)由(3)式与公理(4)联合得到,此处略。

定理 2.4 在 MP^M 逻辑系统中下列等式成立:对 $\forall x,y\in MP^M$

(1)$\mu x\wedge\mu y=\mu(x\wedge y)\wedge\mu(x\vee y)$

(2)$\mu x\vee\mu y=\mu(x\wedge y)\vee\mu(x\vee y)$

证明:(1)采用从右向左的顺序证明。

$\mu(x\wedge y)\wedge\mu(x\vee y)$

$=((\mu x\wedge\mu y)\vee(\mu x\wedge y)\vee(x\wedge\mu y))\wedge((\mu x\wedge\mu y)\vee(\mu x\wedge\neg y)\vee(\neg x\wedge\mu y))$ 公理(14),定理 2.2(1)

$=(\mu x\wedge\mu y)\vee(\mu x\wedge y\wedge\neg y)\vee(x\wedge\neg x\wedge\mu y)$

$=(\mu x\wedge(\mu y\vee(y\wedge\neg y)))\vee(x\wedge\neg x\wedge\mu y)$ 公理(10)

$=(\mu x\wedge\mu y)\vee(x\wedge\neg x\wedge\mu y)$ 公理(13)

$=(\mu x\vee(x\wedge\neg x))\wedge\mu y$ 公理(10)

$=\mu x\wedge\mu y$ 公理(13)

(2)采用与(1)同样的方法可以证明,此处略。

3 MP^M 系统公理完备集的应用

本节主要讨论 MP^M 逻辑系统的公理完备集合 Φ 的实际应用,包括两个方面:(1)使用公理完备集 Φ 可以完成对 MP^M 逻辑系统中的所有推理规则的证明,并且可以简化某些形式的推理规则的证明;(2)使用公理完备集 Φ 可以方便地证明三值逻辑系统 MP^M 中的一些等值公式,用这些等值公式可以对 SQL 查询进行优化。

3.1 公理完备集可以表示 MP^M 系统中的推理规则

在 MP^M 逻辑系统中有如下 2 种形式的推导:

(1)$A\vdash B$

(2)$A\dashv\vdash B$

其中(1)为最基本的推导形式,(2)可以由(1)表示出来。

定理 3.1 MP^M 逻辑系统中的所有推理规则可由公理完备集 Φ 推出。

证明:由于在第 1 部分已经证明了该公理集的完备性,且 MP^M 逻辑系统中的所有推理规则均由以上 2 种推导形式表示,故要证明公理集合可以推出 MP^M 逻辑系统中的所有推理规则,只需要证明以上 2 种形式的推导可以使用公理完备集中的公理进行表示即可。现将上面 2 种推理形式用公理完备集中的等式表示如下:

$A\vdash B$ 等价于 if $A=T$ then $B=T$

$A\dashv\vdash B$ 等价于 $A=T$ iff $B=T$

因此,MP^M 逻辑系统中的所有推理规则可由公理完备集 Φ 推出。

例 1:$\mu A\wedge\neg B\vdash\mu(A\rightarrow B)$

$\mu A\wedge\neg B\vdash\mu(A\rightarrow B)$等价于 if $\mu A\wedge\neg B=T$ then $\mu(A\rightarrow B)=T$

$\mu A\wedge\neg B=T$

iff $\mu A=T$ 并且$\neg B=T$

iff $A=U$ 并且 $B=F$

then $\neg A\vee B=U$

iff $A\rightarrow B=U$

iff $\mu(A\rightarrow B)=T$

例 2:$A\vee\neg A\dashv\vdash\neg\mu A$

$A\vee\neg A\dashv\vdash\neg\mu A$ 等价于 $A\vee\neg A=T$ iff $\neg\mu A=T$

$A\vee\neg A=T$

iff $A=T$ 或 $\neg A=T$

iff $A=T$ 或 $A=F$

iff $\mu A=F$

iff $\neg\mu A=T$

此外,使用公理完备集合还可以简化某些推理形式的证明,其中最为明显的是可以简化形式为 $A\vDash\!\dashv B$ 的推理的证明。在未引入公理完备集之前,要证明 $A\vDash\!\dashv B$ 成立,就要证明 $A\dashv\vdash B$,$\neg A\dashv\vdash\neg B$ 和 $\mu A\dashv\vdash\mu B$ 三式成立,即 $A\vdash B$,$B\vdash A$,$\neg A\vdash\neg B$,$\neg B\vdash\neg A$,$\mu A\vdash\mu B$ 和 $\mu B\vdash\mu A$ 成立。其计算量是很大的。但是在引入公理完备集以后,如果要证明 $A\vDash\!\dashv B$ 成立,只需要证明 $A=B$ 成立即可,而等式的形式正是公理完备集便于处理的形式。

例 3:$\mu(A\wedge B\wedge C)\vDash\!\dashv(\mu A\wedge B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge\mu C)$

$\mu(A\wedge B\wedge C)$

$=\mu((A\wedge B)\wedge C)$

$=(\mu(A\wedge B)\wedge\mu C)\vee(\mu(A\wedge B)\wedge C)\vee((A\wedge B)\wedge\mu C)$

$=(((\mu A\wedge\mu B)\vee(\mu A\wedge B)\vee(A\wedge\mu B))\wedge\mu C)\vee(((\mu A\wedge\mu B)\vee(\mu A\wedge B)\vee(A\wedge\mu B))\wedge C)\vee(A\wedge B\wedge\mu C)$

$=(\mu A\wedge\mu B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge B\wedge\mu C)\vee(A\wedge\mu B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge C)\vee(\mu A\wedge B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge B\wedge\mu C)$

$=(\mu A\wedge B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge\mu C)$

3.2 公理完备集在查询优化方面的应用

现代数据库系统的优化器为了提高效率,大都采用查询重写技术。重写模块将用户给出的 SQL 语句等价变换为另一种效率较高或有利于优化的 SQL 语句。重写需要利用关系数据库中已知的等价公式,而 SQL 语言的真实语义是基于三值逻辑的[4],在经典的二值逻辑下是正确的一些转换并不能保证在三值逻辑下一定正确。例如$\dashv\vdash$和$\vDash\!\dashv$分别表示互推和等值,在二值逻辑中互推和等值是等价的,但在三值逻辑中这是两个不同的概念。在三值逻辑中,若两合式公式等值则一定可以互推,但反之不然。本文给出的 MP^M 逻辑系统的一个公理完备集合 Φ,Φ 中的公理均是以等式,即等值的形式给出,由 Φ 中的公理出发可以非常方便地得到 MP^M 逻辑系统中其它的等值公式(也可以得到互推的公式)。因此,利用公理完备集 Φ 可以方便地证明三值逻辑系统的一些等价变换公式。下面列出前面已经证明的或根据已知公理、定理经过简单变换可以得到的一些等价变换式。

定理 3.2 在 MP^M 逻辑系统中下列公式成立:对 $\forall A,B\in MP^M$

(1)$A\vee\neg A\dashv\vdash\neg\mu A$

(2)$\neg(A\vee B)\vDash\!\dashv\neg A\wedge\neg B$

(3)$A\wedge(A\vee B)\vDash\!\dashv A$

(4)$\mu(A\wedge B\wedge C)\vDash\!\dashv(\mu A\wedge B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge C)\vee(A\wedge\mu B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge B\wedge\mu C)\vee(\mu A\wedge\mu B\wedge\mu C)$

(5)$\mu(A\vee B\vee C)\vDash\!\dashv(\mu A\wedge\neg B\wedge\neg C)\vee(\neg A\wedge\mu B\wedge\neg C)$

$\vee(\neg A \wedge \neg B \wedge \mu C) \vee (\mu A \wedge \mu B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \mu B \wedge \mu C) \vee (\mu A \wedge \neg B \wedge \mu C) \vee (\mu A \wedge \mu B \wedge \mu C)$

(6) $(A \wedge \mu A) \vee \mu A \boxminus \mu A$

(7) $(\neg A \wedge \mu A) \vee \mu A \boxminus \mu A$

下面用几个查询例子说明公理完备集在查询优化方面的应用。为了便于讨论，表2给出一个含有空值的学生关系STUDENT，其属性为学生的学号(SNO)、姓名(SNAME)、年龄(AGE)、性别(SEX)和系(DEPT)，其中学号为主码，NULL表示相应的属性值缺失。

表2 学生关系 STUDENT

SNO	SNAME	AGE	SEX	DEPT
S1	李小龙	23	男	计算机
S2	张立林	NULL	NULL	计算机
S3	杨伟仁	19	男	NULL
S4	许晓萍	NULL	女	数学

例4：

SELECT SNAME
FROM STUDENT
WHERE AGE<20 OR MAYBE(AGE<20) OR NOT (AGE<20)；

根据公理(15)该查询可变换为

SELECT SNAME
FROM STUDENT；

例5：

SELECT SNAME
FROM STUDENT
WHERE (SEX = ‘男’AND SEX = ‘女’)OR SEX IS NULL；

根据公理(13)该查询可变换为

SELECT SNAME
FROM STUDENT
WHERE SEX IS NULL；

例6：

SELECT SNAME
FROM STUDENT
WHERE MAYBE(SEX =‘男’AND DEPT =‘计算机’)OR MAYBE(SEX =‘男’OR DEPT =‘计算机’)；

根据定理2.4(2)该查询可变换为

SELECT SNAME
FROM STUDENT
WHERE SEX IS NULL OR DEPT IS NULL；

例7：

SELECT *
FROM STUDENT
WHERE (DEPT =‘数学’AND SEX=‘男’AND MAYBE(AGE >20))
OR (DEPT =‘数学’AND MAYBE(SEX=‘男’)AND AGE >20)
OR (MAYBE(DEPT =‘数学’)AND SEX=‘男’AND AGE >20)
OR (DEPT =‘数学’AND MAYBE(SEX=‘男’)AND MAYBE(AGE >20))
OR (MAYBE(DEPT =‘数学’)AND SEX=‘男’AND MAYBE(AGE >20))
OR (MAYBE(DEPT =‘数学’)AND MAYBE(SEX=‘男’)AND AGE >20)
OR (MAYBE(DEPT =‘数学’)AND MAYBE(SEX=‘男’)AND MAYBE(AGE >20))

根据定理3.2(4)该查询可变换为

SELECT *
FROM STUDENT
WHERE MAYBE(DEPT =‘数学’AND SEX =‘男’AND AGE >20)；

使用公理完备集合 Φ 还可以得到其它一些在 MP^M、MF^M 逻辑系统中成立的互推、等值公式。在进行SQL查询优化时，可以根据需要使用 Φ 中公理、定理进行证明。

总结 本文给出了一个中介命题演算系统 MP^M 上的公理集合 Φ，并且证明了该公理集合的完备性，从而在语法上重新定义了一个与原 MP^M 系统的17条推理规则[9]等价的公理集合。通过对 Φ 中性质的讨论可以看到，使用公理集合 Φ 中的公理、定理可以较为方便地推出 MP^M、MF^M 逻辑系统中的等值公式，这对于研究在不完全信息数据库上进行查询优化具有重要的意义。

参考文献

1 Codd E F. Extending the database relational model to capture more meaning. ACM Trans. Database Syst, 1979, 4(4): 397～434
2 Frost R. Introduction to knowledge base systems. Collins Professional and Technical Books, 1986
3 Yue K. A more general model for handling missing information using a 3-valued logic. SIGMOD Rec, 1991, 20(3): 43～49
4 Negri M, Pelagatti G, Sbattella L. Formal semantics of SQL queries. ACM Trans Database Syst, 1991, 17(3): 513～534
5 Ullman J D, Widom J. A first course in database systems. Prentile-Hall International, Inc, 1997
6 朱梧贾，肖奚安. 数学基础概论. 南京：南京大学出版社，1996
7 Mao Yuguang, Han Bo, Zhou Yong, et al. Logic Foundation of Incomplete Information Database. In: The Proceedings of the Second Asian Workshop on Foundations of Software. Nanjing, China: Southeast University Press, 2003(Session 3): 10～13
8 Mao Yuguang, Han Bo, Zhu Wujia. A Relational Calculus Based on Medium Logic. In: The Proceedings of the Second Asian Workshop on Foundations of Software. Nanjing, China: Southeast University Press, 2003(Session 3): 1～4
9 毛宇光，徐洁磐. 用于不完全信息数据库的中介逻辑演算系统 MP^M. 计算机科学，2001，28(8增)：365～368，412
10 Kalman J A. Lattices with involution. Trans Amer Math Soc, 1958, 87: 485～491
11 Burris S, Sankanppanavar H P. A course in universal algebra, Beijing, China: World Publishing Corporation, 1981