线性逻辑、Petri 网和并发计算

黄林鹏 孙永强（上海交通大学计算机系）

摘 要

Curry-Howard isomorphism has proved very fruitful as a methodological tool for exploiting the deep relationship among typed lambda calculus, intuitionistic logic and cartesian closed categories. A direct payoff of this has been the design of functional programming languages with powerful type systems. Linear logic is a logic of actions that seems well suited for concurrent computation. In this paper, we establish a correspondence between Petri nets, linear logic and symmetric monoidal categories.

1. 线性逻辑和张量理论

在古典逻辑的Gentzen型矢列演算中Girard[1]去除弱规则和缩规则，发展起一种新型逻辑系统——线性逻辑（简记为LL）。它不同于古典逻辑，本质上是一种事态逻辑(logic of situation)，或者是一动作逻辑(logic of action)，强调系统的动态特征与并发计算紧密相关。

结构规则的去除自然在LL中导致了两种类型的连接词：乘性连接词和加性连接词，乘性连接词包括$\otimes$（张量积）和&（par）；加性连接词包括&（直积）和$\oplus$（直和）。

下面首先介绍LL的一个子集——张量理论，它仅包含连接词$\otimes$，并且具有明显的直觉主义特征。

1.1 张量理论

为了叙述方便，我们首先给出一些基本定义。

定义1 一个张量公式是一命题原子或是张量公式A、B的张量积$A\otimes B$。

定义2 矢列$\Gamma\vdash A$称为张量公式矢列，若Γ是张量公式序列，A是张量公式。

张量矢列演算的推理规则如下：

公理 $A\vdash A$

交换规则 $$\frac{\Gamma, A, B, \Delta\vdash C}{\Gamma, B, A, \Delta\vdash C}$$

cut $$\frac{\Gamma\vdash A \quad \Delta, A\vdash B}{\Gamma, \Delta\vdash B}$$

逻辑规则 $$\frac{\Gamma\vdash A \quad \Delta\vdash B}{\Gamma, \Delta\vdash A\otimes B}R\otimes \qquad \frac{\Gamma, A, B\vdash C}{\Gamma, A\otimes B\vdash C}L\otimes$$

在规则cut中，公式A称为cut-公式。

定义3 一个推导D是一满足下述条件的由张量矢列构成的推理树：(1) D的最上层矢列是逻辑公理；(2) 除根外，D中每一矢列都是某一推理规则的上层矢列。

定义4 张量矢列$\Gamma\vdash A$称为是可证的，如果存在一个以其为根的推导。

张量理论T是一张量矢列的集合。

设T是张量理论，我们称T-推导是一其最上层矢列为逻辑公理或T中张量矢列的推导。

由于推理规则不包含缩规则，张量矢列$A\otimes A\vdash A$不是可证的。由此一张量公式可以理解成一命题原子的多重集。设A是一张量公式，令m(A)是一由A确定的命题原子公式的多重积，如$A=B\otimes B\otimes C$其中B、C是命题原子公式，则$m(A)=\{B, B, C\}$，我们有如下推论：$m(A)=m(A')$当且仅当$A\vdash$

A'。

1.2 范畴语义解释

线性逻辑的范畴语义模型有Barr的*-自治范畴和Pavia的辨证范畴等，它们都是具有某种结构的闭对称类群范畴，有兴趣的读者可以参看〔2〕、〔3〕。这里我们仅介绍如何用对称类群范畴SMC来解释张量理论。

定义5 对称类群范畴（简记为SMC）是一范畴C，它带有函子$\otimes$：$C\times C\rightarrow C$和对象1，使得下述关系式自然同构并满足Macl-ane-Kelly相关等式（如$exch\circ exch=id$，$ins\circ exch=ins\otimes id$等）

(1) assoc $X\otimes(Y\otimes Z)\cong(X\otimes Y)\otimes Z$

(2) ins $X\cong 1\otimes X$

(3) exch $X\otimes Y\cong Y\otimes X$。

给定一张量理论T和一对称类群范畴C，T在C上的解释I可归纳定义如下：

- 原子公式A解释为C中对象I(A)；
- 张量公式$A\otimes B$解释为对象$I(A)\otimes I(B)$
- 张量公式序列$\Gamma=A_1,\cdots,A_n$解释为对象$I(A_1)\otimes\cdots\otimes I(A_n)$；
- T中张量矢列$\Gamma\vdash A$解释为C中射f：$I(\Gamma)\rightarrow I(A)$，特别公理$A\vdash A$解释为对象I(A)上的恒等射$id_A$：$I(A)\rightarrow I(A)$。
- 对任何可证矢列，它的解释可按其T-推导树由如下规则逐步构造：

公理 $id_A:A\vdash A$

交换规则 $\dfrac{f:A\otimes B\vdash C}{f\circ exch:B\otimes A\vdash C}$

cut $\dfrac{f:B\vdash A \quad g:A\otimes C\vdash D}{g\circ f\otimes id_c:B\otimes C\vdash D}$

R$\otimes$ $\dfrac{f:A\vdash B \quad g:C\vdash D}{f\otimes g:A\otimes C\vdash B\otimes D}$

容易看到，给定一个张量理论T，存在一个由其产生的自由对称类群范畴，记成C(T)。

关于范畴理论和逻辑推导之间的关系有兴趣的读者可以参看Lambeck和Scott的专著[4]。在研究张量矢列演算时，从范畴理论出发的一个好处是无须区分张量矢列左边公式中的分隔符“，”和张量积$\otimes$在语法上的不同。

2. Petri网和SMC

2.1 Petri网

Petri网是C.A.Petri六十年代提出的一个分布式活动的模型和规范。各种类型的Petri网在计算机科学中有着广泛的应用，这里我们考虑位置/变迁（Place/Transition）网。从资源使用角度上看，网上的一个位置可理解为一种资源类型，位置中的标记(Token)可解释成相应类型资源的一个实例，一个变迁是一按照某种关系消耗、产生资源的活动。位置/变迁网一般简称为P/T网，它可以形式定义如下：

定义6 一个P/T网是一个三元组‹S，T，F›，其中：

- S是位置集，
- T是变迁集，$S\cap T=\varnothing$，
- F是$(S\times T)\uplus(T\times S)$上的多重集，称依赖关系。这里符号“$\uplus$”指集合的不相交并(disjoint union)。

一个带标识的P/T网是一个四元组‹S，T，F，M_0›，其中‹S，T，F›是一个P/T网，M_0是S上的多重集，称初始标识。

一般集合S上的多重集可以看成从S到自然数集$\mathbb{N}$的函数，该函数给出S中每个元素在多重集中的出现次数。称S上的多重集$A:S\rightarrow\mathbb{N}$是有限多重集，若集合$\{s\in S|A(s)\neq 0\}$是有限集。我们记S上的多重集A、B的并为$A\otimes B$，它由如下等式定义$(A\otimes B)(s)=A(s)+B(s)$，$s\in S$；类似地，我们可以定义差集$A-B$为$(A-B)(s)=A(s)-B(s)$，$s\in S$；关系$A\subseteq B$为$\forall s\in S\ A(s)\leqslant B(s)$。

如果我们将S上的多重集$\{a_1s_1,\cdots,a_ns_n\}$，$a_i\in N^+$，$s_i\in S$记成$s_1^{a_1}\otimes\cdots\otimes s_n^{a_n}$则任何S上的多重集A可以表示为$A=\otimes_{s\in S}s^{A(s)}$。

若I为S上的多重集满足$\forall_{s\in S}\ I(s)=0$则称I为S上的空多重集。容易验证S上所有多重集的集合$S^{\otimes}$关于运算$\otimes$和单位元I构成S上的自由交换类群（仍记为$S^{\otimes}$）

设$t\in T$，定义t的前置集和后继集$^{\bullet}t$和$t^{\bullet}$如下：

$^{\bullet}t(s)=F(s,t)\ \forall s\in S$

$t^{\bullet}(s)=F(t,s)\ \forall s\in S$

容易看出F和所有变迁节的前置集和后继集组成的序对的集合是相互唯一确定的。

一个变迁t称为在标识M下是使能的(enabled)，当且仅当$\forall s\in S\ ^{\bullet}t(s)\leqslant M(s)$。若t在M下是使能的，则t可以点火(fire)，从M点火变迁t后，演变到新的标识$M'=(M-{}^{\bullet}t)\otimes t^{\bullet}$。一个单一的点火可以认为是网上的一步计算。称$M'$为从M可达的，若存在标识序列$M=M_0, M_1, \cdots, M_k=M'$，使得$\forall 1\leqslant i\leqslant k\ \exists t_i\in T: M_i=(M_{i-1}-{}^{\bullet}t_i)\otimes t_i^{\bullet}$，点火序列$t_1, t_2, \cdots, t_k$称为网上的一个计算。

2.2 Petri网的代数结构

本节讨论Petri网的代数结构，我们将证明一个Petri网可以看成一有向图，图上的代数运算对应于变迁节的并行和顺序复合。

上节定义了变迁节的前置集和后继集，自然地我们可以把一个变迁节$t\in T$看成从$^{\bullet}t$到$t^{\bullet}$的箭头$t: {}^{\bullet}t\rightarrow t^{\bullet}$。令函数$\partial_0(t)={}^{\bullet}t$，$\partial_1(t)=t^{\bullet}$分别给出箭头t的始点和终点。这样一个Petri网N可以看成一有向图，其结点集为由S产生的自由交换类群$S^{\otimes}$，其边集即上述形式的变迁节集，可表示成$N=(S^{\otimes}, T, \partial_0, \partial_1)$或$N=(\partial_0, \partial_1: T\rightarrow S^{\otimes})$。

考虑从网$N=(S^{\otimes}, T, \partial_0, \partial_1)$到网$N'=(S'^{\otimes}, T', \partial_0', \partial_1')$的射，它是一个有序对$\langle f, g\rangle$，$f: T\rightarrow T'$，$g: S^{\otimes}\rightarrow S'^{\otimes}$满足$g\circ\partial_0=\partial_0'\circ f$，$g\circ\partial_1=\partial_1'\circ f$。由此定义的范畴记为petri。

设$t: {}^{\bullet}t\rightarrow t^{\bullet}$，$t': {}^{\bullet}t'\rightarrow t'^{\bullet}\in T$是网N上的两个变迁节，M是其上的一个标识，若$^{\bullet}t\otimes{}^{\bullet}t'\subseteq M$则t和t'可并发点火。定义$t\otimes t': {}^{\bullet}t\otimes{}^{\bullet}t'\rightarrow t^{\bullet}\otimes t'^{\bullet}$为变迁节t和t'的并发复合，由并发复合产生的新箭头可以看成变迁集T上的多重集。

令$O: I\rightarrow I$，则T上的所有多重集的集合关于运算$\otimes$单位元O组成一类群$(T, \otimes, O)$。

扩充定义∂_0，∂_1为从$(T, \otimes, O)$到$S^{\otimes}$的同态射。于是一个Petri网N可以看成结点集为$S^{\otimes}$，边集为$(T, \otimes, O)$的有向图。

一个图$G=(\partial_0, \partial_1: E\rightarrow V)$称为是自反的，若图中每个结点$v\in V$都存在有向边$id_v: v\rightarrow v$，对应于Petri网，$id_v$可以解释成一空闲变迁节(idle transition)。定义从结点集V到边集E的函数$id: V\rightarrow E$满足$\partial_0\circ id=\partial_1\circ id=1_V$。id给出了每个结点$v\in V$到自身的一个箭头。

由边集$(T, \otimes, O)$结点集$S^{\otimes}$构成的有向图加上如上定义的$S^{\otimes}$上的函数$id: S^{\otimes}\rightarrow(T, \otimes, O)$给出了一自反有向图，它对应的Petri网称为自反Petri网。

进一步考虑代数运算“；”，它表示顺序计算，对应变迁节的顺序复合。设α：$A\rightarrow B$，β：$B\rightarrow C$是两个变迁节，定义α，β的顺序复合为$\alpha;\beta$：$A\rightarrow C$。顺序复合“；”可以看成$T\times T$到T的部分函数，对那些满足$\partial_1(\alpha)=\partial_0(\beta)$的变迁节对$(\alpha, \beta)$有定义。

一个Petri网对应的有向图加上上述定义的代数运算给出了一个范畴$C=(\partial_0, \partial_1: (T, \otimes, O)\rightarrow S^{\otimes}, ;, id)$称为Petri范畴，其对象集为自由交换类群$S^{\otimes}$，在其箭头集$(T, \otimes, O)$上有一交换类群结构，并且有下述性质：

- ∂_0，∂_1是类群同态；
- 给定$\alpha: A\rightarrow B$，$\alpha': A'\rightarrow B'$，$\beta: B\rightarrow C$，$\beta': B'\rightarrow C'$，有$(\alpha;\beta)\otimes(\alpha';\beta')=(\alpha\otimes\alpha');(\beta\otimes\beta')$； (1)
- $id_{A\otimes B}=id_A\otimes id_B$。 (2)

从(1)、(2)可以看出$\otimes$是一从$C\times C$到C的函子，对照上节关于SMC的定义，不难验证范畴C是一对称类群范畴。

给出两个Petri范畴C和D，定义从C到D的射是一个函子，当作用在对象和射上时是类群同态。由此定义的范畴记为**CatPetri**。

从范畴**CatPetri**到范畴**Petri**存在一遗忘函子(forgetful functor) **u:CatPetri→**

Petri，它忽略了箭头集上的类群结构和其它性质，该函子有一左伴随函子J〔〕：Petri → CatPetri。

给定P/T网$N=(\partial_0,\ \partial_1:T\to S^{\otimes})$，Petri范畴J〔N〕可以按如下推理规则归纳构造：

$$\frac{t:u\to v\ \ \text{in } N}{t:u\to v\ \text{in } J[N]}$$

$$\frac{u\ \text{in } S^{\otimes}}{id_u:u\to u\ \ \text{in } J[N]}$$

$$\frac{\alpha:u\to v,\ \alpha':u'\to v'\ \ \text{in } J[N]}{\alpha\otimes\alpha':u\otimes u'\to v\otimes v'\ \ \text{in } J[N]}$$

$$\frac{\alpha:u\to v,\ \beta:v\to w\ \ \text{in } J[N]}{\alpha;\ \beta:u\to w\ \ \text{in } J[N]}$$

满足等式（1）、（2）和下述关系：（设α,α'，α''，β，γ是J〔N〕中射）

$\alpha;\ (\beta;\ \gamma)=(\alpha;\ \beta);\ \gamma$

$\alpha;\ id(\partial_1(\alpha))=\alpha$

$id(\partial_0(\alpha));\ \alpha=\alpha$

$\alpha\otimes(\alpha'\otimes\alpha'')=(\alpha\otimes\alpha')\otimes\alpha''$

$\alpha\otimes\alpha'=\alpha'\otimes\alpha$

$\alpha\otimes 0=\alpha$

称J〔N〕是由N产生的自由Petri范畴。

J〔N〕中射的产生子是网N上的变迁节，变迁节的复合操作⊗和；，从直觉意义上说表示了网上变迁节的并发和顺序点火。从而J〔N〕中的射反映了网上的计算，它可由定理1刻画。

定理1 给定一P/T网N＝（S，T，F），标识M和M′，T上的多重集U，U_1，…，U_k，则

（1）$M\overset{U}{\Rightarrow}M'$，当且仅当存在$A\in S^{\otimes}$，使得$U\otimes id_A:M\to M'$是J〔N〕中射。（式$M\overset{U}{\Rightarrow}M'$表示标识M经并发点火U中变迁节后转变为标识M′）；

（2）$M\xRightarrow{U_1,\ \cdots,\ U_k}M'$，当且仅当存在$A_1$，…，$A_k\in S^{\otimes}$，使得$(U_1\otimes id_{A_1})$；…；$(U_k\otimes id_{A_k}):M\to M'$是J〔N〕中射；

（3）$M\Rightarrow M'$，当且仅当$M\to M'$是J〔N〕中射。（式$M\Rightarrow M'$表示标识M′是从M可达的）。

3．张量理论和Petri网

3.1 基本概念

上二节我们已看到，张量理论中的一个证明，Petri网上的一个计算都可对应相应SMC上的一个射。以范畴语义为桥梁，LL中的证明可自然地和Petri网上的并发计算联系起来。研究张量理论和Petri网的关系可考虑下述两种途径：

（1）利用Petri网给出的类群结构，使用阶段语义（phase semantics）构造张量理论的模型；

（2）把网看成一张量理论，直接把网上的并发计算和证明联系起来。这也是本节要介绍的主要内容。

设N＝（S，T，F）是一个P/T网，其中每个变迁可由其前置集和后继集唯一确定，位置集S可看成原子命题集合，在N上定义张量矢列的集合如下：

$\mathbb{L}(N)=\{A\vdash B\mid$ 存在$t\in T$使得$m(A)={}^{\bullet}t$，$m(B)=t^{\bullet}\}$称$\mathbb{L}(N)$是由N确定的张量理论。

例 网N_1（图1）确定的张量理论为：

$\mathbb{L}(N_1)=\{A\vdash B,\ B\vdash D,\ A\vdash C, C\vdash E, D\otimes E\vdash F\}$

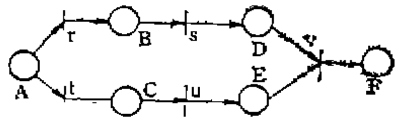

图1 网N_1

网上变迁节的顺序点火对应张量理论中的cut规则，如N_1上变迁节r，s的顺序点火，记成r；s，可表示成下述$\mathbb{L}(N_1)$推导：

$$\frac{A\vdash B\quad B\vdash D}{A\vdash D}\text{cut}$$

网上变迁节的并发点火对应于张量理论中的R⊗规则，如N_1上变迁节r，t的并发点火，记成r‖t，可表示成下述$\mathbb{L}(N_1)$推导：

$$\frac{A\vdash B\quad A\vdash C}{A\otimes A\vdash B\otimes C}R\otimes$$

特别网上的一空闲变迁节的点火，如1_A：$A\rightarrow A$可表示成$\mathbb{L}(N_1)$-推导中的公理$A\vdash A$。

网上的一个标识M对应一张量公式A满足$m(A)=M$。

网上的计算和张量理论中的推导之间的关系可由定理2刻画：

定理2 给定一P/T网N及N上的标识M和M'，M'是由标识M可达的，当且仅当矢列$A\vdash A'$在$\mathbb{L}(N)$中可证，其中$m(A)=M$，$m(A')=M'$。

另一方面，设T_1是一个张量矢列集合，其上的原子命题集为S，则张量理论T_1确定了一个P/T网，记成$\mathbb{N}(T_1)$，$\mathbb{N}(T_1)$的位置集为S，变迁集$T=\{t: {}^{\bullet}t\rightarrow t^{\bullet}|$存在$T_1$中矢列$A\vdash B$，满足$m(A)={}^{\bullet}t$，$m(B)=t^{\bullet}\}$。显然$(\mathbb{N}\mathbb{L}N)=N$。进一步若$A'\vdash B'\in T_1$当且仅当存在矢列$A\vdash B$满足$m(A)=m(A')$，$m(B)=m(B')$并且$A\vdash B\in T_1$，则等式$\mathbb{L}(\mathbb{N}(T_1))=T_1$。

3.2 证明和计算

设网N_1有初始标识$\{A, A\}$，考虑N_1上的下述计算：

(1) 首先点火变迁节r，然后点火变迁节t、s、u，最后点火变迁节v，这个计算序列可以表示成：$((((1_A\|r);(t\|1_B));(s\|1_C));(1_D\|u));v$。它是一个顺序计算，没有考虑任何变迁节的并发点火；

(2) 首先并发点火r、t，然后并发点火s、u，最后点火v，这个计算序列可以表示成：$((r\|t);(s\|u));v$。对应下述一个$\mathbb{L}(N_1)$-推导：

$$\frac{\dfrac{A\vdash B\quad A\vdash C}{A,\ A\vdash B\otimes C}\quad \dfrac{\dfrac{B\vdash D\quad C\vdash E}{B,\ C\vdash D\otimes E}}{B\otimes C\vdash D\otimes E}\quad D\otimes E\vdash F}{A,\ A\vdash F}$$

这个计算显然优于第一个计算，但还不是充分考虑了可能的并发点火。例如，变迁节s不允许在变迁节t之前点火并不是网上依赖关系的推论。一个最优的计算应是点火r然后s的同时并发点火t然后u，最后点火v，这个计算可以表示成：

(3) $((r;s)\|(t;u));v$

它对应下述$\mathbb{L}(N_1)$-推导：

$$\frac{\dfrac{\dfrac{A\vdash B\quad B\vdash D}{A\vdash D}\quad \dfrac{A\vdash C\quad C\vdash E}{A\vdash E}}{A,\ A\vdash D\otimes E}\quad D\otimes E\vdash F}{A,\ A\vdash F}$$

计算(3)反映了网N_1上的一个从标识$\{A,A\}$到标识$\{F\}$的最大程度的并发计算，我们希望存在一组重写规则，它把(1)、(2)形式的计算转换为(3)形式的计算。由于cut规则对应顺序计算，因此重写过程将类似于证明论中的cut消去过程，但注意到一个没有cut的推导对应一个不存在任何依赖关系的P/T网上的计算，因此推导中所有cut的消去是不可能的。

设N是一个P/T网，称一张量公式是一网公式(net-formula)，指它是由N确定的张量理论$\mathbb{L}(N)$中某张量矢列的条件或结论之一。称一个cut规则的实例不是基本的，指它的前件之一是逻辑公理或cut-公式不是一网公式。可以说明一个不包含任何非基本cut的证明对应一个最大程度的并发计算。

Gunter等人[5,6]给出了一组消去非基本cut的重写规则，将一个一般的计算转换成一个有相同结果的最大程度的并发计算，重写过程满足CR性质并是强可终止的。它主要考虑下述两情况：

(1) 消去空闲计算，如：

$$\frac{A\vdash A\quad A,\ B\vdash C}{A,\ B\vdash C}\text{cut}\leadsto A,\ B\vdash C$$

(2) 去除不是网上依赖关系对应的顺序计算，如：

$$\frac{A\vdash B\quad \dfrac{B\vdash C\quad D\vdash E}{B,\ D\vdash C\otimes E}R\otimes}{A,\ D\vdash C\otimes E}\leadsto$$

$$\dfrac{\dfrac{A\vdash B \quad B\vdash C}{A\vdash C}\,cut \qquad D\vdash E}{A,\ D\vdash C\otimes E}\,R\otimes$$

$$\dfrac{\dfrac{A\vdash B \quad C\vdash D}{A,\ C\vdash B\otimes D}\,R\otimes \qquad \dfrac{B,\ D\vdash E}{B\otimes D\vdash E}\,L\otimes}{A,\ C\vdash E}\,cut$$

$$\dfrac{\dfrac{A\vdash B \quad B,D\vdash E}{A,D\vdash E}\,cut \qquad C\vdash D}{A,\ C\vdash E}\,cut$$

4. 线性隐含和并发计算

本节我们讨论线性逻辑中隐含连接词$\multimap$在并发计算中的含义。我们将说明一个线性隐含公式如$B\multimap C$可以看成某一给定计算的非终结分布式状态，它需要某些新资源（如B）来产生新资源并进入终结状态。考虑线性隐含连接词对应的并发计算，使得我们能在更基本的层次上观察并发系统。

设位置A是多个变迁节（如$t_1:A,B\vdash C$，$t_2:A,\ D\vdash E$等）的前置条件之一，A中每个标记都能自治地确定变迁节的选择（设某A选定变迁节t_1），该选择使得系统进入非终结状态（如$A\vdash B\multimap C$）以等待该变迁节其它位置相应标记的到来（这里为标记B）。这种行为是传统Petri网所无法描述的，是一个分布式计算的更加自治的描述。

这种自治性可能导致死锁状态。如给定两个变迁节$t:A,\ B\vdash C$，$t':A,B\vdash D$，初始标识$A\otimes A$，假定标记A选择了变迁节t，而标记B选择了变迁节t'，则系统进入状态$(B\multimap C)\otimes(A\multimap D)$，从而变迁节t，$t'$都不能被点火。这种类型死锁的检测和无死锁计算策略的研究都可以在线性逻辑的证明论环境下进行。

LL中关于线性隐含连接词$\multimap$的推理规则有：

$$\dfrac{\Gamma,\ A\vdash B}{\Gamma\vdash A\multimap B}\,R\multimap \qquad \dfrac{\Gamma_1\vdash A \quad B,\ \Gamma_2\vdash C}{\Gamma_1,\ \Gamma_2,\ A\multimap B\vdash C}\,L\multimap$$

它们的范畴语义解释涉及闭SMC概念。

定义7 称对称类群范畴C是闭的，若对C中任何对象a，函子$-\otimes a:C\to C$存在右伴随函子$a\multimap-:C\to C$。伴随函子的存在可以用下述性质加以刻画：

对C中所有对象a，b，c

• 存在对象$a\multimap b$

• 存在射$eval_{a,b}:(a\multimap b)\otimes a\to b$

• 存在运算$\wedge_C:C[c\otimes a,\ b]\to C[c,\ a\multimap b]$，使得对C中所有射$f:c\otimes a\to b$，$h:c\to(a\multimap b)$下述等式成立：

$\beta)$ $eval_{a,b}\circ(\wedge_C(f)\otimes id_a)=f$

$\eta)$ $\wedge_C\ (eval_{a,b}\circ h\otimes id_a)=h$ 。

当把张量积和I换成范畴乘积和终极对象时，一个笛卡儿闭范畴即是一个闭对称类群范畴。

这样上述两推理规则的范畴语义解释可以定义如下：

$$\dfrac{f:C\otimes A\vdash B}{\wedge_C(f):C\vdash A\multimap B}\,R\multimap$$

$$\dfrac{f:D\vdash A \qquad g:B\otimes E\vdash C}{g\circ(eval_{A,B}\circ(id_A\multimap_B\otimes f))\otimes id_E:\ (A\multimap B)\otimes D\otimes E\vdash C}\,L\multimap$$

关于纯张量理论中的推导和包括隐含连接词$\multimap$及相应推理规则的推导之间的关系可由定理3刻画：

定理3 设矢列$\Gamma\vdash A$在一包含线性隐含连接词及相应推理规则的张量理论T中是可证的，并且A不含隐含连接词，则$\Gamma\vdash A$存在纯张量理论下的一个推导，它和前者有相同的语义解释。

5. 线性逻辑和并发系统规范

研究线性逻辑在并发系统中应用的一个方法是采用Milner的并发演算记法[7]。一个并发演算包括一个规范逻辑L，并发系统类C和关系$\models$，$Q\models\varphi$表示C中并发系统Q满足L中规范φ。

如果C是Petri网类，L是线性逻辑（或其某个子集，如张量理论），那么我们可以定义关系$\models$如下：设N是一个Petri网，$\Gamma\vdash\Delta$是L中一个矢列，称N满足$\Gamma\vdash\Delta$记成$N\models\Gamma\vdash\Delta$，当且仅当矢列在由N确定的理论

(如$L(N)$)中可证。

下面我们介绍线性逻辑中加性连接词并通过例子说明它们在规范语言中的直觉含义。

加性连接词&（直积）、$\oplus$（直和）有如下推理规则：

$$\frac{\Gamma\vdash A \quad \Gamma\vdash B}{\Gamma\vdash A\& B}R\&$$

$$\frac{\Gamma,\ A\vdash C}{\Gamma,\ A\& B\vdash C}L1\& \qquad \frac{\Gamma,\ B\vdash C}{\Gamma,\ A\& B\vdash C}L2\&$$

$$\frac{\Gamma\vdash A}{\Gamma\vdash A\oplus B}R1\oplus \qquad \frac{\Gamma\vdash B}{\Gamma\vdash A\oplus B}R2\oplus$$

$$\frac{\Gamma,\ A\vdash C \quad \Gamma, B\vdash C}{\Gamma,\ A\oplus B\vdash C}L\oplus$$

从资源产生、消耗角度上看，R&的直觉含义是：如果资源Γ可用于产生资源A，也可用于产生资源B，则资源A&B可由资源Γ的消耗而产生；R1$\oplus$和R2$\oplus$的直觉含义是：资源$A\oplus B$可由资源Γ的消耗而得，当且仅当资源A、B之一可由资源Γ产生。连接符&反映了外部非确定性，而连接符$\oplus$反映了内部非确定性，它们可以通过下述例子加以说明。

例 假定制造一批饮料售货机，有两种饮料可供选择：可口可乐和百事可乐，价格都是1美金。如果我们不管顾客花费1美元能得到何种饮料，则可以给出规范$\$1\vdash coke\oplus pepsi$，表示饮料的选择由机器内部确定。这样百事可乐公司可能把售货机设计成专售百事可乐，而可口可乐公司则可能把机器设计成专售可口可乐，它们对应Petri网N_2、N_3且都满足规范$\$1\vdash coke\oplus pepsi$。

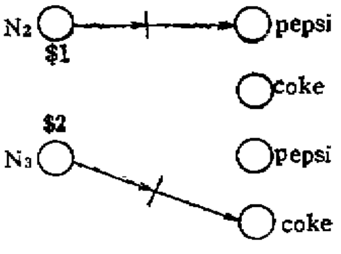

图2 Petri网N_2、N_3

另一方面，如果我们允许顾客对其口味有所选择的话，则可以给出规范$\$1\vdash coke\& pepsi$，显然它不能被网$N_2$、$N_3$所满足，但它可被如下的Petri网$N_4$所满足。

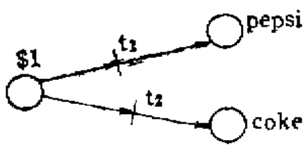

图3 Petri网N_4

6. 结论

上面我们分析了张量理论、Petri网和对称类群范畴之间的关系，说明了线性隐含连接词对应的分布式状态表示的并发计算，讨论了加性连接词&、$\oplus$在规范语言中的直觉含义，线性逻辑中其它连接词在并发计算中也有其明显含义：如线性非⊥表示某种类型资源的欠缺，连接词⅋表示资源的"同时欠缺"，!(of course)表示一个无限资源。关于线性逻辑和并发计算之间的关系，目前还有许多工作有待完成，如：

(1) 使用LL作为并发系统规范，并研究其和现存规范语言之间的关系；

(2) 在证明论环境下研究死锁问题及无死锁计算策略；

(3) 研究LL中证明网在并发计算中的含义；

(4) 在LL基础上开发一种并发程序设计语言。

参考文献

[1] J. Y. Girard, Linear Logic, TCS, 50:1—102, 1987

[2] R. A. G. Sleey, Linear Logic, *-autonomous categories and cofree coalgebra, Contemporary Mathematics, vol. 92, 1989, 371～382

[3] V. C. V. de Paria, A Dialectica-like model of linear logic, In LNCS 389, 1989, 341-356

[4] J. Lambek, P. Scott, Introduction to Higher Order Categorical Logic, Cambridge Unirersity Press 1986

[5] C. Gunter, V. Gehlot, Nets as tensor theories, In G. De Michelis, editor, Applications of Petri nets, 174-191, 1989

[6] V. Gehlot, C. Gunter, Normal process representatives, In LICS, 1990.

计算机科学1991No.6

并发进程模型CSP与CCS

肖育东　（郑州大学）

摘　要

并发性是当前最活跃的研究领域之一。已经出现了众多并发进程模型。一个好的并发模型应该概念清晰简单，以便于理解；有丰富的表达能力、演绎能力，以反映并发性的各主要方面；有好的构造性质及动态性质，以支持复杂多样的系统构成；有坚实的数学基础，以支持稳固的发展与深刻的洞察。以此来衡量，CSP模型及CCS模型都属于最成功的模型。本文介绍了它们的基本观点，主要结果，理论背景，模型的意义及一些相关的研究工作。

随着并发分布式计算的社会需求日益增长，实际的分布式问题也日益复杂化。人们在开发各种实际分布式并发计算系统的同时，也提出了一大批有待研究解决的问题，这促使并发性的研究已成为目前计算机科学最活跃的领域之一。研究发现，许多问题实质是共同的，与顺序程序设计方法相比，它先天地要复杂、困难得多。说到底，人们还远未真正了解并发性的实质。因此，需要对并发的基本模型进行广泛深入的研究。一种好的并发进程模型，其概念应尽可能简单而清晰，以便于理解，便于应用；它应当有足够的表达能力，以反映并行性的诸方面；它应当有好的构造性质及动态性质以支持各种复杂的并发系统的构成及形式演绎；它应有尽可能有效的实现机制，以支持实际系统的开发。从这几方面的要求来衡量，CCS模型与CSP模型是非常成功的两个模型。

一、CCS模型

CCS (Calculus of Communicating Systems)[1 2 3] 模型是由Milner提出来的。据他自己讲，当他企图把顺序模型的基本概念（存贮状态上的函数）推广到并发系统而失败时，认识到并发系统的语义理论应建立在通讯(communication)之上。CCS 模型是在一种较弱条件下建立起来的普适并发进程模型，它企图俘获并发性及通讯的一般数学性质。CCS最主要的贡献是关于并发系统构成的等价性研究，其中有代表性的是建立在双模拟基础上的观察等价概念。二个动态系统之间成立着一种不变性，通过建立这种不变性可证明二个系统是等价的，正如为证明一个顺序进程的正确性而找出程序的不变性质一样。站在外部观察者的立场来看，关心

200-207

〔7〕R. Milner, Interpreting one concurrent calculus in another, in TCS, 75 (1990), 3-13

〔8〕J. Y. Girard, Toward a geometry of interaction, Contemporary Maths, vol. 92, 1989

〔9〕P. Degano, et al., Axiomatizing Net Computations and Processes, in LICS 1989, 175-185

〔10〕J. Meseguer, et al., Petri nets are Monoids. A new algebraic foundation for net theory, in LICS, 1988

〔11〕C. Brown and D. Gurr, A categorical linear framework for Petri nets, in LICS 1990

〔12〕黄林鹏　孙永强，线性逻辑导论，计算机科学91，1