33—38　程序设计　模糊逻辑

(6)

计算机科学1993 Vol.20 No.2

模糊逻辑程序设计基础

TP311.11

(国家智能计算机研究开发中心)
刘东波
(中国电子设备系统工程公司研究所　北京100039)

摘　要

By means of reviewing the development of logic, in this paper, some shortcomings in the classical mathematical logic are pointed out, the philosophical basis of fuzzy logic is discussed, and a formalized fuzzy Horn clause logic is introduced. We associate with each Horn clause an implication strength $f\in(0,1]$, to obtain the fuzzy Horn clauses and their Herbrand interpretations—fuzzy subsets of the Herbrand base. Finally we present an approach to generalizing and sublating the syntax and the semantics of Horn clause logic to establish the theoretical basis of fuzzy logic programming.

一、精确逻辑及其局限性

在远古时期，人类根本就不懂得什么是精确思维，随着数和形等概念的产生，人们才逐渐学会使用精确方法进行数学计算和逻辑推理，这是人类认识能力的一大飞跃。

公元前四世纪，亚里斯多德集前人之大成，构成了第一个(初级的)演绎推理公理系统，建立了较为完整的古典形式逻辑体系。十七世纪末叶，莱布尼兹倡导以"通用符号语言"改革传统逻辑，他提出的逻辑演算思想对现代形式逻辑的形成具有极其重要的意义。数理逻辑的发展是从十九世纪的布尔和德·摩尔根才真正开始的，布尔建立了逻辑代数体系，德·摩尔根提出了关系逻辑理论。后来弗雷格和罗素等人相继建立了命题演算和谓词演算系统，使经典逻辑的发展进入了崭新的形式化阶段。

经典逻辑和精确数学的成功推动了精确科学的迅速发展，但也造成了人类对"精确"的顶礼膜拜。人们以为精确总是好的，科学理论和方法必定是精确的，模糊理论和方法一概是非科学或前科学的。在相当长的历史时期，这种对"精确"的崇拜和对"模糊"的否定被当作一个不言而喻的真理，从未受到人们的怀疑。

现代科学技术的发展面临着各门学科普遍要求逻辑的形式化与逻辑学发展现状之间的尖锐矛盾。富有批判精神的学者开始意识到，以二值逻辑为基础的精确理论和方法是适应经典力学和经典物理学等"精确科学"的需要而发展起来的，不可能不带有这些学科固有的局限性。传统逻辑首先要求概念是明确的，而在现实世界，尤其是人文社会科学中的许多概念是没有明确类属边界的，由此而涉及到的判断和推理也往往具有似然性，所以需要引入新的理论和方法。

二、对现代数理逻辑的再认识

时至今日，数理逻辑已经取得了辉煌的成就，它不仅是电子计算机诞生的基础，还直接用于逻辑程序设计。不过，从莱布尼兹算起，数理逻辑的发展只有三百多年的历史，而亚里斯多德创立的古典形式逻辑却已经历了两千多年的发展过程。

众所周知，古典形式逻辑最主要的研究对象是逻辑蕴涵—命题之间的充分条件关系。古典逻辑推理规则要求前提必须是结论的充分条件，这不仅符合人类从已知世界进入未知世界的逻辑思维规律，

刘东波　硕士，研究领域：人工智能、数据库、常识　理和模糊逻辑等。

还从根本上杜绝了"循环论证"。

逻辑学和数学发展史表明：逻辑向形式科学发展的历史和数学公理化、形式化的进程几乎是同步进行的。数学的形式化需要大量借助逻辑学已经取得的成就，同时它又以自己的成果哺育逻辑的形式化，两者相辅相成，交织共生。

哲学的批判精神促使许多逻辑学家对"神圣"的数理逻辑投以新的一瞥，从而产生了当代一系列的"非经典逻辑"。作者也试图越过狭隘的普通常识从一个更广、更深的角度来重新审视这门经典学科。

直到现在，弗雷格原理（复合命题的真值完全取决于它的支命题的真值，是它的支命题之真值的一个函数）依然是数理逻辑的支柱之一，而恰恰是这一基本原理使数理逻辑与古典形式逻辑具有原则的区别。不难发现，逻辑的充分条件关系并不是真值函数关系，与之相对应的真值表也缺乏充分的客观根据。条件命题的真假判断并不取决于其前、后件的真假，而仅仅取决于它们之间是否存在充分条件关系。事实上，条件命题的真假必须在独立于其前、后件真假的情况下加以确认。只有这样，才能保证从已知前件推出未知后件。其实，即便我们已经分别知道命题P和Q的真假情况，也不能由此确定P和Q之间有无充分条件关系。遗憾的是，数理逻辑正是以这种方式确定蕴涵式（条件命题）的真假的。

由于逻辑与数学的交织共生，使得数理逻辑比较全面地贯彻了数学的原理和方法，它能够象数学那样进行严格精密的演算。然而，也正是因为这种交织共生，使得数理逻辑丢弃了推理过程中命题之间关系的非数学逻辑含义，这就从本质上违背了古典形式逻辑要求推理的结论对前提来说必须是新知的正确主导思想。由此可见，以现有数理逻辑为工具不可能从根本上模拟人类普通逻辑思维机制。这大概是人工智能的"符号主义"发展受阻的重要原因之一。

五、精确与模糊性

经典二值逻辑只适用于研究精确事物和现象。如果用这种"非此即彼"的逻辑来处理模糊对象，首先就要求将处理对象精化，舍弃对象固有的模糊性，在本来没有明晰界限的对象之间人为地划定界限，变模糊数量关系为清晰数量关系。然而，人为地划定界限是对本来相互联系着的事物性质的一种歪曲，特别是在界限附近，这种描述的失真性更为明显。当研究的对象相当复杂时，这种处理方法就根本不适用了。罗素早在1923年就指出：传统逻辑都习惯于假定使用的是精确符号，因此，它不适用于尘世生活，而仅仅适用于想象中的天体存在物。

科学的方法首先应当是有意义的，事实表明，人类认识一旦进入层次复杂的对象，就不得不借助简化和抽象的手段来达到认识精确的目的，而这样做可能导致更不精确的结果。这就是说，把复杂的模糊事物人为地精确化，势必降低所用方法的有意义性。模糊集合论创始人查德赫将复杂性与精确性之间的矛盾概括为不相容原理：当系统的复杂性增大时，我们对系统特性的精确而有意义的描述能力将相应降低，在达到一定的阈值时，精确性和有意义性将相互排斥。

人类思维活动有两个显著的特点，一是通过直觉与严密性的有机结合，可以进行整体的、多方位的思考，因而往往具有模糊性；二是其推理过程具有逻辑有序的特征，因而又应该是形式化的。以现代数理逻辑为基础的计算机科学在对精确问题的形式化方面取得了史无前例的成果，但对模糊事物的处理就显得无能为力了。现代科学形式化的困难，终于把人们从片面追求精确思维的梦幻中唤醒。

多值逻辑否定了真值的两极性，在一定程度上承认了真值的中介过渡性。但是，多值逻辑局限于用穷举中介的方法承认过渡性，把中介看成彼此独立、界限分明的对象，不承认不同中介之间的相互渗透。因此，多值逻辑本质上仍然是一种精确逻辑，它也不可能从本质上把握模糊性。

我们讨论的模糊性不是一个美学概念。模糊性是指事物在性态和类属方面的亦此亦彼性，即中介过渡性。辩证法讲的亦此亦彼性包括两层含义。（1）两极对立的不充分性：一切两极对立都有中介，对立的两极通过中介而相互联系、相互转化，但在不同的两极对立中，这种中介过渡性又有区别。对于中介不明显的两极对立，略去中介，在非此即彼的意义上考察两极对立是可以的。但在模糊事物中，对立的两极相互渗透、相互贯通，从一极到另一极之间呈现出一系列中介过渡状态。从两极来看，一切中介都表现出亦此亦彼的性态，无论以哪一极的性态作为分类标准，这些中介的类属都是不明晰的。（2）自身同一的相对性：任何具体的同一性都是相对的，其中包含着差异和变化，因而呈现出一定的不确定性。对于明晰事物，同一中包含的差异很小，可以忽略；对于模糊事物，就要通过研究这种差异和变化来把握事物自身的同一性。

辩证法认为，不同质的矛盾只有用不同质的方

法才能得到解决。一般说来，人文社会系统和机械系统、模糊逻辑关系和精确逻辑关系之间有很大差别，需要创造新的理论和方法，以适应科学技术发展的需要。

在这种情况下，曾出现过一些实用近似推理方法，如可信度方法、贝叶斯方法和证据推理方法等。然而，从本质上说，这些都是概率方法。我们知道，概率论是研究随机性的，而随机性把握的仅仅是事物出现条件的不确定性，还没有达到对人类思维机制中最本质的不确定性——模糊性的把握。

逻辑学家对模糊性的研究始于罗素和布莱克，但他们没有提出新的逻辑理论。1966年，马里诺斯在内部研究报告中首先提出了模糊逻辑的概念。1969年，戈冈研究了不精确概念的逻辑问题。在此以后，查德赫又提出了模糊限制词、语言变量、语言真值和近似推理等重要概念，并建立了模糊语言逻辑。这种逻辑基本上使用语义进行推演，它的合理性主要由语义规定的无矛盾性来保证，但这种逻辑体系的形式化问题尚未解决，更无从讨论其完备性。

从七十年代开始，吉尔斯和李(R.C.T.Lee)等人先后提出了形式化的模糊逻辑系统。但这些系统都是对一阶谓词逻辑的直接推广，不可避免地继承和加深了数理逻辑的先天缺陷——它们依旧把模糊逻辑蕴涵处理成真值函数关系。

四、模糊Horn子句逻辑

传统逻辑程序设计采用的是一阶谓词逻辑的Horn子句集合。基于查德赫的模糊集合论，并结合古典形式逻辑的主导思想，本节将对Horn子句逻辑进行合理的拓展和扬弃。

1. 模糊Horn子句逻辑的语法

传统Horn子句是形如

$$A\leftarrow B_1\wedge B_2\wedge\cdots\wedge B_n \quad (n\geqslant 0)$$

的公式。该公式无法表达前提与结论之间的模糊蕴涵关系，所以它在模糊逻辑中失去了普遍有效性。本文把模糊Horn子句(简称f-Horn子句)定义为如下公式：

$$A\leftarrow(f)—B_1\wedge B_2\wedge\cdots\wedge B_n \quad (n\geqslant 0)$$

它也具有前提和结论，区别主要是增加了蕴涵强度$f\in(0,1]$。假设每个前提B_i的真值为$\tau(B_i)$，$i=1,2,\cdots,n$，所有这些前提的真值积累为τ。当$n>0$时，$\tau=\min\{\tau(B_i)|i=1,2,\cdots,n\}$；当$n=0$时，令$\tau=1$；于是，结论A的真值$\tau(A)=f\bigstar\tau$。这里★是一个被称为"软乘"的模糊蕴涵算子，在许多应用场合，★可以定义为普通算术乘×。为讨论方便，本文不妨把模糊蕴涵算子★定义为算术乘×。

在极限情况下，即当$f=1$，且A，B_1，B_2，…，B_n的真值仅取0或1时，f-Horn子句就与传统Horn子句一致了。当然，在两种不同情况下，真值的概念是有本质差异的。f-Horn子句逻辑的真值$\tau\in[0,1]$，而Horn子句逻辑的真值$\tau'\in\{0,1\}$。

2. 模糊Horn子句逻辑的说明性语义

本节将从模型论观点出发，对基于Horn子句的逻辑推理语义进行推广，旨在建立f-Horn子句逻辑的形式化说明性语义。

定义4.1 项可以递归定义如下：

(1) 变量、常量是项；

(2) 若f是n元函数符号，t_1，t_2，…，t_n是项，则$f(t_1,t_2,\cdots,t_n)$也是项；

(3) 所有的项只能从(1)和(2)得到。

定义4.2 若P是n元谓词符号，$t_1,t_2,\cdots,t_n$是项，则$f(t_1,t_2,\cdots,t_n)$是原子。

定义4.3 不含变量的项称为基础项；不含变量的原子称为基础原子。

定义4.4 令Γ是f-Horn子句集合，Γ中全体基础项的集合U_Γ称为Γ的Herbrand通域，简称H-通域；Γ中全体基础原子的集合B_Γ称为Γ的Herbrand基，简称H-基。

定义4.5 令Γ为f-Horn子句集合，U_Γ为Γ的H-通域，I为Γ在U_Γ上的解释，I称为Γ的Herbrand解释(简称H-解释)，若它满足下述条件：

(1) I把Γ中的所有常量映射到它们自身；

(2) 令f为n元函数符号，$t_1,t_2,\cdots,t_n\in U_\Gamma$，I为$f(t_1,t_2,\cdots,t_n)$赋予一个值$u\in U_\Gamma$，即对任意的n元函数f：$U_\Gamma{}^n\rightarrow U_\Gamma$，$f(t_1,t_2,\cdots,t_n)=u$；

(3) I把Γ中出现的每个n元谓词映射到闭区间[0,1]，即如果P是Γ中出现的n元谓词

符号，$t_1, t_2, \cdots, t_n \in U_\Gamma$，则$P(t_1, t_2, \cdots, t_n)$被赋予真值$\tau \in [0, 1]$。

对于f-Horn子句集合Γ，其H-解释可以定义为映射$B_\Gamma \to [0,1]$。此时，H-解释被视为B_Γ上的模糊子集。下面我们来看对于给定的f-Horn子句集合Γ及其解释I，怎样判别Γ成立与否。

定义4.6 对于f-Horn子句集合Γ及其解释I，

（1） Γ在解释I下成立当且仅当Γ中的每个子句在I下均成立；（2） Γ中的子句C在解释I下成立，当且仅当C的每个基础特例在I下均成立；（3） 子句C的基础特例$A \leftarrow (f) — B_1 \wedge B_2 \wedge \cdots \wedge B_n$在解释I下成立，当且仅当$\mu_I(A) \geq f \bigstar \min\{\mu_I(B_i) \mid i=1,2,\cdots,n\}$。

这里，我们约定$\min\phi=1$。该定义的(1)，(2) 两部分与传统Horn子句逻辑一样。当$f=1$，且$\mu_I(B_i) \in \{0,1\}$，$i=1, 2, \cdots, n$时，(3)也就变成了Horn子句的情况。由此看来，Horn子句的情况是它的特例。

定义4.7 对于f-Horn子句集合Γ及其H-解释I，如果Γ在解释I下成立，则称I为Γ的H-模型。

定义4.8 对于任意的f-Horn子句集合Γ(其H-基为B_Γ)，任意的$A \in B_\Gamma$，以及任意的$f \in (0,1]$，$\Gamma \models \{A \leftarrow (f) —\}$当且仅当Γ的每个H-模型都使其右边成立。

注意，“$\models$”的含义是在H-模型中成立，而不是在所有模型中成立。对于f-Horn子句集合Γ，显然有：对任意f，$f' \in (0, 1]$，如果$f \geq f'$，则$\Gamma \models \{A \leftarrow (f) —\}$蕴涵$\Gamma \models \{A \leftarrow (f') —\}$。

令M(Γ)表示f-Horn子句集合Γ的所有H-模型的集合，按照查德赫模糊集合论中求交集的定义，我们可以得到Γ的最小H-模型$\cap M(\Gamma)$。

定理4.1 令f-Horn子句集合Γ所有H-模型的交集为$\cap M(\Gamma)$，则

$$\mu_{\cap M(\Gamma)}(A) = \sup\{f \mid \Gamma \models \{A \leftarrow (f) —\}\},$$

其中sup是最小上界。

证明：从略

下面是f-Horn子句集合Γ的不动点语义。

定义4.9 设B_Γ是f-Horn子句集合Γ的H-基，任给$A \in B_\Gamma$有

$$_{T(I)}(A) = \sup\{f \bigstar \min\{\mu_I(B_i) \mid i=1, 2, \cdots, n\} \mid A \leftarrow (f) — B_1 \wedge B_2 \wedge \cdots \wedge B_n \text{是}\Gamma\text{中某子句的基础特例}\}。$$

定义4.10 设B_Γ是f-Horn子句集合Γ的H-基，对于Γ的任意两个H-解释I_1和I_2有，$_1 \subseteq I_2$当且仅当对于所有的$A \in B_\Gamma$，$\mu_{I_1}(A) \leq \mu_{I_2}(A)$。

定义4.11 设I_1和I_2是f-Horn子句集合Γ的任意两个H-解释，则$I_1 = I_2$当且仅当$I_1 \subseteq I_2$且$I_2 \subseteq I_1$。

定理4.2 对于任意的f-Horn子句集合Γ，T是单调函数。

证明：从略

定义4.12 令I是f-Horn子句集合Γ的解释，如果$T(I)=I$，则称I是T的一个不动点。若对T的任意不动点J有$I \subseteq J$，则称I是T的最小不动点，记为$I_{fP}(T)$。

推论4.1 对于任意的f-Horn子句集合Γ，T的单调性确保存在T的最小不动点，且$I_{fP}(T) = \cap\{I \mid T(I)=I\} = \cap\{I \mid T(I) \subseteq I\}$。

下面的定理建立了模型与不动点之间的联系。

定理4.3 对于任意的f-Horn子句集合Γ，以及Γ的任意H-解释I，$I \in M(\Gamma)$当且仅当$T(I) \subseteq I$。

证明：从略

定理4.4 对于任意的f-Horn子句集合Γ，有$\cap M(\Gamma) = I_{fP}(T)$。

证明：从略

定理4.5 对于任意f-Horn子句集合Γ，映射T是连续函数，即对于Γ的全部H-解释序列$I_1 \subseteq I_2 \subseteq \cdots$，有$\cup\{T(I_j) \mid j \in N\} = T(\cup\{I_j \mid j \in N\})$。

证明：从略

由定理4.5很容易证明T的如下重要性

质。

定理4.6 设B_{Γ}是f-Horn子句集合Γ的H-基，$I_{f\Gamma}(T)=\cup\{T^{n}(\phi)|n\in N\}$，其中N是自然数集合，φ是一个特殊的解释，使得任给$A\in B_{\Gamma}$，$\mu_{\phi}(A)=0$。

下面的引理是正确性和完备性定理的基础。

引理4.1 设B_{Γ}是f-Horn子句有限集合Γ的H-基，任给$A\in B_{\Gamma}$，以及任给实数$\varepsilon>0$，$\{\mu_{T^{n}(\phi)}(A)|\ n\in N且\mu_{T^{n}(\phi)}(A)\geqslant\varepsilon\}$是有限的。

证明：从略

定理4.7 设B_{Γ}是f-Horn子句有限集Γ的H-基，任给$A\in B_{\Gamma}$，存在一个$n\in N$，使得：$\mu_{\cap M(\Gamma)}(A)=\mu_{T^{n}(\phi)}(A)$。

证明：从略

3、模糊Horn子句逻辑的过程性语义

本节将对基于f-Horn子句的自动证明过程进行简明而严格的描述，并且利用前面的说明性语义成果来证明结论的合理性。基于f-Horn子句的证明过程也是对与/或树的搜索。

定义4.12 设初始原子为G，f-Horn子句集合Γ的与/或树定义如下：

(1) 有两种结点：与结点和或结点；

(2) 每个或结点由单个原子公式来标记；

(3) 每个与结点由一个Γ中的子句和一个合一取代来标记；

(4) 每个或结点的后代都是与结点；反之，每个与结点的后代都是或结点；

(5) 根结点是一个由初始化原子G标记的或结点；

(6) 对于Γ中标记或结点的每个子句R，如果它的左边与原子公式A(用最一般的合一取代θ)合一，则该或结点有一个由R和θ标记的与结点后代；没有后代的或结点称为失败结点；

(7) 对于任意的原子公式B，如果它位于某个标记与结点的子句的右边，则存在一个用B标记的后代或结点；没有后代的与结点称为成功结点；

(8) 每个结点都对应一个(0,1]区间的实数，并称之为结点的值；成功结点的值就是标记该结点的子句的蕴涵强度f；非终止与结点的值是f★m，其中m是它诸后代的值当中最小的一个，而f就是标记该与结点的子句的蕴涵强度；失败结点的值是0；非终止或结点的值是它诸后代的值当中最大的一个。

定义4.13 证明树是定义如下的与/或树的子树：

(1) 证明树的根结点是对应与/或树的根结点；

(2) 证明树的或结点也出现在对应的与/或树中，并且在证明树中该或结点只有一个后代结点，而它在对应的与/或树中也是所述或结点的后代之一；

(3) 证明树中的与结点也出现在对应的与/或树中，并且证明树中与结点的全部后代在对应的与/或树中也是相同的；

(4) 证明树中所有的终止结点都是成功结点；

(5) 证明树的每一个结点也对应一个(0,1]区间的实数，并称为该结点的值(赋值方法同与/或树)。

对于传统Horn子句逻辑，(SLD归结)证明过程的正确性(可靠性)用最基本的形式来叙述就是：如果证明$A\in B_{\Gamma}$，则$A\in\cap M(\Gamma)$。这里，B_{Γ}和$\cap M(\Gamma)$分别是Horn子句集合Γ的H-基和最小模型。其实我们可以换一种方式来表述证明过程的正确性：证明过程的结果(真值度)决不会比它在最小模型$\cap M(\Gamma)$中的真值更大。于是我们得到了模糊Horn子句逻辑(在有限与/或树条件下)证明过程的正确性定理。

定理4.8 设f-Horn子句集合Γ对应一棵有限的与/或树，且Γ的H-基为B_{Γ}，任给$A\in B_{\Gamma}$，则以A为根的与/或证明树根结点的值μ不大于$\mu_{\cap M(\Gamma)}(A)$。

证明：从略

下面的定理是关于证明过程完备性的描述。

定理4.2 设f-Horn子句集合Γ对应一棵有限的与/或树，且Γ的H-基为$B_Γ$，任给$A \in B_Γ$，则以A为根的与/或证明树根结点的值μ至少是$\mu_{\cap M(\Gamma)}(A)$。

证明： 从略

我们把f-Horn子句的有限集合视为模糊逻辑程序。它是由f-目标语句启动的。通过使用f-Horn子句，可以不断从旧的f-目标派生出新的f-目标语句，以此来推进程序的运算过程。假设有f-目标语句

$$\leftarrow(f_1)—A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \quad (n \geqslant 1)$$

不失一般性，不妨先证明子问题$\leftarrow(f_1)—A_1$。

现在假设Γ中存在f-Horn子句

$$A \leftarrow (f_2)—B_1 \wedge B_2 \wedge \cdots \wedge B_m \quad (m \geqslant 0)$$

使得A_1和A匹配，即$f_1 \leqslant f_2$，且A_1和A存在最一般的合一取代θ可以派生出新的f-目标语句：

$$\leftarrow(f_1')—(B_1 \wedge B_2 \wedge \cdots \wedge B_m \wedge A_2 \wedge \cdots A_n)\theta$$

其中，$f_1' = f_1/f_2$。

对上述f-目标语句重新使用上述派生方法，直到导致对□的派生便成功地终止了运算(□是由形如$\leftarrow(f_1)—A$和$A\leftarrow(f_2)—$，且$f_1 > f_2$的一对f-Horn子句导出的)。

例4.1 假设有如下f-Horn子句集合，其中m和S均为常量：

$A(X,Y)\leftarrow(0.9)—B(X)\wedge C(Y)$. R_1

$A(X,Y)\leftarrow(0.5)—B(X)\wedge D(Y)$. R_2

$B(m)\leftarrow(0.3)—$. R_3

$C(X)\leftarrow(0.7)—E(X)$. R_4

$D(S)\leftarrow(1)—$. R_5

$E(S)\leftarrow(0.4)—$. R_6

以及

f-目标：$\leftarrow(f)—A(m,s)$.

其求解过程如下：

①f-目标与R_1匹配，则X=m，Y=s，且导出如下子目标：

(a) $\leftarrow(f/0.9)—B(m)$.

(b) $\leftarrow(f/0.9)—C(s)$.

子目标(a)与R_3匹配，则有$f/0.9=0.3$，于是$f_1=0.27$。子目标(b)与R_4匹配，则X=s，且导出子目标：

(a′) $\leftarrow(f/0.63)—E(s)$.

它与R_6匹配，则有$f/0.63=0.4$，于是$f_2=0.25$。由最小—最大原则：$f'=\min\{f_1, f_2\}=\min\{0.27, 0.25\}=0.25$。控制返回f-目标。

②f-目标与R_2匹配，则X=m，Y=s，且导出如下子目标：

(a) $\leftarrow(f/0.5)—B(m)$.

(b) $\leftarrow(f/0.5)—D(s)$.

子目标(a)与R_3匹配，则有$f/0.5=0.3$，于是$f_1=0.15$。子目标(b)与R_5匹配，则有$f/0.5=1$，于是$f_2=0.5$。由最小—最大原则：$f''=\min\{f_1, f_2\}=\min\{0.15, 0.5\}=0.15$。控制返回f-目标。

其余的子句均不能与该f-目标匹配，故由最小—最大原则：$f=\max\{f', f''\}=\max\{0.25, 0.15\}=0.25$。

五、结束语

为了建立模糊逻辑程序设计的理论基础，本文分别从模型论、不动点理论和证明论的观点出发，研究了模糊Horn子句逻辑的形式语义。

模糊Horn子句逻辑吸收并发展了古典形式逻辑深刻正确的主导思想和现代数理逻辑严格缜密的数学手段，它承认不同的中介真值没有明晰的界限，表现了不同中介相互贯通的特征，是一个形式化的模糊逻辑系统。需要指出的是，本文涉及的理论要求与/或树是有限的，因为max-min原则通常只适用于有限树。(参考文献略)