基于小波多尺度变换和模糊聚类的图像边缘检测研究*)

杨华千[1,2] 张 伟[1,2] 韦鹏程[1,2] 陈 军[1,2]
(重庆教育学院计算机与现代教育技术系 重庆 400067)[1]
(重庆大学计算机科学与工程学院 重庆 400044)[2]

摘 要 在分析了小波理论和模糊聚类基础上,本文提出了一种基于小波多尺度变换和模糊聚类的图像边缘检测算法。通过这个算法,不仅可以对整个原始图像进行边缘检测,还能对原始图中满足某种特征的不规则的子图进行边缘检测。最后,把这种算法与一些经典的图像边缘检测做了对比分析,实验结果表明该算法具有较好的图像边缘检测性能。

关键词 小波变换,模糊聚类,边缘检测,尺度因子

Research on Image Edge Detection Based on Multiscale Wavelet Transform and Fuzzy Clustering

YANG Hua-Qian[1,2] ZHANG Wei[1,2] WEI Peng-Cheng[1,2] CHEN Jun[1,2]
(Department of Computer and Modern Education Technology, Chongqing Education College, Chongqing 400067)[1]
(Department of Computer Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044)[2]

Abstract Based on analyzing multiscale wavelet transform and fuzzy clustering, an image edge detection approach is proposed in this paper. By this means, we can not only detect the entire edge of original image, but also detect the edge of irregular part of original image, which satisfies some characteristics. Finally, we contrast this approach with some classical detection algorithms respectively. Experimental results show that the proposed approach has a good performance in image edge detection.

Keywords Wavelet transform, Fuzzy clustering, Edge detection, Scale factor

1 引言

图像的边缘中包含着许多有价值的目标边界信息,这些信息对我们进行高层次的处理(如图像滤波、特征描述、目标识别等)有着直接重大的影响。因此,图像的边缘检测显得尤为重要和关键。

从小波理论的观点来看,以往的边缘检测只是在一个尺度上进行,不利于区分图像中小结构的轮廓和大结构的边缘,从这种单一的边缘信息来恢复原始图像效果较差。而且,这些边缘检测算法通常都是针对整个图像进行的,不能对整个图像中具有某些特征的不规则部分子图进行边缘检测。本文在分析了上述不足之后,提出了一种基于模糊 C-均值(FCM)聚类和小波变换的图像边缘检测算法,与经典的边缘检测算法相比,边缘检测效果有明显改善,并且还能够对部分子图进行边缘检测。

2 小波变换理论

小波具有良好的局部特性和去相关性特征。由于小波在时域和频域内均有局部放大的功能,因此它能很容易地检测出信号的局部特征。小波是基于多分辨率原理的,因此小波分解能针对信号的不同分辨率进行不同的处理。还有,小波是光滑的,其光滑程度可由其消失矩的阶次来体现。消失矩的阶次越高,其小波基逼近的信号就越光滑。最后,小波变换还具有快速、稳定的特性。经典的小波变换如下:

$$Wf(a,b)=\langle f(x),\psi_{a,b}(x)\rangle=\int f(x)\,|a|^{-1/2}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)\mathrm{d}x \tag{1}$$

其中,$a\in R^{+}$,$b\in R$,a 为尺度因子,b 为平移因子。基波 $\psi(x)$ 满足下列允许条件:

$$\int\frac{\|\hat{\psi}(\omega)\|}{\|\omega\|}\mathrm{d}\omega<+\infty(\|\omega\|\neq 0) \tag{2}$$

满足(2)式的 $\psi(x)$ 称为允许小波。令 $\psi_s(x)=\frac{1}{s}\psi(\frac{x}{s})$,则小波变换定义为信号 $f(x)$ 与 $\psi_s(x)$ 的卷积积分,即

$$W_sf(x)=f*\psi_s(x)=\frac{1}{s}\int f(\tau)\psi\left(\frac{x-\tau}{s}\right)\mathrm{d}\tau \tag{3}$$

设平滑函数 $\theta(x)$,其积分等于1,且当 $x\to\pm\infty$ 时迅速降为零(例如,高斯函数),它的一阶、二阶导数分别为:

$$\psi^{a}(x)=\frac{\mathrm{d}\theta(x)}{\mathrm{d}x} \tag{4}$$

$$\psi^{b}(x)=\frac{\mathrm{d}^2\theta(x)}{\mathrm{d}x} \tag{5}$$

$\psi^{a}(x)$,$\psi^{b}(x)$ 都是满足允许条件的小波。结合(3)式有:

$$W_s^af(x)=f*\psi_s^a=s\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f*\theta_s) \tag{6}$$

$$W_s^bf(x)=f*\psi_s^b=s^2\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2(f*\theta_s)} \tag{7}$$

*)重庆市科委自然科学基金资助项目(No. CSTC,2005BB2286)、重庆市教委资助项目(No. kj051501)。**杨华千** 博士研究生,主要研究方向是信息安全和计算机网络。**张 伟** 博士后,主要研究方向是信息安全、计算智能与数据挖掘。**韦鹏程** 博士研究生,主要研究方向是信息安全。

从上面两式可以看到，边缘检测可以通过小波变换来实现。边缘实际上是一阶导数的极值点，二阶导数的过零点。也就是说，可以通过寻找$W_s^a f(x)$的极值点或$W_s^b f(x)$的过零点来确定边缘的位置。小波变换模的极大值点是随尺度s而变化的，并且$\log|W_s f(x)|$与$\log s$具有线性关系，其比例系数即为Lipschitz指数。

3 多尺度边缘检测算法

将图像进行小波分解后，小波矢量的模的局部极大值就对应着图像的奇异点，即边缘。小波矢量的方向则近似垂直边缘的切线方向。由于变换位于各个尺度上，故称之为多尺度边缘。多尺度边缘包含了图像的重要信息，可以用这些边缘信息来表征原始图像。信号的多尺度边缘可以通过各个尺度上平滑该信号并由平滑后信号的一阶或二阶导数值检测信号突变点获得的，一阶导数极值点对应于信号二阶导数的过零点和平滑后信号的拐点。定义小波函数：

$$\psi_1(x,y)=\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial x} \tag{8}$$

$$\psi_2(x,y)=\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial y} \tag{9}$$

其中$\theta(x,y)$是一个二维平滑函数。

图像信号$f(x,y)$的平滑是通过在各个尺度上与$\theta_s(x,y)$卷积而实现的。求出梯度矢量$\overrightarrow{\nabla}(f*\theta_s)(x,y)$。在图像平面上一点$(x_0,y_0)$沿梯度矢量方向，如果$f(x,y)$的梯度矢量的模是局部极大值，则$(x_0,y_0)$被定义为边缘点，边缘点是$(f*\theta_s)(x,y)$的拐点。

二维图像信号$f(x,y)\in L^2(R^2)$在尺度因子s上的小波变换有两个部分

$$W_1^s f(x,y)=f*\psi_1^s(x,y) \tag{10}$$

$$W_2^s f(x,y)=f*\psi_2^s(x,y) \tag{11}$$

式(10)、(11)中的$*$表示卷积，梯度矢量$\overrightarrow{\nabla}(f*\theta_s)(x,y)$的模正比于

$$M_s f(x,y)=(|W_1^s f|^2+|W_2^s f|^2)^{1/2} \tag{12}$$

平滑信号$(f*\theta_s)(x,y)$的突变点（边缘点）就是梯度矢量$(f*\theta_s)(x,y)$的模在$M_s f(x,y)$水平夹角$A_s f(x,y)$方向上的模极大值点。

4 模糊聚类与图像分割

图像分割是图像分析、识别和理解的基础。一般是将输入图像划分成互不重叠的子区域，各区域内部具有相似特征，而邻接区域则存在特征差异。近年来随着模糊理论的成熟，加之人类视觉在各个层次上本身的模糊性，出现了许多的基于模糊理论的图像分割算法。本文采用模糊C-均值(FCM)聚类算法[9]，其算法描述如下：

(1)确定聚类数目c，$2\leqslant c\leqslant n$；确定加权参数m，$2\leqslant m<\infty$

(2)确定初始隶属度矩阵$U^{(0)}=(u_{ik}^{(0)})$

(3)令初始迭代次数$b=0$

(4)利用下式求各类的聚类中心$v_i^{(b)}$，$i=1,2,\cdots,c$

$$v_i=\sum_{k=1}^{n}u_{ik}^m x_k\Big/\sum_{k=1}^{n}u_{ik}^m \tag{13}$$

(5)按如下方式计算新的隶属度矩阵$U^{(b+1)}$，对$k=1$至n，计算I_k和$\bar{I}_k$：

$$I_k=\{i\,|\,1\leqslant i\leqslant c;d_{ik}=\|x_k-v_i\|=0\} \tag{14}$$

$$\bar{I}_k=\{1,2,\cdots,c\}-I_k \tag{15}$$

若$I_k=\phi$，则

$$u_{ik}=1\Big/\sum_{j=1}^{c}(d_{ik}/d_{jk})^{2/(m-1)} \tag{16}$$

否则，对所有$i\in\bar{I}_k$，置$u_{ik}=0$，并取

$$\sum_{i\in I_k}u_{ik}=1,k=k+1 \tag{17}$$

(6)选用适宜的矩阵范数比较$U^{(b)}$和$U^{(b+1)}$：若$\|U^{(b)}-U^{(b+1)}\|<\varepsilon$，停止；否则令$b=b+1$，返回(4)。$\varepsilon$是收敛阈值。

5 图像边缘检测算法

本文在分析了FCM聚类算法和经典的小波多尺度边缘检测算法基础上，提出了本文的图像边缘检测算法。其基本思想是，先把原始图像用不同的聚类c、加权参数m分割成多个子图，然后针对每个子图用前面介绍的小波多尺度边缘检测算法进行边缘检测，得到每个子图的边缘。如果需要原始图像的边缘，只需把多个子图的边缘叠加而成。

设原始图像为$G(N\times N)$，算法主要步骤描述如下：

(1)设定聚类个数c，$2\leqslant c\leqslant n$，设定模糊权数为m，$2\leqslant m<\infty$。

(2)利用第2节的FCM算法，把原始图像$G(N\times N)$分割为i个子图，即

$$G=\bigcup_{j=1}^{i}G_j,\bigcap_{j=1}^{i}G_j=\phi。$$

(3)对(2)中的每一个子图G_j，$j=1,2,\cdots,i$进行扩展和填充，使其与原始图像G大小相同$(N\times N)$，并且每个填充像素取相同的灰度值，得到新的子图G'_j，由于填充像素的灰度值相同，确保了子图的填充部分内部不会出现奇异点。

(4)取高斯函数(Gaussian Function)作为我们的二维平滑函数，即

$$\theta(x,y)=\exp(-(x^2+y^2)/2\sigma^2) \tag{18}$$

此时，我们的两个小波函数定义为：

$$\psi_1(x,y)=\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial x}=-(x/2\sigma^2)\times\exp(-(x^2+y^2)/2\sigma^2) \tag{19}$$

$$\psi_2(x,y)=\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial y}=-(y/2\sigma^2)\times\exp(-(x^2,y^2)/2\sigma^2) \tag{20}$$

对(3)中的每一个子图G'_j，$j=1,2,\cdots,i$，利用第4节的多尺度边缘检测算法，进行边缘检测，得到子图G'_j的边缘轮廓E'_j，$j=1,2,\cdots,i$。

(5)将(4)中边缘轮廓E'_j，$j=1,2,\cdots,i$，进行简单叠加得到原始图像$G(N\times N)$的边缘检测图像$E(N\times N)$，即$E=\bigcup_{j=1}^{i}E'_j$。

6 仿真实验与结果分析

从上面几节的分析知道，不同的聚类数c，加权参数m，尺度因子s对图像边缘检测的效果有明显的影响。在本节，我们将用本文提出的边缘检测算法和一些经典的边缘检测算法进行仿真实验，实验用的原始图像分别是256×256的woman图和Lena图，实验得到的对比图形如图1-1～1-7和图2-1～2-5所示。

图 1-1 变换前的原始 woman 图像

图 1-2 c=2 m=2 s=1 的小波边缘

图 1-3 c=3 m=3 s=2 的小波边缘

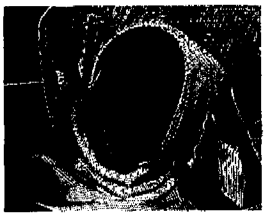

图 1-4 c=4 m=3 s=5 的小波边缘

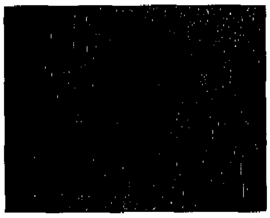

图 1-5 Canny 算法检测边缘

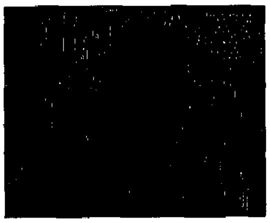

图 1-6 Laplacia 算法检测边缘

图 1-7 Prewitt 算法检测边缘

图 2-1 变换前的原始 Lena 图像

图 2-2 c=2 m=2 s=1 的小波边缘

图 2-3 c=3 m=3 s=2 的小波边缘

图 2-4 c=4 m=3 s=5 的小波边缘

图 2-5 Canny 算法检测边缘

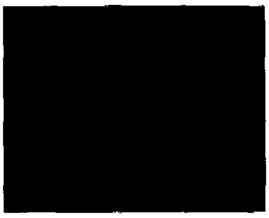

图 2-6 Laplacia 算法检测边缘

图 2-7 Prewitt 算法检测边缘

从上面两组实验结果可以看出：

(1)基于模糊 C-均值(FCM)聚类和小波变换的多尺度图像边缘检测算法明显优于其它的图像边缘检测算法。

(2)从每一组实验结果来看，随着 c, m, s 的不断增大，得到图像的边缘效果更加明显。

(3)从两组实验的对比结果可以看出，由于 woman 图像内部的奇异性(突变点)明显大于 Lena 图的奇异性，所以对 woman 图像的边缘检测效果不如 Lena 图。

从实验得出的结果也与我们前面的理论分析相一致。

结束语 图像边缘检测在工程领域有着广泛应用，但这也是一个艰巨而有趣的问题。本文提出的基于 FCM 聚类分析和小波变换的图像边缘检测算法，不仅能够对整个原始图像进行边缘检测，而且能够对原始图像中满足某种特征的不规则子图(即用户只关心的那部分)进行边缘检测。今后需要进一步研究的是，如何继续改善对内部奇异性较大的图像的边缘检测算法。

参 考 文 献

1 Vetterli M, Herley C. Wavelets and Filter Banks: Theory and Design. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40: 2207～2232

2 Bradley J, Brislawn C, Hopper T. The FBI Wavelet/Scalar Quantization Standard for Gray-scale Fingerprint Image Compression: [Tech Report LA-UR-93-1659]. Los Alamos Nat'l Lab, Los Alamos, N. M., 1993

3 Cody M A. The Wavelet Packet Transform. Dr. Dobb's Journal, 1994, 19: 44～46, 50～54

4 Sze C J, Liao H Y M, Hung H L, et al. Fan and Jun-Wei Hsieh. Multiscale Edge Detection on Range Images via Normal Changes. IEEE transactions on circuits and system-II: analog and digital signal processing, 1998, 45(8): 1087～1092

5 Mallat S, Zhong S. Characterization of signal from multi-scale edges. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell, 1992, 14(7): 710～732

6 Hsieh J W, Liao H Y M, Ko M T, et al. Image registration using an edge-based approach. Computer Vision Image Understanding, Aug. 1997, 67(2): 112～130

7 Canny J. A computational approach to edge detection. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986(8): 679～698

8 Strickland R. Wavelet transforms methods for object detection and recovery. IEEE Trans. on Image Processing, 1997(6): 724～735

9 Strickland R, Hahn H. Wavelet methods for extracting objects from complex backgrounds. IEEE Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation, 1996. 7～12

10 Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported Wavelets. Commn. Pure, Appl. Math., 1998, 41: 909～996

11 Grossman A, Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integral wavelets of constant shape. SIAM J. Math, Anal, 1984, 15: 723～736

12 Smith M J, Barnwell T P. Exact reconstruction techniques for tree structured subband coders. IEEE ASSP, 1986, 34: 434～441

13 Mallat S. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, July 1989, 11: 674～693

14 Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of L2. Transaction of the American Mathematical Society, Sep. 1989, 315: 69～87

15 徐佩霞，等. 小波分析与应用实例(第二版). 合肥：中国科技大学出版社，2001

16 周金萍. MATLAB 6.5 图形图像处理与应用实例. 北京：科学出版社，2003

17 赵树芗. 模式识别的模糊数学方法. 西安：西北电讯工程学院，1987

18 薛景浩. 基于特征散度的图像 FCM 聚类分割. 模式识别与人工智能，1998，11(4)：462～467