

机器证明的困难所在

816 封四

程显毅 (150500 呼兰师专数学系)

TP18

摘

要

机器证明是人工智能的一个重要课题,即用计算机来证明定理,亦称自动证明或定理的机械化证明,其基础是由Hilbert在1930年奠定的,60多年来历程艰苦,困难在于传统逻辑、三段论、充分条件、同理可证、直觉思维的局限性。如果我们正视这些困难,利用专家系统、机器学习等技术,机器证明将进入一个崭新的局面。

人工智能是人类利用先进的计算机技术模拟人类智能活动的一门科学,人类智能有着各种各样的定义,但本质上是演绎能力和归纳能力的总和。

数学定理证明是人类演绎能力的最集中表现,因此,数学定理证明实现机械化,应该是人工智能中重要的研究课题,况且数学定理证明的重大进展也离不开人的归纳思维机械化,从这个意义上讲,机器证明的研究关系着人工智能的成败。

机器证明所走过的路程是艰难的。本世纪初,众多数理逻辑学家从理论上对机器证明进行了大量的探索,但大都否定了机器证明的可能性,如Godel的初等数论机械化是不可能定理。直到1959年王浩在IBM 7040机器上证明了《数学原理》中350多个定理,引起国际数学界极大轰动,不少数学家转而从从事机器证明,主要采取自然推导法,即分析数学家证明定理时的思维过程,并赋给机器。按照这种技术,一级一级得出来的新定理数目以指数函数的速度增长,因此,一个定理的证明所需时间可能长得惊人。但是,人类实际证明定理时,使用了许多技巧,证明所需时间并不很长,这是机器证明出现的第二次低潮。到了1976年美国数学家Haken和Appel用计算机证明了一百多年来未解决的数学难题“四色定理”,1977年我国数学家吴文俊首先完成了初等几何定理的机器证明,人们对机器证明兴趣又大为急增。随着问题的复杂,人们意识到有效的机器证明需要有创造性方法,要用到大量的启发式信息和日常推理及数学直觉,所以在八十年代机器证明又一次处于低潮。但令人高兴的是,这一时期专家系统、机器学习、知识工程、模式识别技术发展很快,必

将成为机器证明再一次兴起的强有力工具。

一、机器证明的困难

专家系统、机器学习、知识工程、模式识别等技术的发展能推动机器证明是无疑的,为使机器证明有一大突破,有的放矢地研究机器证明,需要正视机器证明的困难所在。

1. 传统逻辑

机器证明目前广泛采用的一种方法叫归结原理,把定理考虑为一阶谓词逻辑。传统逻辑中量词难于机器处理,是机器证明进展不大的根本原因。最近Simon指出:“40多年来,定理证明其结果令人失望,主要原因它太近于传统逻辑,搜索太多,在启发式方法研究取得成功以前,我不认为定理证明会成功。”

2. 三段论推理机

专家系统和机器学习的核心都是推理机,由于所处理的问题不同而采用的推理机制不同。专家系统处理的问题是初始状态已知,目标状态未知或不完全知道,所以采用传递律进行推理,也就是说,在整个推理链中相同的规则号只能出现一次。而机器证明处理的问题是初始状态和目标状态都是已知的,这样在整个推理链中相同的规则号可以出现多次,即三段论推理机制,目前有关三段论推理机的研究极少。

3. 充分条件的定义

若A则B,即A是B的充分条件。显然,充分条件关系是真正的逻辑关系,然而,时至今日尚无严格、准确、一致公认的定义。定理证明本质上是证明“已知”是“结论”的充分条件,构造一个能进行

充分条件推理的逻辑系统是机器证明的突破口。前不久,林邦瑾同志给出的“制约逻辑”命题演算Cm系统颇有特色。

4. 同理可证

“同理可证”这是数学定理证明中不可缺少的技术,具有易读、简洁的特点。从数学理论上讲,“证明A”与“证明B”同理是指“证明A”与“证明B”或者用了同一定理,或者用了同一方法,即两个证明同构,而让机器验证这种同构目前还没有有效的技术。

5. 数学直觉

由于定理证明纷繁复杂,影响因素多样,各种可能性同时并存,又由于问题空间通常不明确,所需的事实和证据也常常十分有限,更由于不存在一成不变的逻辑通道,去引导我们按图索骥地解决各种问题。因此,人们在证明定理时,作出各种各样决策,常常会遇到不确定性,而在不确定性环境中,遵循严密的逻辑定律,采取逐步推理方式的逻辑思维是难以奏效的。相反地,富于探索性的归纳思维——数学直觉,则可于此大显神通。借助数学直觉,人们可在纷繁复杂的情况下作出有效的决策,在事实、证据有限的条件下作出准确的预见,在问题空间不明确的情形中,迅速地寻找对证明定理的一般性原则和中介环节。虽然,不精确推理技术有了相当的发展,但机器的数学直觉难度很大。作者不久给出了平面几何直观事实生成算法,运行结果令人满意。

二、结 束 语

长期以来,人类就憧憬着研制具有模拟人类解题思维的机器,走过了不少曲折道路。但机器证明的前景是光明的,除了在理论上加强逻辑研究外,还需要对人类在定理证明过程中的心理学、认知科学进行深入的研究,并广泛采用智能控制系统,分布式系统等先进技术,这样机器证明就会日趋完善。

本文得到哈尔滨工业大学洪家荣教授的热情指导,在此表示谢意。

参 考 文 献

- [1] Michael A. Arbib, BRAINS, MACHINES AND MATHEMATICS, McGraw-Hill Inc. 1984.
- [2] Edgar A. Feigenbaum, THE HANDBOOK OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE, Vol. III.
- [3] 王树林, 人工智能的方向,《计算机用户》, 1986. 2.
- [4] 林邦瑾,《制约逻辑》, 贵州人民出版社, 1985.
- [5] 赴美考察组, 访西蒙教授, 纽威尔教授谈智能机,《计算机研究与发展》, 1991. 1.
- [6] 程显毅, 洪家荣, EUCLID——一个基于知识的平面几何证明系统,《中国机器学习91》, 哈尔滨工业大学, 1991.

计 算 机 学 科

(1974年1月创刊)

第19卷第2期(双月刊)

1992年4月23日出版

国内统一刊号: CN51—1239

代号: 78—88

定价: 2.40元 国外定价: 5美元

编辑者: 中国科学技术情报研究所重庆分所
顾问:《计算机科学》审编委员会
出版者: 中国科学技术情报研究所重庆分所

重庆市市中区胜利路132号

邮政编码: 630013

印刷者: 中国科学技术情报研究所重庆分所印刷厂
总发行处: 四川省·重庆市·邮政局
订购处: 全 国 各 地 邮 政 局