

基于离散小波变换的 Overcomplete ICA 并行结构^{*}

江宇闻¹ 黄榕波² 朱思铭¹

(中山大学数学系 广州 510275)¹ (广东药学院数学教研室 广州 510224)²

摘要 本文利用离散小波变换提出了一种过完备独立成分分析(Overcomplete ICA)的并行结构,它是一个由两个子 Overcomplete ICA 过程组成的混合系统。其中一个过程将高频的小波部分作为输入,另一个过程将低频的部分作为输入。这两个过程的输出结果最后被合并为最终的结果。对比现有的 Overcomplete ICA 算法,本文提出的方法利用了全部的观测信息,而两个子过程的有效输入长度仅为原来的一半。因此,本文提出了一种处理 Overcomplete ICA 问题的新途径。文中的实验数据显示,通过此方法可以成功地分离混合的声音数据。

关键词 过完备独立成分分析,离散小波变换,并行结构

A Parallel Architecture Using Discrete Wavelet Transform for Overcomplete ICA

JIANG Yu-Wen¹ HUANG Rong-Bo² ZHU Si-Ming¹

(Department of Mathematics, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275)¹

(Department of Mathematics, Pharmaceutical College, Guangzhou 510224)²

Abstract This paper utilizes a discrete wavelet transform to present a parallel architecture for overcomplete independent component analysis (Overcomplete ICA), which is a hybrid system for consisting of two sub-overcomplete ICA processes. One process takes the high-frequency wavelet part of observations as its inputs, meanwhile the other process takes the low-frequency part. Their results are then merged to generate the final results. Compared to the existing overcomplete ICA algorithms, the proposed approach utilizes the full observation information, but the effective input length of the two parallel processed is halved. Therefore it generally provides a new way for overcomplete ICA implementation. In this paper, experimental result has shown its success in extracting the in separating the mixed speech signals.

Keywords Overcomplete ICA, Discrete wavelet transform, Parallel architecture

1 引言

独立成分分析(ICA)方法是近几年发展起来的一种新方法,它的目的是:为非高斯数据找到一种线性变换,使得成分与成分之间统计独立或者尽可能独立。由于其高阶统计特性,被广泛应用于信号处理、生物医学、分子学、电子通信、声音处理、航天物理、纹理结构等。

独立成分分析定义为如下的模型:假设有 m 个相互独立的信号源,其中最多只有一个服从高斯分布。在 t 时刻对各个信号源进行采样,得到向量 $y_t = [y_t^{(1)}, y_t^{(2)}, \dots, y_t^{(m)}]^T$,同时该向量的每个分量被一个未知的满秩矩阵 A 混合,得到:

$$x_t = Ay_t, 1 \leq t \leq N$$

其中 $x_t = [x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, \dots, x_t^{(m)}]^T$ 是在时刻 t 的观察值。

ICA 的目标是要找到一个分解矩阵 W ,使得:

$$y'_t = Wx_t = WAy_t = P\Delta y_t, 1 \leq t \leq N$$

其中 $y'_t = [y'_t^{(1)}, y'_t^{(2)}, \dots, y'_t^{(m)}]^T$ 是源信号 y_t 的估计值, P 是一个置换矩阵, Δ 是一个对角阵。

Overcomplete ICA 由于混合信号向量维数 m 小于源信号向量维数 n , 矩阵 A 不是一个方阵,其分离算法与传统的 ICA 算法不同。Lewicki^[1]提出了采用线性规划(linear program)和自然梯度(Nature Gradient)方法的一步算法,它进行若干次学习之后可以直接得到源向量 S' 和混合矩阵 A 。

Fabian^[4,5]研究了一种基于几何方法的两步学习算法,称

为 Geo-Overcomplete。Geo-Overcomplete 在计算的过程中是先估计混合矩阵 A ,这个步骤称为矩阵恢复(Matrix Recover Step),然后再通过 A 来还原出源向量,这个步骤称为源信号恢复(Source Recover Step)。

离散小波变换(DWT)已经成为信号和图像处理方面的一种常用的工具。DWT 将信号分解为一系列小波函数的叠加,而这些小波函数都是由一个母小波函数经过平移与尺度伸缩得来的。同时,它可以对信号进行多尺度的分解。

黄榕波^[7]提出了一类使用小波变换的独立成分分析方法,本文在黄榕波等的基础上使用 DWT 提出一种并行的 Overcomplete ICA 结构,称为 P-Overcomplete,它包含了两个并行的子 Overcomplete 过程,其中一个过程将高频的小波部分作为输入,另一个过程将低频的小波部分作为输入。它们的输出最后通过小波重构合并为最终的结果。本文采用 Geo-Overcomplete 进行实现。第 2 节介绍采用离散小波变换的并行结构;第 3 节回顾两层小波分解和重构的算法;第 4 节简要说明 Geo-Overcomplete ICA 算法;第 5 节给出了一个声音分离的实验,并对实验结果进行了简要说明。

2 采用离散小波变换的并行结构

采用离散小波分解的并行 Overcomplete 结构如图 1。首先使用 DWT 将观测向量 X 分解为两部分: HX 表示信号高频部分和 LX 表示信号低频部分。然后,我们分别同时对

^{*} 本文得到国家自然科学基金资助(10371135)。江宇闻 博士研究生,主要研究方向:计算机网络、人工智能、动力系统;黄榕波 副教授,主要研究方向:人工智能、动力系统;朱思铭 博士生导师,主要研究方向:计算机网络与人工智能、动力系统、混沌理论。

HX 和 LX 进行 Overcomplete ICA 分离处理,如图 1 的 Overcomplete#1 和 Overcomplete#2。最后,我们将分离得到的信号通过重构的方法合并为最终的 Overcomplete ICA 处理结果。下面我们将证明一个可以详细描述 P-Overcomplete 结构如何工作的定理。

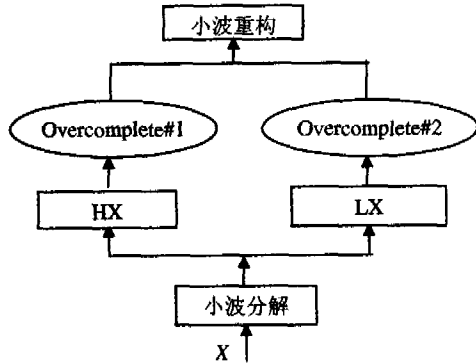


图 1 P-Overcomplete 结构,由两组并行的子 Overcomplete 过程(Overcomplete#1 与 Overcomplete#2)组成

定理 1 给定 $x=As$, 其中 x 是一个 m 维观测向量, s 是一个 n 维源向量, A 是一个 $m \times n$ 矩阵。 $\{\psi_{k,n} | k, n \in Z\}$ 是一正交小波基。为简便起见,我们设 Z 为整数集。 $\{C_{k,d} | k, d \in Z\}$ 为 s_j 在基 $\{\psi_{k,d} | k, d \in Z\}$ 下的小波系数。

记向量 s 的小波系数为 $\{C_{k,d} = [c_{k,d}^1, c_{k,d}^2, \dots, c_{k,d}^n]^T | k, d \in Z\}$, 则向量 x 在基 $\{\Psi_{k,d} | k, d \in Z\}$ 下的小波系数可以写成如下形式:

$$\{b_{k,d} = Ac_{k,d} = [\sum_{j=1}^n a_{1,j}c_{k,d}^j, \sum_{j=1}^n a_{2,j}c_{k,d}^j, \dots, \sum_{j=1}^n a_{m,j}c_{k,d}^j]\} \quad (1)$$

证明: 由于

$$s_j = \sum_{k,d=-\infty}^{+\infty} C_{k,d} \Psi_{k,d}$$

则

$$x_i = \sum_j a_{ij} s_j = \sum_j a_{ij} \sum_{k,d=-\infty}^{+\infty} C_{k,d} \psi_{k,d} = \sum_{k,d=-\infty}^{+\infty} \sum_j a_{ij} C_{k,d} \psi_{k,d}$$

其中 $i=1, 2, \dots, d$ 。因此, x 的小波系数为式(1)。

该定理说明从源信号到观测信号的混合过程与源信号的小波系数到观测信号的小波系数的混合过程是一致的。也就是说,可以在小波系数上做 Overcomplete ICA。然后,我们将观测信号转换成为小波表示,并将它们分解为两部分:高频部分和低频部分,然后把输出合并起来作为 Overcomplete ICA 处理的结果。下一节介绍重构和分解的方法。

3 两层小波分解与重构算法

设 $\{V_k | k \in Z\}$ 为一个多分辨率分析, W_k 是 V_{k+1} 中的 V_k 的一个完备空间,则 $L^2(R)$ 可以直接分解为子空间的和:

$$L^2(R) = \sum_{k \in Z} W_k$$

对于任取 $f(x) \in L^2(r)$, 存在一个唯一的分解:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g_k(x)$$

其中 $g_k(x) \in W_k$ 。

在此仅考虑 2 层分解的情形。若尺度方程 $\phi(x)$ 和小波方程 $\Psi(x)$, $\{\phi(2^k x - j)\}$, $\{\Psi(2^k x - j)\}$ 分别为空间 V_k 和 W_k 的 Rietz 基,则 $\phi(x)$ 和 $\Psi(x)$ 有如下的分解关系:

$$\phi(2x-l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{a_{l-2n}\phi(x-n) + b_{l-2n}\Psi(x-n)\}$$

于是得到了分解序列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$, 其分解算法如下:

$$c_n^1 = \sum_l a_{l-2n} c_l^2,$$

$$d_n^1 = \sum_l b_{l-2n} c_l^2$$

这样,原始信号就被分解为高频部分和低频部分了。小波分解的过程如图 2(a)。而 $\phi(x)$ 和 $\Psi(x)$ 的尺度关系如下:

$$\phi(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n \phi(2x-n) \quad (2)$$

$$\Psi(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n \phi(2x-n) \quad (3)$$

那么就可以得到两个尺度序列 $\{p_n\}$, $\{q_n\}$ 。小波重构的关系如下:

$$c_n^2 = \sum_l (p_{n-2l} c_l^1 + q_{n-2l} d_l^1) \quad (4)$$

小波重构过程如图 2(b)。

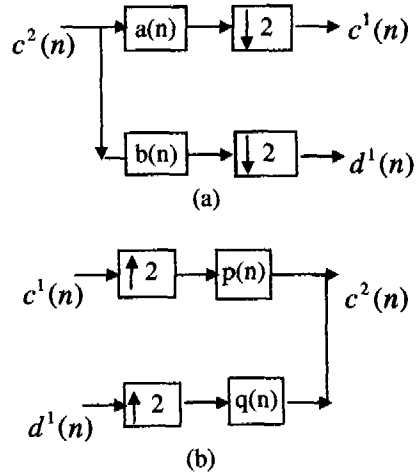


图 2 (a) 表示小波分解的过程,其中 $\downarrow 2$ 表示将样本的数目减半; (b) 表示小波重构的过程,其中 $\uparrow 2$ 表示将样本的数目增加一倍。

4 Overcomplete ICA 算法

Geo-Overcomplete 先求出 A 在单位球上的投影 A' , 再通过它来近似地求出 s 。Geo-Overcomplete 分为两步:

- 1) 矩阵恢复(Matrix Recover Step);
- 2) 源信号恢复(Source Recover Step)。

矩阵恢复过程采用了 win-takes-all 规则,可以做如下的描述:在单位球 $S^{m-1} \subset R^m$ 上选择 $2n$ 个单位根 $\omega_1, \omega'_1, \dots, \omega_n, \omega'_n$, 使得 $\omega_i = -\omega'_i (i=1, \dots, n)$, 每个单位根称为一个神经元(neuron)。取固定的学习率 $\eta: N \rightarrow R$, 使得满足 $\eta(t) > 0$, $\sum_{n \in N} \eta(n) = \infty$ 和 $\sum_{n \in N} \eta^2(n) < \infty$ 。按照下面的步骤进行迭代,直到遇到收敛条件。选择随机变量 X 中的一个样本 $x(t) \in R$, 若 $x(t) = 0$, 则重新选择一个非零的样本。将 $x(t)$ 投影到单位圆上, 则有 $y(t) = \frac{x(t)}{|x(t)|}$ 。设 ω_i 或 ω'_i 是根据欧氏距离算出的距离 $y(t)$ 最近的点 $i=1, \dots, n$, 则有如下的迭代公式:

$$\omega_i(t+1) = \pi(\omega_i(t) + \eta(t) \text{sign}(y(t) - \omega_i(t))) \quad (5)$$

其中 $\pi: R^m \setminus \{0\} \rightarrow S^{m-1}$ 表示在 R^m 中的 $m-1$ 单位球上 S^{m-1} 的投影。另外有

$$\omega'_i(t+1) = \omega_i(t+1) \quad (6)$$

所有的神经元均依照这种迭代方式更新值。这种算法可以称为“赢家通吃”学习算法(absolute winner-takes-all learning)。它与 Kohonen 的竞争自组织图算法中的一个特殊情形相似,即具有极小边邻方程(0-neighbourhood algorithm)算法。但是,不同的地方是它的步长不是沿着与样本的距离进行的,且它的学习过程是发生在单位球 S^{m-1} 上而不是在 R^{m-1} 上。

上述的迭代算法完成后,可以得到一组 $\omega_1, \omega'_1, \dots, \omega_n, \omega'_n$, 将 $\omega_1, \dots, \omega_n$ 组成一个向量矩阵 A , 使用该矩阵可以进行下一步的运算。

源向量还原过程使用了最短路径算法 (shortest-path algorithm)。为简单起见, 不妨假设 $m=2$, 该算法的目标是使得 $\arg \min_{x_\lambda \sim Ax} \|s\|_1$ 。其中混合矩阵 A 可以通过矩阵恢复过程求得。令: $A=(a_1|\dots|a_n)$ 表示矩阵 A 的列向量。Fabian^[4] 证明了只要通过最靠近 x_λ 的两个列向量 a_i 和 a_k 就可以还原源向量 s_i 。算法的运算公式可以表述为:

$$(s_i)_i = \begin{cases} ((a_i|a_k)^{-1}x_\lambda)_j, & i=j \\ ((a_i|a_k)^{-1}x_\lambda)_k, & i=k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

不难验证, 通过上述运算所得到的 A 和 s_λ 有如下关系:

$$As_\lambda = x_\lambda.$$

5 试验结果

实验采用声音混合-分离实验来测试 P-Overcomplete 结构, 采用 Matlab6.5 进行编码, 并在 Centrino 1.6G, 512M 的 PC 上运行。在实验中, 仅考虑 $n=3$ 和 $m=2$ 的情形。实验中 3 组声音信号均采自同一个人的声音, 所有声音样本均以 8kHz 和 8 位的方式进行采样。3 组声音信号的信息分别为: 粤语的“今日你好吗”、普通话的“你今天好吗”和英语的“How are you today”, 如图 3。

将 3 组声音样本信号混合成为 2 组混合信号, 其混合矩阵我们选择:

$$A = \begin{pmatrix} 0.7071 & -0.4472 & -0.9487 \\ 0.7071 & 0.8944 & 0.3162 \end{pmatrix}$$

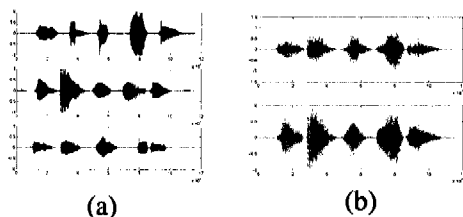


图 3 (a)采集得到的 3 组声音样本; (b)混合后得到的声音样本

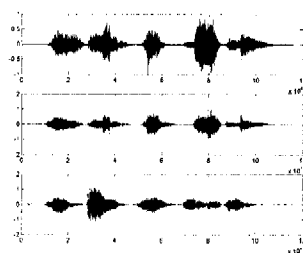


图 4 采用 P-Overcomplete 进行分解的结果

由图 4 我们可以看出, P-Overcomplete 很好地将混合的声音进行了分离, 而实验结果也相当令人满意。

小结 本文提出了一种由两个 Overcomplete ICA 组成的并行结构。其中一个 Overcomplete 过程对信号的高频部分进行分离, 另一 Overcomplete 过程对信号的低频部分进行分离。P-Overcomplete 中的重构器合并了高频部分和低频部分的输出, 并使之作为最后的结果。由于这种方法利用了观测数据的全部信息, 因此两过程有效输入的长度变为原来数据长度的一半。本文提出了一种处理 Overcomplete ICA 问题的新途径, 文中的实验说明了 P-Overcomplete 结构能有效地将混合后的声音样本进行分离。

参考文献

- Lewicki M S, Sejnowski T J. Learning Overcomplete Representations. *Neural Computation*, 1998
- Lee Te-Won, Lewicki M S, Giorlami M. Blind Source Separation of More Sources Than Mixture Using Overcomplete Representations. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999(4): 87~90
- Lewicki M S, Sejnowski T J. Learning nonlinear overcomplete representations for efficient coding
- Theis F J, Lang E W. Formalization of the Two-Step Approach to Overcomplete BSS
- Theis F J, Jung A, Puntonent C G, et al. Linear Geometric ICA: Fundamentals and Algorithms. *Neural Computation*, 2003, 15: 419~439
- Chen ShaoBing, Donoho D L, saunde M A. Atomic Decomposition by Basis Pursuit
- Huang Rong-Bo, Cheng Yiu-Ming, Zhu Shi-Ming. A parallel architecture using discrete wavelet transform for fast ICA implementation. In: *IEEE int Conf Neural Networks & Signal Processing* Nanjing China, 2003

(上接第 197 页)

- Theory, Implementation and Applications, chapter 15. Cambridge University Press, 2003
- Horrocks I, McGuinness D I, Welty C A. Digital Libraries and Web-Based Information Systems. In: Baader F, McGuinness D, Nardi D, et al. eds. *The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications*, Chapter 14. Cambridge University Press, 2003
 - Borgida A, Lenzerini M, Rosati R. Description Logics for Data Bases. In: Baader F, McGuinness D, Nardi D, et al. eds. chapter 16. Cambridge University Press, 2003
 - Lutz C. Reasoning with Complexity of terminological reasoning revisited. In: *Proc. of the 6th Intl Joint Conf. on Logic for Programming and Automated Reasoning (LPA'99)*, number 1705 in *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, Springer-Verlag, Sep. 1999. 181~200
 - Horrocks I, Sattler U, Tessaris S, et al. Query Containment using a DLR ABox. [LTCS-Report 00-15]. LuFG Theoretical Computer Science, RWTH Aachen, Germany
 - Berners-Lee T, Hendler J, Lassila O. *The semantic web*. New York: Scientific American, 2001
 - Naing Myo-Myo, Lim Ee-Peng, Dion Hoe-Lian Goh. Ontology-

based Web Annotation Framework for HyperLink Structures. In: *WISE Workshops*, 2002. 184~193

- 邓志鸿, 唐世渭, 张铭, 等. Ontology 研究综述. *北京大学学报(自然科学版)*, 2002, 38(5)
- Horrocks I, Patel-Schneider P. The generation of DAML+OIL. In: *Proc of the 2001 Description Logic Workshop (DL 2001)*, CEUR (<http://ceur-ws.org/>), volume 49, 2001. 30~35
- DAML language home page (<http://www.daml.org/language/>)
- Horrocks I, Sattler U, Tobies S. Reasoning with individuals for the description logic shiq. In: MacAllester D, ed. *Proc of the 17th Conf on Automated Deduction (CADE-17)*, number 1831 in *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, 2000
- OIL home page <http://www.ontoknowledge.org/oil/>
- Straccia U. A Fuzzy Description Logic. In: *Proceedings of AAAI-98. 15th Conference of the American Association for Artificial Intelligence*
- Artale A, Franconi E, Milenko Mosurovic M, et al. *International Description Logics Workshop*, 2001, CEUP-WS Vol-49
- Wolter F, Zakharyashev M. Dynamic description logic. In: Segerberg K, de Rijke M, Wansing H, et al. eds. *Advances in Modal Logic*. V CSLI Publications, 2000, 2