

基于神经网络的关系模式匹配方法*

丁德恒 (中山大学计算机科学系, 广州510275)

吕维雷 (浙江大学科仪系, 杭州310027)

TP391.4

摘要

Relation Matching is one of the key techniques in pattern recognition theory. In this paper, the Discrete Hopfield Model of neural network is applied to solving relation matching problem (RMB). How to formalize the RMB to neural network solvable form is discussed, and the deriving method of energy function in neural network oriented to RMB is presented on emphasis, at last the examples of simulating caculation are shown.

一、引言

关系模式匹配 (Pattern Matching Based on Relation) 在图象理解、目标跟踪、智能推理和计算机视觉等方面有着广泛的应用, 是模式识别理论中的关键技术之一。其主要思想是, 通过利用模式中元素间的某些关系, 来求解两个模式对应与否。Shapiro 等人已采用关系模式匹配有效的进行图象的三维识别^[1]。但正如 Pavlids 所指出的, 关系模式匹配问题与图同构或子图同构问题等价^[2]。而同构问题的计算复杂性与问题的规模成指数关系。尽管不少学者为此做了大量改进工作, 如利用各种先验知识来约束求解过程, 以提高算法效率, 但其计算复杂性仍难以满足实时要求。另外, 当模式数据中噪声干扰或局部畸变较强时, 现有算法更显得无能为力。

但是, 利用人工神经网络求解约束满足问题时, 跳出了传统 AI 中搜索算法的基本思想, 其本质是将约束满足问题的解转换成神经网络动力学系统的平衡状态, 而将优化准

则表示成该动力学系统的能量函数。由于系统的演化过程是分布式并行的, 故求解速度快。每个平衡状态均有一定大小的吸引域, 使得系统具有较强的抗干扰能力。

为了便于下面的讨论, 先对离散 Hopfield 模型作一简单介绍。

二、离散 Hopfield 模型

设 Hopfield 离散网络有 n 个节点 (神经元), 第 j 个节点与第 i 节点的联结强度为 T_{ij} , 第 i 个节点的偏置为 I_i , 则第 i 个节点的总输入 U_i 为:

$$U_i = \sum_{j=1}^n T_{ij} V_j - I_i \quad (1)$$

其中 $T_{ii} = 0$, $T_{ij} = T_{ji}$, V_j 是各节点的输出, 且

$$V_j = g(U_j) \quad (2)$$

$g(\cdot)$ 是如下定义的阈值函数

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

网络的稳态输出应是使下式所表示的能量函数 E 达到最小的状态^[3]:

*) 本文工作受国家高技术计划资助

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} V_{ij} - \sum_{i=1}^n I_i V_i \quad (4)$$

三、关系模式匹配的形式化描述

设有两个模式A、B。A、B中元素间的二元关系分别用R、S表示，即 $R \subseteq A \times A$ ， $S \subseteq B \times B$ 。如图1所示的两个模式(a)、(b)，若以“面”作为模式的组成元素，则分别有 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ 。考虑“面”之间的“连接”关系则有 $R_1 = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (3, 4)\}$ ； $S_1 = \{(1, 2), (2, 3)\}$ 。考虑“面”之间的“平行”关系则有 $R_2 = \{(2, 4), (1, 3)\}$ ； $S_2 = \{1, 3\}$

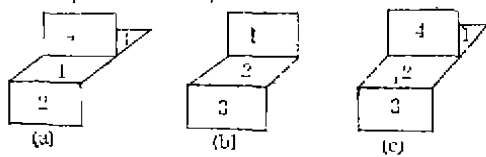


图1 关系模式匹配之例

设B到A的一对一映射为 $f: B \rightarrow A$ ，则可以用(5)式表示模式A、B的结构差异。

$$E(f) = \sum_i E^i(f) \quad (5)$$

$$E^i(f) = |S_i \circ f - R_i| + |R_i \circ f^{-1} - S_i| \quad (6)$$

其中 $S \circ f = \{(a_1, a_2) | a_1 = f(b_1) \wedge a_2 = f(b_2) \wedge (b_1, b_2) \in S\}$;

f^{-1} 是 f 的逆映射； $|R - S|$ 表示集合 $R - S$ 的元素个数，且 $R - S = \{(a, b) | (a, b) \in R \wedge (a, b) \notin S \wedge (b, a) \notin S\}$ 。

图1(a)、(b)两模式之间因元素个数不一致，所以不存在一对一映射，在通常的应用领域当即可判断它们是不匹配的。但是，在计算机视觉等领域，由于视点的变化会形成畸变模式，为了得到最优匹配，可以形式上添加一个元素，使其元素个数一致。

有了两个模式结构差异的衡量值 $E(f)$ 后，关系模式匹配问题就是求一个映射函数 f ，使得 $E(f)$ 最小。称最小的 $E(f)$ 为关系距离D。

$$D = \min_f E(f) \quad (7)$$

从而关系模式匹配问题转化为求(7)式的最优化问题，可利用神经网络求解。

四、能量函数推导

设模式中的元素数为 m ，则可以用一个 $m \times m$ 的方阵 $V_{m \times m}$ 表示匹配映射 f ，矩阵 V 的元素如下定义：

$$V(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{如果 } f: i \rightarrow j \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

每一矩阵元素对应于一个神经元，故可用具有 $m \times m$ 个神经元的对称联接的反馈网络来求解关系模式匹配问题。其能量函数的推导如下。

模式中元素间的关系R、S分别用矩阵 R_m 和 S_m 表示，均为 $m \times m$ 的方阵。

$$R_m(i, j) = \begin{cases} 1 & (i, j) \in R \\ V(j, i) \in R \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

$$S_m(i, j) = \begin{cases} 1 & (i, j) \in S \\ V(j, i) \in S \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

很容易证明， $R_m V - V S_m$ 的各元素的平方和是 $E^m(f)$ 的2倍，故使 $E^m(f)$ 最小和使 $R_m V - V S_m$ 的元素平方和最小，对映射 f 来说是等价的，所以在神经网络系统的能量函数中我们引入以下项目

$$\sum_{a,b} \left(\sum_i \sum_j \left(\sum_k R_m(a, b) * V(b, d) - \sum_k V(a, b) * S_m(b, d) \right)^2 \right)$$

为了保证矩阵 $V_{m \times m}$ 的各行与各列的元素之和为1（是一一对一映射），应有如下约束项：

$$A \left(\sum_a \left(1 - \sum_b V(a, b) \right)^2 \right) + \sum_b \left(1 - \sum_a V(a, b) \right)^2$$

另外，为了确保各神经元的稳定输出只取0和1二值，还应加上以下约束项：

$$\sum_a \sum_b \left(\sum_d R_m^2(d, a) + \sum_c S_m^2(b, c) + 2A V(a, b)(V(a, b) - 1) \right)$$

其中常数A是一个项间平衡系数。

综合以上三项，我们有关系模式匹配问题的能量函数表达式E：

$$\begin{aligned}
 E = & \sum_n \left(\sum_{a,b} \sum_d \left(\sum_m R_m(a,b) * V(b,d) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sum_b V(a,b) * S_m(b,d) \right)^2 \right. \\
 & \left. + A \left(\sum_a (1 - \sum_b V(a,b))^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_b (1 - \sum_a V(a,b))^2 \right) \right. \\
 & \left. + \sum_a \sum_b \left(\sum_m \sum_d R_m^2(d,a) + \sum_m \sum_c \right. \right. \\
 & \left. \left. S_m^2(b,c) + 2A \right) V(a,b) (V(a,b) - 1) \right. \\
 & \left. \dots \dots (11) \right)
 \end{aligned}$$

将(11)式与(4)式比较, 可得到各神经元之间的联接权 $T_{(a,b)(c,d)}$ 以及各神经元的偏置 $I_{(a,b)c}$

$$\begin{aligned}
 I_{(a,b)c} = & \sum_m \sum_d R_m^2(d,a) \\
 & - \sum_m \sum_c S_m^2(b,c) - 2A \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$T_{(a,b)(c,d)} = \begin{cases} 0 & a=c \wedge b=d \\ T_{1(a,b)(c,d)} + T_{2(a,b)(c,d)} & \\ + T_{3(a,b)(c,d)} & \text{其它} \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$T_{1(a,b)(c,d)} = \begin{cases} - \sum_m \sum_d 2R_m(d,a) \cdot \\ R_m(d,c) - 2A & b=d \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$T_{2(a,b)(c,d)} = \begin{cases} - \sum_m \sum_c 2S_m(b,c) \cdot \\ S_m(d,c) - 2A & a=c \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$T_{3(a,b)(c,d)} = 2 \sum_m R_m(c,a) S_m(d,b)$$

根据(12), (13)式可以确定相应的神经网络的参数, 即建立了求解相应关系模式匹配问题的神经网络。

五、实验及其分析

以图1(a)的模式作为标准模式构成 4×4 个神经元的网络, 将图1(b)、(c)的模式作为输入模式, 用计算机模拟其匹配过程。

模式(a)与(c)匹配时能量函数的变化如图2所示, 其中(a)是采用基本Hopfield算法

的模拟结果, 此时网络的稳定状态受(11)式中平衡因子A的影响, 呈不同的状态, 达到全局极小而不陷入局部极小的A的取值范围很小。图2(b)是利用模拟退火算法计算的结果, 此时A的取值范围较大也能达到全局极小解。

下面对算法的复杂性进行简要分析。设模式的元素数为n, 则要 n^2 个神经元, n^4 个联接权。由(12), (13)式知偏置与联接权的计算量为 $O(n^4)$, 系统演化时, 每次迭代的计算量也为 $O(n^4)$ (其有 n^4 个联接权)。所以整个算法的计算复杂性为 $O(n^4)$ 。模式的元素数越多, 神经网络的求解方法较之传统的基于搜索的方法越有效。

本文利用神经网络方法求解关系模式匹配问题, 给出了描述两个模式之间结构差异的表达式, 并给出了面向关系模式匹配问题的神经网络参数和能量函数的推导方法。模拟计算结果表明了其有效性。

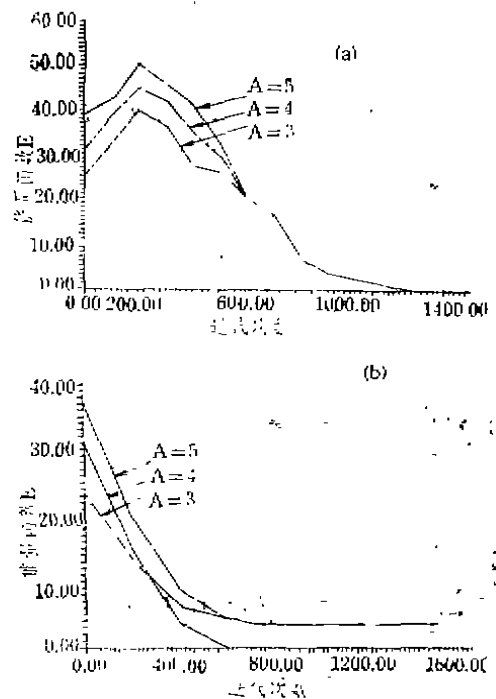


图2 能量函数变化曲线

(下转28页)

$$f(x+1) = 2x + f(x) + 1。$$

例2 待发现函数 $f(x)$ 的数据如表3(略),
 $R=1, H=\{1/x\}$ 。

步骤1: $|r| < 1$, 转步骤2;

步骤2: $r_B < 1$

步骤3: $r_A = 1$;

步骤4: $E = r_A'$, f_1 的数据如表4(略);
 转步骤1,

步骤1: $f_1(x) = x/2$, 因此 $f(x) = h_1(f_1(x)) = 2/x$ 。

五、结论

在利用统计信息作为启发式信息和应用递归函数理论作为理论基础的前提下, 作者在本文中提出的机器发现的新方法, 通过分解和变换来发现函数。启发式信息使得发现算法更有效, 分解提高了发现能力和效率。另外, 此方法由于以递归函数理论为基础, 具有结构性特点, 并便于计算机实现。

参考文献

- [1] Byrkit, Donald R. (1987), *Statistics Today, A Comprehensive Introduction*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.
- [2] Falkenhailer, B.G. et al. (1988), *Integrating Quantitative and Qualitative Discovery: The ABACUS System*, *Machine Learning*, 1, 367—401
- [3] Kleene, S.C. (1952), *Introduction to Metamathematics*, Van Nostrand
- [4] Kokar, M.M. (1986), *Determining Arguments of Invariant Functional Description*, *Machine Learning*, 1, 403—422
- [5] Langley, P., et al. (1987), *Scientific Discovery, An Account of the Creative Process*, Cambridge, MA, MIT Press
- [6] 李爱中 (1991), 模型发现和智能决策支持系统工具的研究, 哈尔滨工业大学博士学位论文
- [7] Lin, Xiaofeng and Ungar, Lyle (1989), *Inventing Theoretical Terms in Inductive Learning of Functions—Search and Constructive Methods*, In: Ras, Zbigniew W. (Ed), *Methodologies for Intelligent Systems*, 4, 132—141
- [8] Lubinsky, David, et al. (1987), *Data Analysis as Search*, In: Phelps, Bob (ed.), *Interactions in Artificial Intelligence and Statistical Methods*, Unicom Seminars Ltd
- [9] Zytkow, J.M. (1987), *Combining Many Searches in the FAHRENHEIT Discovery System*, In: *Proceedings of the Fourth International Workshop on Machine Learning*, Irvine, CA, 281—287

(上接57页)

参考文献

- [1] L.G. Shapiro et al., *Relational Matching*, *Appl. Opt.*, 26, 10(1987), 1845—1851
- [2] T. Pavilids, *Structural Pattern Recognition*, Springer Verlag, 1977
- [3] D.W. Tank and J.J. Hopfield, *Simple 'neural' optimization network, An A/D Converter, Signal Decision Circuit and a Linear Programming Circuit*, *IEEE Trans. Circuits & System*, CAS-33:5 (1986), 533—541