

49-52

模糊假言推理

翻译规则

分析比较 (10)

TP18

# 模糊假言推理中翻译规则的分析 and 比较

张延群 (北京经济学院信息系 北京100026)

### 摘要

本文在L.A.Zadeh的推理合成规则前提下,比较了几种不同的翻译规则。根据三条直观的合理判断准则,指出文中的几种翻译规则是基本合理的,且R<sub>1</sub>较优越。

模糊假言推理的一般形式为:

前提1 如果x是A 那么y是B  
 前提2  $\frac{x是A'}{y是B'}$  (1)

简记作:

前提1  $A \Rightarrow B$   
 前提2  $\frac{A'}{B'}$  (1')

其中x、y是事物名, A、B、A'、B'分别是论域U、V上的模糊集,隶属函数分别为 $\mu_A(u)$ 、 $\mu_B(v)$ 、 $\mu_{A'}(u)$ 和 $\mu_{B'}(v)$ ,我们可以用翻译规则(也称蕴含算子)将式(1')中的前提1  $A \Rightarrow B$ 翻译为U×V上的二元模糊关系R(u, v)。按照Zadeh的推理合成规则,可以得到:  $B' = A' \cdot R$ , 其中 $\cdot$ 是 $\vee$ - $\wedge$ 运算,亦即:  $\mu_{B'}(v) = \vee_u (\mu_{A'}(u) \wedge R(u, v))$ 。

因此,选取不同的翻译规则将得到不同的推理结果。翻译规则选取合适与否,决定了推理结果是否合理。

### 一、模糊集A的语言限制

设A是论域U上的模糊集,  $A = \int_U \mu_A(u)/u$ 。

为了讨论方便,我们把模糊集A加上语言限制而构成模糊集A', A'的隶属函数表示如下:

$$CON(A) = \text{very} A = A^2 = \int_U \mu_A^2(u)/u \quad (2)$$

$$DIL(A) = \text{more or less } A = A^{0.5} = \int_U \mu_A^{0.5}(u)/u \quad (3)$$

$$\text{minus} = A^{0.75} = \int_U \mu_A^{0.75}(u)/u \quad (4)$$

$$\text{plus} A = A^{1.25} = \int_U \mu_A^{1.25}(u)/u \quad (5)$$

$$\text{highly} A = \text{plus very } A = A^{2.5} \quad (6)$$

将(2)~(6)式统一记为  $A' = A^a$ 。若A是模糊谓词“红”,则CON(A)、DIL(A)、highly(A)分别表示“非常红”、“有点红”和“极红”。

$$INT(A) = \int_U \mu_{INT}(A)(u)/u \quad (7)$$

$$\mu_{INT}(A)(u) = \begin{cases} 2\mu_A(u)^2 & 0 \leq \mu_A(u) \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_A(u))^2 & 0.5 \leq \mu_A(u) \leq 1 \end{cases}$$

INT(A)使A相对显著。

$$NORM(A) = A/\mu^* A \quad \mu^* A = \max_U \mu_A(u) \quad (8)$$

NORM(A)使A一般化。

$$\text{slightly } A = NORM(A \cap \neg \text{con}(A)) \quad (9)$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2} (\int_U \mu_A(u) \wedge (1-\mu_A(u))^2 / u)$$

slightly A意为稍微A。

$$\text{sort of } A = NORM(DIL(A) \cap \neg CON(A)^2) \quad (10)$$

$$\approx 1.234 (\int_U \mu_A(u)^{0.5} \wedge (1-\mu_A(u)^4) / u)$$

收到日期: 92-10-14

十斗型

马支与印

表 1 不同翻译规则下的推理结果

	$R_m$	$R_c$	$R_c$	$R_c$	$R_x$	$R_h$
$A^*$	$(1-x_0) \vee \mu_B^{(*)}$	$1 \wedge x' + \frac{\mu_B^{(*)}}{4}$	$\mu_B$	$\mu_B^\alpha$	$\begin{cases} \mu_B^\alpha & \alpha < 1 \\ \mu_B & \alpha \geq 1 \end{cases}$	$(1-x_0) \vee \mu_B^{(*)}$
INT(A)	$0.5 \vee \mu_B$	$\frac{4\mu_B - 1 + \sqrt{9 - 8\mu_B}}{4}$	$\mu_B$	$\begin{cases} 2\mu_B^2 & 0 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_B)^2 & 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} \mu_B & 0 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_B)^2 & 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$0.5 \vee \mu_B$
Sight(A)	$(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \vee \mu_B) \wedge m_0^{(***)}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{2} (1 + \mu_B) \wedge 1$	$\mu_B \wedge m_0$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \mu_B \wedge 1$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \mu_B \wedge 1$	$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \vee \mu_B$
Sort of A	$(0.689 \vee \mu_B) \wedge 0.779$	$C \sqrt{\frac{4(1+\mu_B) - C^2}{2}} - C \wedge 1$ $C=1.234$	$\mu_B \wedge 0.779$	$C \sqrt{\frac{\mu_B}{2}} \wedge 1$ $C=1.234$	$C \sqrt{\frac{\mu_B}{2}} \wedge 1$ $C=1.234$	$0.689 \vee \mu_B$
Weak(A)	$0.5 \vee \mu_B$	$3 + 4\mu_B - \sqrt{1 + 8\mu_B}$ $\frac{4}{4}$	$\mu_B$	$\begin{cases} -2(\mu_B^2 - \mu_B) & 0 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ 2(\mu_B - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} & 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} -2(\mu_B^2 - \mu_B) & 0 \leq \mu_B \leq 0.5 \\ \mu_B & 0.5 \leq \mu_B \leq 1 \end{cases}$	$0.5 \vee \mu_B$
$\alpha$ cut(A)	$(1-\alpha) \vee \mu_B$	$(1-\alpha + \mu_B) \wedge 1$	$\mu_B$	$\begin{cases} 1 & \mu_B \geq \alpha \\ 0 & \mu_B < \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} 1 & \mu_B \geq \alpha \\ \mu_B & \mu_B < \alpha \end{cases}$	$(1-\alpha) \vee \mu_B$
MID(A)	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} (1 + \mu_B) \wedge 1$	$\mu_B \wedge \frac{2}{3}$	$2\mu_B \wedge 1$	$2\mu_B \wedge 1$	$\frac{2}{3} \vee \mu_B$
MIDW(A)	1	1	$\frac{1}{3} \vee \mu_B$	1	1	1

注: (\*)  $X_0$  是  $X^* = 1 - X$  的解, (\*\*)  $X'$  是  $X' = 1 - X + \mu_B$  的解, (\*\*\*)  $m_0 = \frac{1 - \sqrt{5} + \sqrt{22 - 2\sqrt{5}}}{4}$

sort of A 意为 A 之类的。

$$\text{weak}(A) = \int \mu_{\text{weak}(A)}(u) / u \quad (11)$$

$$\mu_{\text{weak}(A)}(u) = \begin{cases} -2(\mu_A(u)^2 - \mu_A(u)) \\ 0 \leq \mu_A(u) \leq 0.5 \\ 2(\mu_A(u) - 0.5)^2 + 0.5 \\ 0.5 \leq \mu_A(u) \leq 1 \end{cases}$$

weak(A) 使 A 弱化。

$$\mu_{\alpha\text{-cut}(A)}(u) = \begin{cases} 1 & \mu_A(u) \geq \alpha \\ 0 & \mu_A(u) < \alpha \end{cases} \quad (12)$$

$\alpha\text{-cut}(A)$  是 A 的  $\alpha$  截集。

$$\begin{aligned} \text{MIDI}(A) &= \text{NORM}(A \cap \neg A) \\ &= \int_0^1 2\mu_A(u) \wedge 2(1 - \mu_A(u)) / u \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{MIDW}(A) &= \neg \text{MIDI}(A) \\ &= \int_0^1 (1 - 2\mu_A(u)) \vee (2\mu_A(u) - 1) / u \end{aligned} \quad (14)$$

MIDW(A) 近似等于  $\neg A$ 。

## 二、翻译规则及其推理结果

设 A、B 分别是论域 U、V 上的模糊集，用  $\times$  和  $\oplus$  分别表示模糊集合的笛卡尔积和有限和。则：

$$\begin{aligned} R_m &= (A \times B) \cup (\neg A \times V) \\ &= \int_{U \times V} (\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \vee (1 - \mu_A(u)) / (u, v) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} R_s &= (\neg A \times V) \oplus (U \times B) \\ &= \int_{U \times V} [1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))] / (u, v) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} R_c &= A \times B \\ &= \int_{U \times V} \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) / (u, v) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} R_s &= A \times V \xrightarrow{s} U \times B \\ &= \int_{U \times V} [\mu_A(u) \xrightarrow{s} \mu_B(v)] / (u, v) \end{aligned} \quad (18)$$

这里

$$\begin{aligned} \mu_A(u) \xrightarrow{s} \mu_B(v) &= \begin{cases} 1 & \mu_A \leq \mu_B(v) \\ 0 & \mu_A > \mu_B(v) \end{cases} \\ R_s &= A \times V \xrightarrow{s} U \times B \\ &= \int_{U \times V} [\mu_A(u) \xrightarrow{s} \mu_B(v)] / (u, v) \end{aligned} \quad (19)$$

这里

$$\mu_A(u) \xrightarrow{s} \mu_B(v) = \begin{cases} 1 & \mu_A(u) \leq \mu_B(v) \\ \mu_B(v) & \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$$

$$R_b = (\neg A \times V) \cup (V \times B) \quad (20)$$

$$= \int_{U \times V} (1 - \mu_A(u)) \vee \mu_B(v) / (u, v)$$

上述  $R_m$  和  $R_b$  由 Zadeh 提出， $R_c$  由 Mamdani 提出，其他翻译规则由 Mizumoto 提出。

下面我们利用翻译规则 (15)~(20) 进行推理。限于篇幅，推理过程从略，推理结果见表 1。

## 三、翻译规则的分析 and 比较

对于模糊条件推理 (1')，使用合适的翻译规则，应有以下三个判断准则：

1. 当  $A' = A$  时，模糊假言推理近似于假言推理， $B' = B$ ；
2. 当  $A' \approx A$  时， $B' \approx B$ ；
3. 当  $A' = \text{非}A$  时， $B' = \text{不知道}$  (即  $\mu_{B'}(v) = [1/v]$ )。

例如，模糊假言推理的前提 1 为：如果西红柿是红的，则这个西红柿是熟的。

若前提 2 为：西红柿是红的，则推理结果应为：这个西红柿是熟的；

若前提 2 为：西红柿有点红，则推理结果应为：这个西红柿有点儿熟；

若前提 2 为：西红柿不红，则推理结果应为：不知道这个西红柿是否熟。

按照以上三个判别准则，我们对表 1 的翻译规则做如下分析：

1. 从表 1 的第一行，当  $A' = A$  时，通过  $R_c$ 、 $R_s$  和  $R_b$  推理可得到  $B' = B$ ；而通过  $R_m$ 、 $R_a$  和  $R_s$  推理不能得到  $B' = B$ 。但若 A、B 是非模糊集，当  $A' = A$  时，所有翻译规则都可以推出  $B' = B$ ，即与古典假言推理一致。

2. 从表 1 的第四列，当  $A'$  分别为  $A^c$ 、 $\text{INT}(A)$ 、 $\text{weak}(A)$ 、 $\alpha\text{-cut}(A)$  时， $B'$  分别为  $B^c$ 、 $\text{INT}(B)$ 、 $\text{weak}(B)$ 、 $\alpha\text{-cut}(B)$ ，而其他的翻译规则都不能得到这样令人满意的结果。

3. 除了  $R_c$ ，当  $A' = \text{MIDW}(A)$  时，所有翻译规则都能推出  $B' = \text{不知道}$ ，( $\text{MIDW}(A) \approx \text{not } A$ )。

4. 对于  $A' = \text{sort of } A$ ， $\text{slightly } A$  和

S2-57

软件工程

模型

(11)

计算机科学1993Vol.20No.4

TP311.5

## 九十年代软件工 程 展 望

桑 杰

编译

信息技术的发展正促进着软件成为一门独立的工程学科。九十年代,整个社会同信息处理密切难分。随着用户市场的不断扩大,家庭对应用程序的需求量与日俱增,软件质量问题突出了出来。可以说,九十年代是软件质量年代,是软件工程向标准化、定量化发展的关键时期。

## 一、软件质量

首先,我们来讨论一下什么是软件质量,什么是达到这种质量要求的软件工程,提高软件质量必须有哪些过程,以及如何实现这些过程和技术。

**质量**,不是一个单一的概念,它是受多种因素制约的复杂概念。这些因素包括人们所关心的事物、对该事物的看法和该事物的质量属性。这里所指的事物又包括最终可以提供的中间产物(如诸条件的说明文件)以及过程的组成部分(如设计阶段)。对特定事物的看法,一般来自最终用户、发展中的机构和项目管理部。例如,从设计人员的观点看,可读性就是一个需求文件的重要质量属性,从项目管理部的角度看,逝去的时间就是设计阶段的重要质量属性。为使这些质量属性有客观的量度,对它们进行量化是非常必要的。为此,我们把软件质量问题又划分为软件产品本身的质量和研制过程的质量来讨论。

**产品质量**。用户满意,是任何一种产品的最终质量目标,软件产品当然也不例外。

MIDI(A), A' 处于A和非A之间,难以区分使用哪种翻译规则更优越。

由以上分析,可以得出这样的结论:相比之下, R<sub>1</sub>是比较优越的;并且使用表1中所

我们定量描述的对象,就是满足用户各种要求的产品的最终属性。人们用来评价一种产品的最常用的质量属性有:产品的功能、可靠性、价格及其研制周期。其中最重要的是可靠性。功能,是任何一种产品在其设计初期就已确定的较为稳定的一种属性。用户在选择产品时就已经根据自己的需要,选定有相应功能的产品。所以,上述四种质量属性又可以归结为后面三个属性。质量的等级,就是这些属性接近用户要求的程度。

软件产品的这些质量属性不是相互孤立,而是互相影响和制约的。我们用指定时间内软件产品无故障运行的概率来表示可靠性,称之为故障率(记作F)。这样,我们用下列公式来表示质量因数Q:

$$Q=1/(F \times C \times D),$$

式中F表示故障率,C表示软件产品价格,D表示软件研制周期。虽然,这三个量之间的实际关系也许比取其乘积要复杂些,但这种质量因数却能反映软件产品的质量指标。譬如说,故障率低(即可靠性提高),就要求提高价格或延长研制周期,或二者兼有。

**过程质量**。与软件产品的质量目标相适应,应当有一种面向质量的研制过程。我们可以把这种过程看成是由若干阶段组成的,每个阶段都有反馈途径。每个阶段,都有一个中间供应者研制出一种中间产品,提供给中间用户,再转入下一个阶段。每个阶段也收到前一个阶段提供的一种中间产品。每一

列的所有翻译规则,都可得出符合古典假言推理的结论,这些翻译规则都是基本合理的。

**鸣谢** 作者在撰文过程中得到黄叔武教授的悉心指导,在此深表感谢(参考文献略)