

93,20(2)

缺省推理

认识进程

计算机科学1993 Vol.20 No.2

1-9

缺省推理与认识进程

TP18

李 未

(北京航空航天大学计算机科学与工程系 北京100083)

摘 要

本文概述了一个可以刻画知识的增长、更新以及假说的进化的开放逻辑理论；给出了有关新假设、事实反驳、假说的重构、认识进程及其极限等概念，讨论了它们的性质并证明了与之有关的定理。本文对开放逻辑和Reiter缺省推理理论做了比较研究，并用开放逻辑的概念给出了缺省的一个模型论解释，给出了扩充的构造，并证明了Reiter缺省证明概念的完全性。

1 引 言

多数与常识推理有关的理论，例如：限定理论[McCar 80]，缺省推理[Reit 80]，非单调推理[MD 80]，以及认识逻辑[Moor 85]等，其基本作法是：

1. 建立一个由经典逻辑或某种模态逻辑再加上一种机制组成的形式系统，描述信息的不完全性，知识的可错性，以及推理过程的非单调性。

2. 使用这个系统，根据已获得的不完全的甚至有错的知识对现实世界中发生或即将发生的事物进行较为合理的推断。

事实上，对常识推理还有另外一种研究方法，即信息的不完全性与认识特定阶段有关，它在认识的下一阶段发现了新知识后才被认识到，知识是在认识的进化过程中从不完全到比较完全，不断地接近完全的。同样，一个假说在它刚被提出来时，至少提出人不认为它是错的，知识中的错误是在后来（在认识的以后阶段）当与人们的观测和试验不一致时才被发现，知识是在认识进程中不断修正的。推理的非单调性是在对错误知识的修改时发生的。因此只有讨论认识的进程。研究知识的进化，才能给出常识推理这几种属性的自然的刻画。

开放逻辑[Li 92]正是在这种观点指导下建立的一种理论，它是一种关于假说序列

的理论用以描述知识的进化。这个理论引入有关新假设和事实反驳的概念以刻画逻辑信息与经验信息的交互作用，引入假说的重构概念来描述知识的增长和更新，引入认识进程的概念来刻画假说认识的进化过程。

本文的目的是通过对缺省推理与开放逻辑的比较研究，探索这两种不同方法间的联系与区别。由于开放逻辑已有一完整的模型论，这些联系也可以认为是给缺省推理一种模型论解释。下面让我们先通过一个例子直观地说明这个问题。

例1.1力学

伽利略的速度相加原理可以表述为：如果参考系 K' 相对参考系 K 作匀速直线运动，速度为 W ，而一物体在 K 中以速度 V 运动，则此物体相对于 K' 的速度与 K' 相对 K 运动的速度有关，为 $V+W$ 。

如果用 $B(x)$ 表示“ x 是一物体”，用 $A(x)$ 表示 x 相对于 K' 的速度与 x 相对于 K 的速度 V 及 K' 相对于 K 的速度 W 有关，为 $V+W$ ，则速度相加原理可以表示为：

$$V: \forall x. (B(x) \supset A(x))$$

Reiter 的缺省推理的解释：

可以把这条原理看作一个缺省并写成：

$$\frac{B(x) : M A(x)}{A(x)}$$

，它的意思是说，如果 x 是一物体，而且 $A(x)$ 即伽利略速度相加原理与我们已有的力学知识，物理试验和天文观测不矛盾，则接受此原理。

例如，令 Γ 为伽利略在研究速度相加原理前积累

的力学知识, 因为 Γ 与 $A(x)$ 是不矛盾的, 对 Γ 而言, 上述缺省是可接受的。

如果(为了讨论的方便)把光看成粒子, 也就是 $B(c)$ 成立。再根据科学试验与天文观测, 我们承认: “光的传播速度不依赖于发光物体的运动速度” [Ein 15], 也就是 $\neg A(c)$ 。令 $\Gamma' = \{\Gamma, B(c), \neg A(c)\}$, 对光子而言, $A(c)$ 与 Γ' 是矛盾的, 因此, 对 Γ' 而言缺省将不再被接受, 即伽利略的速度相加原理不再被接受。

开放逻辑对这个问题的解释:

假定伽利略在考察速度相加原理前积累的力学知识是 Γ , 它代表人们对力学认识的第一阶段, 伽利略时代的力学。因为速度相加原理 V 与 Γ 中的诸原理不矛盾, 伽利略把它作为一个重要定律加入他的力学。此时称 V 是关于 Γ 的新假设。

如果把光看成粒子, 也就是 $B(c)$ 成立, 得到 $\Gamma' = \{\Gamma, V\}$, 假定它代表人们对力学认识的第二阶段, 例如, 爱因斯坦前的力学。根据伽利略速度相加原理, 我们可以逻辑地推出 $A(c)$ 。使用Gentzen推理形式(见[Paul 87]), 这可以写成:

$$\Gamma, B(c), \forall x. B(x) \supset A(x) \vdash A(c)$$

这说明理论预言: 光子在 K' 中的速度随 K' 相对于 K 的运动速度而改变。

到了本世纪初, 人们发现, 所有科学试验与天文观测都支持其反面 $\neg A(c)$ 。在这种情况下, 我们说 $A(c)$ 受到了事实的反驳。因此, 我们必须将 $\neg A(c)$ 作为一基本事实接收。由于

$$B(c), \neg A(c) \vdash \neg \forall x. B(x) \supset A(x)$$

即 $\neg A(c)$ 与 $\forall x. B(x) \supset A(x)$ 矛盾, 所以我们只能抛弃速度相加原理。这样, 我们得到 $\Gamma'' = \{\Gamma, B(c), \neg A(c)\}$ 。假定在人们对力学认识的第三阶段, 即爱因斯坦的狭义相对论: 保留相对性原理及牛顿定律, 删除伽利略速度相加原理, 把光速不变作为一个新原理加入物理学中。

假说序列 $\Gamma, \Gamma', \Gamma'', \dots$ 可以看作人类关于力学的认识进程的一个描述, 因为 $\Gamma' \not\subseteq \Gamma''$, 这个序列是非单调的, 这是 Γ' 受到事实反驳的结果。

从上面的例子直观地给出缺省推理与开放逻辑两种不同方法的联系与区别。为了严格地表述这些关系, 本文第二节介绍了开放逻辑的基本概念, 如假说的新假设和事实反驳以及认识进程的概念, 并给出与之有关的定理。第三节给出了认识进程极限的定义, 并构造了一个过程, 而且证明了对给定的任何关于某一特定问题的经验模型及一个假说, 由

此过程产生的以此假说为开端的所有认识进程收敛并有相同的极限, 这个极限就是此问题的全部规律。本文第四节用开放逻辑概念给出了闭规范缺省的模型论解释。第五节我们证明了闭规范缺省推理理论的任一扩充都是某一delta-部分递增认识进程的极限, 并且反之亦然。本文在第六节使用开放逻辑概念证明了Reiter可证概念的完全性。最后, 本文对开放逻辑和Gardenfors的知识流理论进行了比较。

2 开放逻辑的基本概念

本节我们给出有关开放逻辑基本概念的一个综述, 对证明细节感兴趣的读者可参考[Li 92]。

我们假定本文使用一阶语言 L [Gal 87]。准确地说, L 是一由一组BNF语法规则生成的符号串集合。符号集由逻辑连接词 $\neg, \wedge, \vee, \supset, \forall, \exists, =$ (等词), 变元集合 Var (由 $x, y, z, \dots$ 表示), 函词集合 FS (由 $f, g, h, \dots$ 表示), 常元集合 CS (由 $a, b, c, \dots$ 表示), 及谓词集合 PS (由 $P, Q, \dots$ 表示)组成。

令 $A, B, C, \dots$ 表示 L 的公式。令 Γ 表示一公式序列, 它可以是有穷也可以是无穷序列。称 Γ 是闭(closed)的, 如果 Γ 中的公式都是闭的。我们称 $\Gamma \vdash A$ 为一序贯(sequent)。需要指出的是, 本文效仿[3]的做法, 用 $\vdash$ 替代[2]中的 $\rightarrow$, 用 $\Gamma \vdash A$ 作为对象语言(object language)的断言。本文将使用[3]中给出的证明规则, 因此, 文中有时对序列与集合不做区分。

有关有效性(validity), 可满足性(satisfiability), 可证伪性(falsifiability), 可证性与一致性(provability and consistency)等概念均使用[2]中的定义。所以本文使用的证明规则是可靠的和完备的(sound and complete)。

模型 M 是一对偶 $\langle M, I \rangle$, 其中 M 称为论域, I 是一解释。我们用 $M \models \Gamma$ 表示 $M \models A$ 对所有包含在 Γ 中的 A 成立。

定义2.1 称非空公式序列 Γ 为一假说或形式理论, 如果 Γ 是闭的, 而且是一致的。

$Th(\Gamma)$ 称为假说 Γ 的定理集,它是由 Γ 中的公式以及由 Γ 推出的全部定理组成的集合。

在上述定义中,我们假定 Γ 是一致的,因为否则从 Γ 可以推出任何结论,这就失去了研究的意义。我们还假定 Γ 非空,因为如果 Γ 是空序列,则 $Th(\Gamma)$ 将是全体永真公式集,而我们认为逻辑上永真的公式是不可反驳的。

定义2.2逻辑结论 称 A 是 Γ 的逻辑结论,记为 $\Gamma \vdash A$,当且仅当对任意的模型 M ,如果 $M \models \Gamma$,则 $M \models A$ 。

在假说定义中,我们要求 Γ 是闭的,因为在这种情况下有下述完全性定理:

定理2.1 公式 A 是假说 Γ 的逻辑结论的充分必要条件是 $\Gamma \vdash A$ 。

证明: 从略。

定义2.3假说序列 由假说构成的序列: $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n, \dots$ 称为假说序列,简称序列。它是增序列,如果 $\Gamma_n \subseteq \Gamma_{n+1}$;是减序列,如果 $\Gamma_n \supseteq \Gamma_{n+1}$ 。增序列和减序列均称为单调序列。新假设的定义如下:

定义2.4新假设 A 是 Γ 的新假设,当且仅当存在两个模型 M 及 M' 使得:

$$\begin{array}{ll} M \models \Gamma & \text{及} \quad M \models A \\ M' \models \Gamma & \text{及} \quad M' \models \neg A \end{array}$$

均成立。

定理2.2 A 是 Γ 新假设的充分必要条件是 $\Gamma \vdash A$ 及 $\Gamma \vdash \neg A$ 均不可证。

证明: 直接从可靠及完全性得出。□

推论2.1 如果 A 是 Γ 的新假设,则 $\{\Gamma, A\}$ 及 $\{\Gamma, \neg A\}$ 均是一致的。

上述定理说明如果 A 是 Γ 的新假设,则 A 与 Γ 是独立的,反之亦然。关于事实的反驳,我们定义如下:

定义2.5事实反驳 假定 $\Gamma \vdash A$,模型 M 称为 A 的事实反驳,当且仅当 $M \models \neg A$ 。令

$\Gamma_{M(A)} \equiv \{A_i \mid A_i \in \Gamma, M \models A_i, M \models \neg A\}$,称 M 是 A 的理想事实反驳,当且仅当 $\Gamma_{M(A)}$ 在下述意义下是极大的,即不存在另一 A 的事实反驳 M' 使得 $\Gamma_{M(A)} \subset \Gamma_{M'(A)}$ 。 A 的理想事实反

驳将记为 $\bar{M}(A)$ 。

给定 $\Gamma \vdash A$,可能有许多 A 的理想事实反驳。我们定义:

$\mathcal{A}(\Gamma, A) \equiv \{\Gamma_{\bar{M}(A)} \mid \bar{M} \text{ 是 } A \text{ 的理想事实反驳}\}$

事实反驳的概念反映了这样一种观点,即假说是否成立取决于从假说中推出的每一结论是否与人们的观察与实验一致,而这些都来自形式系统外部,与逻辑推理无关。这也是我们称这个理论为开放逻辑的原因。

理想事实反驳是下述科学研究方法的数学模型,即当从假说推出的某个结论与人们的实践不一致时,我们通常只检查和修改那些在假说中导致此结论的最小的假设集,而保留其余的(与 $\neg A$ 一致的极大子集)假设。

定义2.6可接受假说 令 $\Gamma \vdash A$ 。称 Λ 是 $\neg A$ 关于 Γ 的可接受假说,如果它是 Γ 的与 $\neg A$ 一致的极大子列。

今后用 $\mathcal{A}(\Gamma, A)$ 表示 $\neg A$ 关于 Γ 的全体可接受假说组成的集合。

定理2.3R-可靠性 如果 $\Lambda \in \mathcal{A}(\Gamma, A)$,则存在 A 的理想反驳 $\bar{M}$ 使得 $\Gamma_{\bar{M}(A)} = \Lambda$ 。

证明: 从略。

定理2.4R-完全性 如果 $\bar{M}$ 是 A 的理想反驳,则存在 $\neg A$ 关于 Γ 的可接受假说 Λ 使得 $\Lambda = \Gamma_{\bar{M}(A)}$ 。

证明: 由定义直接得出。□

例2.1 令

$$\Gamma \equiv \{A, A \supset B, B \supset C, E \supset F\}$$

并且 $\Gamma \vdash C$ 。 $\mathcal{A}(\Gamma, C)$ 由下述假设序列组成:

$$\{A, A \supset B, E \supset F\}$$

$$\{A, B \supset C, E \supset F\}$$

$$\{A \supset B, B \supset C, E \supset F\}.$$

当新假设或事实反驳出现时,如何修改假说以及如何描述假说的进化的问题可以通过假说的重构和认识进程完成。

定义2.7重构 令 A 为 Γ 的新假设, Γ 关于 A 的 N -重构为 $\{\Gamma, A\}$,记为 $N\text{-recons}(\Gamma, A)$ 。

令 $\Gamma \vdash A$ 且 A 受到事实反驳。 Γ 关于 A 的事实反驳的 R -重构为 $\{\Gamma_{\bar{M}(A)}, \neg A\}$,其中 $\bar{M}$ 是 A

的一个理想事实反驳。

Γ 关于 A 的事实反驳的全体 R -重构组成的集合记为 $R\text{-recons}(\Gamma, A)$ 。

称假说 Γ' 是假说 Γ 的重构, 当且仅当 Γ' 或者是 Γ 关于某一新假设 A 的 N -重构或者是 Γ 关于某一 A 的事实反驳的 R -重构。

定理2.5 令 $\Gamma \models A$ 且 A 受到事实反驳, 则 $\{\Delta, \neg A\}$ 为 Γ 关于 A 的事实反驳的 R -重构的充分必要条件是 $\Delta \in \mathcal{R}(\Gamma, A)$ 。

证明: 直接由 R -可靠性及完全性得出。 $\square$

根据此定理, 我们在构造 R -重构时, 实际上直接使用 $\neg A$ 关于 Γ 的可接受假设即可。

引理2.1 1. 如果 A 是 Γ 的新假设, 则 $N\text{-recons}(\Gamma, A) \vdash A$ 是有效的, 并且 $\Gamma \subseteq N\text{-recons}(\Gamma, A)$ 。

2. 如果 $\Gamma \models A$, A 受到事实反驳, 且 $\Theta \in R\text{-recons}(\Gamma, A)$, 则 $\Theta \vdash \neg A$ 是有效的, 且 $\Gamma \not\subseteq \Theta$ 及 $\Theta \not\subseteq \Gamma$ 成立。

证明: 直接从定义得出。 $\square$

有了重构的概念, 我们可以进而定义认识进程的概念如下:

定义2.8 认识进程 称假说序列 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n, \dots$ 是一认识进程, 当且仅当对任意的 $i \geq 1, \Gamma_{i+1}$ 是 Γ_i 的一个重构。

一个有限的认识进程直观上表示经有限步探索之后理论即被建立。

需要指出的是, 对一给定的关于 $\Gamma_n \models A$ 的事实反驳, 如果集合 $\mathcal{R}(\Gamma_n, A)$ 不只包含一个元素, 则存在多个 R -重构。所以一个假说的进化必须由许多认识进程才能描述, 这些认识进程构成一树型结构。

定理2.6 单调性 认识进程 $\{\Gamma_n\}$ 是单调的, 当且仅当对任意的 $n \geq 1, \Gamma_{n+1}$ 是一 Γ_n 关于某一 A 的 N -重构。

证明: 由定义直接得出。 $\square$

定理2.7 非单调性 认识进程 $\{\Gamma_n\}$ 是非单调的, 当且仅当存在一 n, Γ_n 遇到一个事实反驳。

证明: 由定义直接得出。 $\square$

上述定理说明非单调性是认识进程的一个特性, 它在事实反驳出现时呈现出来。

在经典逻辑中有假言推理:

$$\frac{\neg Q, \Gamma \vdash Q}{\neg \Gamma}.$$

3 极限及经验模型

如果一个认识进程是有穷的, 这表明经过有限步探索后, 我们建立了一个理论。如果一个认识进程是无穷的, 则我们必须建立认识进程的极限概念, 并且应该回答这样的问题, 即重构的概念是否是足够的, 也就是说, 对任意给定的经验模型以及一个假说, 能否构造一个以这个假说为开端的认识进程, 并证明此进程的极限就是该经验模型的全部规律。

在下述定义中, 我们将不区分辑逻辑上等值的公式, 即认为 P 及 Q 为同一公式, 如果 $P \supset Q \wedge Q \supset P$ 是一永真公式。

定义3.1 认识进程的极限 令 $\{\Gamma_n\}$ 是一认识进程。称公式集:

$$\Gamma^* \equiv \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{m=n}^{\infty} \Gamma_m$$

为此认识进程的上极限。称公式集:

$$\Gamma_* \equiv \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{m=n}^{\infty} \Gamma_m$$

为此认识进程的下极限。称此认识进程是收敛的, 如果 $\Gamma_* = \Gamma^*$ 。称收敛认识进程的下极限(及上极限)为此认识进程的极限, 并记为 $\lim \Gamma_n$ 。

有些认识进程是没有极限的, 这表示我们对问题的描述有问题。例如, 令 $\Gamma = A$ 而 A 代表: “掷一硬币, 面值朝上”。显然, 以 Γ 为开端的认识进程是没有极限的。 A 的正确描述应该是“掷一硬币面值朝上的概率是50%”。

定义3.2 ρ, L_ρ 及问题 ρ 的经验模型。 ρ 代表一问题, L_ρ 是 L 的一个子集, 它由用来表示此问题的可数(包括有限)常元, 函词及谓词组成。称 M_ρ 是问题 ρ 的经验模型, 如果 M_ρ 是 L_ρ 的一个模型。

其实,一个关于问题 p 的经验模型可以看成对现实世界中问题 p 的描述。

定义3.3 τ_{M_p} 给定 p 的经验模型 M_p, τ_{M_p} 是由所有 L_p 中在 M_p 下为真的闭公式组成的集合,即:

$$\tau_{M_p} \equiv \{A \mid A \in L_p, FV(A) = \emptyset, M_p \models A\}.$$

此处 $FV(A)$ 为在 A 中自由出现的变元全体组成的集合。

根据定义, τ_{M_p} 是可数的。我们可以将它表成一个序列 $\{A_n\}$ 。

定义3.4 假说的 M_p 认识进程 给定经验模型 M_p 及一假说 Γ 。按下述方法构造的认识进程 $\{\Gamma_n\}$ 称为:首先,令 $\{\Theta_n\}$ 为一假说序列。

1. 令 $\Gamma_1 = \Gamma$, 令 M_1 为一满足 Γ 的模型。再令 $A_{k_1}^{\text{ex}} = A_1, \Theta_1 = \emptyset$ 。

2. Γ_{n+1} , 相应的 M_{n+1} 及 Θ_{n+1} 被定义如下:

(a) 如果 $\Gamma_n \vdash A_{k_n}^{\text{ex}}$ 可证, 则将 A_{k_n} 加入 Θ_n 即: $\Theta_n := \{\Theta_n, A_{k_n}\}$, 考虑 $\Gamma_n \vdash A_{k_{n+1}}$ 。

(b) 如果 $\Gamma_n \vdash \neg A_{k_n}$ 可证, 则按顺序做下述两步:

i. 令 $\Gamma_{n+1} = \{A_{k_n}, \Delta\}$ 其中 $\Delta \in \mathcal{M}(\Gamma_n, \neg A_{k_n})$, 且有 $A_{k_i} \in \Delta$ 对 $i=1, \dots, n-1$ 成立。令 $\overline{M}(\neg A_{k_n})$ 是一 $\neg A_{k_n}$ 的关于 Γ_n 的理想模型且使 Δ 中假设均为真。再令 $\Theta_{n+1} = \Theta_n = \{C_1, \dots, C_l\}$ 。

ii. 先令 $j=1$ 。对 i 从1到 l 做下述循环: 如果 $\Gamma_{n+1} \vdash C_i$ 可证, 则跳过去。如果 $\Gamma_{n+1} \vdash C_i$ 及 $\Gamma_{n+1} \vdash \neg C_i$ 均不可证, 则从 Θ_{n+1} 中删除 C_i , 令 $A_{k_{n+1}} = C_i, j := j+1$; 并根据下面(c)款构造 Γ_{n+1} 。这样检查一遍后, 如果最后被构造的是 Γ_m , 则 $A_i, i=1, \dots, k_n$ 或者包含在 Γ_m 中, 或者 $\Gamma_m \vdash A_i$ 成立。

(c) 如果 $\Gamma_n \vdash A_{k_n}$ 及 $\Gamma_n \vdash \neg A_{k_n}^{\text{ex}}$ 均不可证, 则令 $\Gamma_{n+1} = \{A_{k_n}, \Gamma_n\}$, 并令 M_{n+1} 是满足 $M_{n+1} \models \Gamma_n$ 及 $M_{n+1} \models A_n$ 的模型。令 $\Theta_{n+1} = \Theta_n$ 。

根据 Γ_n 的构造, 知 $\{\Gamma_n\}$ 是一认识进程。

需要指出的是: 当我们使用理想事实反驳时, 有可能把以前能推出的结论删掉。例如, 令 $\Gamma = \{A \wedge B\}$, 有 $\Gamma \vdash A$ 及 $\Gamma \vdash B$ 均可证。假定 A 受到事实反驳, 此时 Γ 的与 $\neg A$ 一致的极大子集是空集, 所以 Γ 关于 A 的R-重构是 $\{\neg A\}$, 这样 B 就被删掉了。为了避免这种情况发生, 我们在定义中引如“栈” Θ_n 把能从 Γ_n 推出的 A_{k_n} 放入 Θ_n 中。这样当下一个事实反驳出现时, 就把2-(b)-ii执行一遍, 把那些由于R-重构而被删除的命题(A_{k_n} 拣回来)。注意对任意的 n , Θ_n 是有限的, 2-(b)-ii条款总是可以完成的。

使用假说的 M_p 认识进程的概念我们可以给出[Li 92]中基本定理的一个更强的描述:

定理3.1 给定经验模型 M_p 及一假说 Γ , 假定 Γ 中不包含与 τ_{M_p} 逻辑独立的假设, 则 Γ 的任意一个 M_p 认识进程都收敛, 而且

$$Th(\lim_n \Gamma_n) = \tau_{M_p}.$$

使用与[Li 92]类似的方法, 可以证明此定理。

如果把 τ_{M_p} 理解为现实世界(M_p)关于问题 p 全部规律, 上述定理表明我们可以从任意一个关于此问题的部分假设(容许有错误)出发, 通过接受新假设和理想反驳的办法构造一个认识进程。该进程将以 τ_{M_p} 为极限。

定理的证明过程告诉我们: 对认识进程中的任一 Γ_n , 如果它的某一推论 A 遇到事实反驳, 则可以任取一个与此反驳($\neg A$)一致的 Γ_n 的极大一致子集来构造重构, 只要它包含在构造认识进程的过程中已被接受的结果(即上述证明中的 $A_{k_1}, \dots, A_{k_n}$), 就不会影响认识进程的极限。

4 缺省与新假设

Reiter的缺省推理是一种典型的非单调逻辑理论, 本节将讨论开放逻辑与缺省理论的关系。由于新假设及事实反驳都是一阶逻

辑的模型论概念,我们首先用它们给出关于“缺省”的模型论解释。

为简单起见,本节只讨论闭的规范缺省。这样,一个缺省将写成 $\frac{A:MB}{B}$,其中 A 称为先决条件,在分子中出现的 B 称为前提,在分母中出现的 B 称为结论, A 和 B 都不包含自由变元。用本文使用的术语,此缺省表示如果 A 是可接受的,而 B 于所有可接受的假设都不矛盾,则 B 是可接受的。

一个缺省理论是一偶对 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$,其中 Γ 为假说 Δ 是一闭规范缺省序列。我们称 B 为 Δ 的结论,如果它是 Δ 中某一缺省的结论。不失一般性,这里我们规定 Γ 是一致的,否则也不会有实质性的结果。

缺省理论与开放逻辑的不同在于:开放逻辑认为假说中的任意假设都是可错的,都要经受事实反驳的考验,只有逻辑永真公式是例外。而缺省理论则先选好一组假设 Γ ,它们可以是逻辑永真公式也可以是一般假设(非逻辑公理),并认定它们是正确的,可以不接受任何检查和反驳。缺省推理规定只有 Δ 中的缺省是可反驳的。在这一点上 Γ 有点相当于Lakatos的科学研究纲领方法论的内核[Lak 86]。

要用开放逻辑给出缺省理论的表示,我们还需要下述概念[Luk 90]:

定义4.1 可施用的缺省 对给定的 Γ ,称闭规范缺省 $\frac{A:MB}{B}$ 是关于 Γ 可施用的,如果 $\Gamma \vdash A$ 可证而 $\Gamma \vdash \neg B$ 不可证。

连接开放逻辑和缺省推理的最基本的结果是:

定理4.1 对给定的 Γ ,闭规范缺省 $\frac{A:MB}{B}$ 是关于 Γ 可施用的,当且仅当 $\Gamma \models A$ 并且要么 $\Gamma \models B$ 成立,要么 B 是 Γ 的新假设。

证明: $\Leftarrow$ 。首先,由完全性有 $\Gamma \vdash A$ 。如果 $\Gamma \models B$ 则根据完全性有 $\Gamma \vdash B$,故 $\Gamma \vdash \neg B$ 不可证,因为 Γ 是一致的。如果 B 是 Γ 的新假设,则根据其定义必存在模型 M 使 $M \models \Gamma$ 及

$M \models B$ 成立。从而 $\Gamma \vdash \neg B$ 可证伪。即 $\Gamma \vdash \neg B$ 不可证。

$\Rightarrow$ 。根据可靠性 $\Gamma \models A$ 成立。现在只有两种可能:要么对任意的模型 M 如果它满足 $M \models \Gamma$,都有 $M \models B$ 成立;要么存在一模型 M 满足 $M \models \Gamma$ 且 $M \models \neg B$ 。

对前者,有 $\Gamma \models B$ 成立。对后者,由于 $\Gamma \vdash \neg B$ 不可证,根据完全性必存在模型 M' 使 $M' \models \Gamma$ 及 $M' \models B$ 成立。所以 B 是 Γ 的新假设。 $\square$

上述定理给出了缺省的模型论解释。上述定理还说明可施用的闭规范缺省是一证明论概念,但它并不是一个基本概念,这可以从下述推论中看到:

定理4.2 一个缺省是可施用的,当且仅当它的结论要么是 Γ 逻辑独立的公式,要么是 Γ 的逻辑结论(定理)。

5 扩充与认识进程

扩充是Reiter闭规范缺省理论的重要工具,其定义如下:

定义5.1 扩充 给定 $T = \langle \Gamma, \Delta \rangle$,对任意闭语句集 S ,令 $\Phi(S)$ 为满足下述条件的最小集合: 1. D_1 : $\Phi(S) = Th(\Phi(S))$; 2. D_2 : $\Gamma \subseteq \Phi(S)$; 3. D_3 : 如果 $\frac{A:MB}{B} \in \Delta$, $A \in \Phi(S)$ 而且 $\neg B \notin S$,则 $B \in \Phi(S)$ 。

称闭语句集合 E 是 T 的一个扩充,当且仅当 E 是算子 Φ 的一个不动点,即 $E = \Phi(E)$ 。

闭规范缺省理论的最重要结果是[Reit 80]:

定理5.1 任一闭规范缺省理论都至少有一个扩充。

定理5.2 如果一闭规范缺省理论有两个不同的扩充 E 和 F ,则 E 和 F 不一致。

这两个定理的前一个涉及单调性,后一个涉及非单调性。不难看出,由于缺省推理的基本工具是扩充,因此单调性及非单调性在缺省推理中只能隐含地表现出来,特别是第二个定理,非单调性表现在,如果这个理论存在两个不同的扩充,则它们是互相矛盾的。

下面当我们用开放逻辑的语言从新解释这两个定理时,单调性及非单调性将显式地表示出来。为此,对每一缺省理论需要定义缺省理论的认识进程,其基本思想是:把 Γ 构造认识进程的起点, Γ_{n+1} 是 Γ_n 关于 Δ 中某一缺省的结论 A 的重构。由于缺省被接受与否还要取决于它的先决条件,所以,我们需要下述定义:

定义5.2 缺省理论的 δ -认识进程 令 $\{\Gamma_n\}$ 及 $\{\Delta_n\}$ 为假说序列。称 $\{\Gamma_n\}$ 是缺省理论 $\langle\Gamma, \Delta\rangle$ 的 δ -认识进程,如果 Γ_n 可用下述方式定义: $\Gamma_1 = \Gamma$ 并且 $\Delta_1 = \Delta$ 。

Γ_{n+1} 及相应的 Δ_{n+1} 被定义如下:

EX: 按缺省在 Δ_n 中的排列顺序逐个检查它们,并执行:

1. 如果有一 $\frac{A_{k_n} : MB_{k_n}}{B_{k_n}}$,它是使 $\Gamma_n \vdash A_{k_n}$ 可证的 Δ_n 的第一个缺省,则从 Δ_n 中删除 $\frac{A_{k_n} : MB_{k_n}}{B_{k_n}}$,然后执行下面子款。

(a) 如果 $\Gamma_n \vdash B_{k_n}$ 可证,则返回并执行EX。

(b) 如果 $\Gamma_n \vdash B_{k_n}$ 及 $\Gamma_n \vdash \neg B_{k_n}$ 均不可证,则令 $\Gamma_{n+1} = \{B_{k_n}, \Gamma_n\}$ 。再令 $\Delta_{n+1} = \Delta_n$ 。

(c) 如果 $\Gamma_n \vdash \neg B_{k_n}$ 可证,但

i. $\Gamma \vdash \neg B_{k_n}$ 不可证,则令 $\Gamma_{n+1} = \{B_{k_n}, \Delta\}$ 其中 $\Delta \in \mathcal{A}(\neg B_{k_n}, \Gamma_n)$,且有 $\Gamma \subseteq \Delta$ 成立。

ii. $\Gamma \vdash \neg B_{k_n}$ 可证,则返回并执行EX。

2. 如果这样的 $\frac{A_{k_n} : MB_{k_n}}{B_{k_n}}$ 不存在,则构造过程完成。

应该指出 δ -认识进程只是第二节引进的认识进程的特例,在它的构造过程中所接受的新假设只能是 Δ 的某一结论 B_n ,即把那些与 Γ_n 逻辑独立的 B_n 作为新假设接收下来,它

能被反驳的命题也只限于这些 B_n 。

定义5.3 称 $\{\Gamma_n\}$ 是 δ -部分递增认识进程,如果在定义5.2中将子款1-(c)换成:

(c) 如果 $\Gamma_n \vdash \neg B_{k_n}$ 可证,则返回并执行EX。

δ -部分递增认识进程更是一种特殊的 δ -认识进程:当某一缺省的结论被作为新假设接收后,就不再考虑它将被反驳的问题。

δ -认识进程与扩充的关系可由下面两定理描述:

定理5.3 若 $\{\Gamma_n\}$ 是缺省理论 $T = \langle\Gamma, \Delta\rangle$ 的一个 δ -部分递增认识进程,则 $\text{Th}(\lim \Gamma_n)$ 是此理论的一个扩充。反之亦然。

证明: $\Rightarrow$ 令 $\{\Gamma_n\}$ 是 T 的一个 δ -部分递增认识进程,根据定义有:

$$\Gamma_1 = \Gamma \text{ 且 } \Gamma_{n+1} = \{\Gamma_n, B_{k(n)}\}$$

此进程的极限是 $\lim \Gamma_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \Gamma_n$ 。令 $E = \text{Th}(\lim \Gamma_n)$,则 E 是 T 的一个扩充。其证明如下:

首先,根据 E 的定义知,它显然满足条件 D_1 及 D_2 ,现考虑 D_3 :如果对某个 $\frac{A:MB}{B} \in \Delta$, $A \in E$ 并且 $\neg B \notin E$,于是 $\lim \Gamma_n \vdash \neg B$ 不可证明。这是因为对所有的 n , $\bigcup_{i=1}^n \Gamma_i \vdash \neg B$ 不可证明。根据 E 的定义,或者存在 N 使得 $\bigcup_{i=1}^N \Gamma_i \vdash B$ 可证,从而 $B \in E$,或者存在 N 使得 $\frac{A:MB}{B}$ 是满足 $\bigcup_{i=1}^N \Gamma_i \vdash A$ 的第一个缺省,并且 $\bigcup_{i=1}^N \Gamma_i \vdash B$ 和 $\bigcup_{i=1}^N \Gamma_i \vdash \neg B$ 都不可证明,此时 $\Gamma_{N+1} = \{B, \Gamma_N\}$,即 $B \in E$ 。于是,不管那种情形都有 D_3 成立。 E 是一个扩充。

我们需要证明 E 是最小的扩充。因为 $\Phi(E)$ 是满足 D_1 , D_2 及 D_3 的最小的扩充,所以我们有:

$$\Phi(E) \subseteq E \quad (*)$$

我们只需证明 $E \subseteq \Phi(E)$ 。使用归纳法证明。根据 $\Phi(E)$ 的定义, $\Gamma_1 = \Gamma \subseteq \Phi(E)$ 。假定 $\bigcup_{i=1}^n \Gamma_i \subseteq \Phi(E)$,如果 $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n$,则结果已证。如果 $\bigcup_{i=1}^n \Gamma_i = \{\Gamma_n\} \cup \{B_{k_{n+1}}\}$,则由定义5.2,我们有 $\Gamma_n \vdash A_{k_{n+1}}$,所以 $A_{k_{n+1}} \in$

$\Phi(E)$, 并且 $\Gamma_n \vdash \neg B_{k_{n+1}}$ 不可证明, 即 $\neg B_{k_{n+1}} \notin \lim \Gamma_n$ 。注意 $\Phi(E) \subseteq E$, $\neg B_{k_{n+1}} \notin \Phi(E)$ 。由 D_3 , $B_{k_{n+1}} \subseteq \Phi(E)$ 。于是, $\bigcup_{i=1}^{\infty} \Gamma_i \subseteq \Phi(E)$ 。由定义, 对每个 $m \geq 1$, $\bigcup_{i=1}^m \Gamma_i \subseteq \Phi(E)$ 成立。即 $E = Th(\lim \Gamma_n) \subseteq \Phi(E)$ 。由 (*), $Th(\lim \Gamma_n)$ 是一个扩充。

$\Leftarrow$: 假定 F 是 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的一个扩充。

由 [Reit 80] 中的定理 3.1, $F = \bigcup_{i=1}^{\infty} F_i$, 其中

$$F_1 = \Gamma \quad F_{i+1} = Th(F_i) \cup \left\{ \frac{A:MB}{B} \in \Delta \text{ 其中 } F_i \vdash A \text{ 并且 } B \notin F_i \right\}$$

令

$$\Delta' = \left\{ \frac{A:MB}{B} \mid \frac{A:MB}{B} \in \Delta, A \in \Phi(F) \right\},$$

如果 $\neg B \notin F$ 则 $B \in \Phi(F)$ 。

对含于 Δ' 中的所有缺省的任意序, 如果 $\{\Gamma_n\}$ 是对应于该顺序的 $\langle \Gamma, \Delta' \rangle$ 的 δ -部分认识进程, 则 $E = Th(\lim \Gamma_n) = F$ 。其证明如下:

令 $B \in F$ 。不失一般性, 我们假定 B 是 Δ' 中 $\frac{A:MB}{B}$ 的结论, 并且对于某个 i , $F_{i+1} = Th(F_i) \cup \left\{ \frac{A:MB}{B} \right\}$ 。于是 $F_i \vdash A$ 。由紧致性, 存在有穷的 $l_1, \dots, l_r$ 使得 $B_{l_1}, \dots, B_{l_r} \vdash A$ 。由定义 5.2, 经有限步之后, 对某个 n 我们有 $\{B_{l_1}, \dots, B_{l_r}\} \cup \Gamma \supseteq \Gamma_n$ 。于是 $\Gamma_n \vdash A$ 并且 $\Gamma_{n+1} \vdash B$ 。即 $B \in Th(\lim \Gamma_n)$, 并且 $F \subseteq E$ 。我们已经证明了 E 是最小的扩充, 所以 $F = E$ 。□

这个定理给出了一个用 δ -单调认识进程构造扩充的方法, 并证明任意扩充都可以这样构造。实际上, δ -单调认识进程与扩充是一一对应的。

推论 5.1 任一闭规范缺省理论必有一单调认识进程。

引理 5.1 缺省理论 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的 δ -认识进

程是非单调的充分必要条件是存在一有穷缺

省集 $\left\{ \frac{A_{l_1}:MB_{l_1}}{B_{l_1}}, \dots, \frac{A_{l_r}:MB_{l_r}}{B_{l_r}} \right\}$ 及一缺

省 $D_m = \frac{A_m:MB_m}{B_m}$, 使得 $\Gamma \vdash \neg B_m$ 不可证,

而 $\Gamma, B_{l_1}, \dots, B_{l_r} \vdash B_m$ 可证。

证明: 根据 δ -认识进程的定义, 非单调性只能出现在子款 (c) 之中, 即对某个 k_n , $\Gamma_n \vdash B_{k_n}$ 是可证的, 并且 $\Gamma \vdash B_{k_n}$ 不可证明。令 $B_m = B_{k_n}$ 。因为 $\Gamma_n \vdash B_m$ 是可证的, 由紧致性, 存在极小序列 $\{l_1, \dots, l_r\}$, 使得 $\Gamma, B_{l_1}, \dots, B_{l_r} \vdash B_m$ 是可证的。□

定理 5.4 缺省理论 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 有一非单调认识进程的充分必要条件是它至少有两个不同的扩充。

证明: $\Rightarrow$ 。假定该理论有一非单调 δ -认识进程。由上述引理, 存在有穷缺省集 $\left\{ \frac{A_{l_1}:MB_{l_1}}{B_{l_1}}, \dots, \frac{A_{l_r}:MB_{l_r}}{B_{l_r}} \right\}$ 和缺省 $\frac{A_m:MB_m}{B_m}$, 使得 $\Gamma \vdash \neg B_m$ 不可证明, 并且 $l_k < m$, $k=1, \dots, r$, $\Gamma, B_{l_1}, \dots, B_{l_r} \vdash B_m$ 可证。我们构造一个 δ -部分递增认识进程 $\{\Gamma_n\}$, 使得 $B_{l_1}, \dots, B_{l_r}$ 在某个 Γ_{l_i} , $1 \leq i \leq r$ 中作为新的前提。我们构造另一个单调的 δ -认识进程 $\{\Theta_n\}$ 包含 B_m 。于是由定理 5.1, 我们有两个不同的扩充。显然它们是不相容的。

$\Leftarrow$ 。令 E 和 F 是两种不同的扩充, $\{\Gamma_n\}$ 和 $\{\Theta_n\}$ 是对应的单调 δ -认识进程。根据 [Reit 80] 中的正交性定理, 必存在 Δ 的缺省 $\frac{A_m:MB_m}{B_m}$ 使得 $A_m \in E$, $B_m \in E$, 并且 $\neg B_m \in F$ 。于是, 对某个 N , $\Theta_N \vdash B_m$ 是可证的。根据定义 5.2 中子款 1-(c), 我们可以构造 $\{\Gamma'_n\}$ 使得 $\Gamma'_n = \Gamma_n$, $n < N$, 并且 Γ_{N+1} 是对 $\neg B_m$ 事实反驳的 R -重构。于是, 我们就得到理论 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的一个非单调 δ -认识进程。□

推论 5.2 如果缺省理论 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 有两个

不同的扩充, 则这两个扩充必不相容。

6 δ -可靠性和 δ -完全性

使用认识进程的概念, 我们还可以进一步证明Reiter的缺省可证概念的可靠性与完全性。

定义6.1缺省证明及 δ -可证 令 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 是一闭规范缺省理论, B 是一闭公式。称由 Δ 的有穷子集构成的有穷序列 $\Delta_1, \dots, \Delta_k (k \geq 1)$ 为 B 关于 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的缺省证明, 如果:

$P_1: \Gamma, \text{Consequents}(\Delta_1) \vdash B,$

$P_2: \text{对 } 1 < i \leq k, \Gamma, \text{Consequents}(\Delta_i) \vdash \text{Conjunction}(\text{Prerequisites}(\Delta_{i-1})),$

$P_3: \Delta_k = 0,$

$P_4: \{\Gamma, \text{Consequents}(\Delta_1), \dots, \text{Consequents}(\Delta_k)\}$ 是一致的。

称 B 关于 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 是 δ -可证的, 如果存在一 B 关于 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的缺省证明。

在上述定义中 $\text{Consequents}(\Delta_i)$ 代表全体包含在 Δ_i 中的缺省的结论组成的集合, $\text{Prerequisites}(\Delta_i)$ 代表全体包含在 Δ_i 中的缺省的先决条件组成的集合, $\text{Conjunction}(X)$ 代表集合 X 中全体公式的合取。

我们不难证明下述引理:

引理6.1 存在 B 关于 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的缺省证明的充分必要条件是:

$V_1: \Gamma, \text{Consequents}(\Delta_1) \vdash B,$

$V_2: \text{对 } 1 < i \leq k, \Gamma, \text{Consequents}(\Delta_i) \vdash \text{Conjunction}(\text{Prerequisites}(\Delta_{i-1})),$

$V_3: \Delta_k = 0,$

$V_4: \{\Gamma, \text{Consequents}(\Delta_1), \dots, \text{Consequents}(\Delta_k)\}$ 是可满足的。

证明: 使用归纳法, 并利用一阶逻辑证明规则的可靠性和完全性质。□

最后, 我们得到:

定理6.1 δ -完全性 闭公式 B 关于 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 是 δ -可证的充分必要条件是存在一 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ 的有穷单调认识进程 $\{\Gamma_1, \dots, \Gamma_n\}$ 使 $\Gamma_n \vdash B$ 。

证明: 从略。

由于认识进程是一模型论概念, 上述定理可以做为 δ -可证性的可靠及完备性定理。

7 相关工作

在认识进程理论[Li 92]发表之后, 我们获知Gärdenfors曾深入研究了知识流问题, 并建立了模拟认识状态的理论[Gär 88]。在他的理论中, 他定义了通过 A 对 Γ 进行展开以及通过 A 对 G 进行修改的概念, 并研究了它们的性质。为了定义修改, 他引入了信息经济原理, 用这个原理可以独立地建立理想事实反驳。

使用认识过程理论, 通过 A 对 Γ 进行展开的相应模型论概念就是 Γ 对于新前提 A 的 N -重构(当然在他的理论中, A 可以是 Γ 的语义结论); 通过 A 对 G 进行修改的相应模型论概念是 Γ 对事实拒绝 A 的 R -重构。Gärdenfors的理论与我们的主要差别如下:

1. Gärdenfors是在命题逻辑下研究上述概念的, 并且给出的是证明论定义。相比之下, 我们是在一阶逻辑中研究这些概念, 并且同时给出了这些概念的证明论定义和模型论定义。

2. Gärdenfors建立了关于信念集展开和修改的形式理论, 而我们建立的是关于假设(或信念集, 形式理论)序列的理论。

3. 我们得到的一些结果是Gärdenfors的理论所没有的, 例如, 我们引入了认识进程及其极限的概念, 定义了建立认识进程的过程, 它可以逼近经验模型, 并且证明了极限定理(定理3.1), 它是关于展开和修改的完全性定理。这条极限定理说明, Gärdenfors理论中的唯一修改是不必要的。

需要指出, 关于认识进程的研究还仅仅是开始, 许多工作有待进一步完成。例如, 在人类实践活动中, 当事实反驳出现时, 存在多种方式重构假设。比如, 我们可以通过选取其它概念或替换形式语言甚或改变思考模式来重构假设。在本文中, 我们只给出了一种简单的解决方法。另外, 关于重构的计算性质值得进一步研究。最后, 认识进程理论也有多种潜在的应用, 例如机器学习, 需求分析和规范开发, 知识库维护和诊断技术。

致谢 王驹博士认真地阅读了本文并进行了有益的讨论, 作者对此深表感谢。另外, 作者感谢Erik Sandewall和Jörgen Nilsson向作者介绍了Peter Gärdenfors的工作。(参考文献略)