

94,21(6)

超协调逻辑

经典逻辑

计算机科学 1994 Vol. 21 No. 6

1-7

超协调逻辑^{*)}(II) ——新超协调逻辑研究

林作铨

(汕头大学计算机科学系)
(北京航空航天大学计算机系)

李未

(北京航空航天大学计算机系)
(汕头大学计算机科学研究所)

TP301

摘 要 这是关于超协调逻辑研究的第二篇。文中,基于对超协调逻辑应具有的一定共性的理解,给出一个超协调逻辑的新定义,并给出在应用研究中提出的三类有代表性的新超协调逻辑,由于它们满足共同的逻辑性质,从而有一定的关系,特别是,它们与非单调逻辑密切相关,因此进一步提出一种相对于超协调性的超完全逻辑的定义与结果。

1 超协调逻辑的定义

对现存文献中的各种超协调逻辑的分析,^[1]为了达到形式化超协调性,必须破坏经典逻辑的平凡性,为了破坏平凡性,超协调逻辑必须牺牲一些经典有效的推理。然而这些推理有时是有用而且必要的,从技术途径上,各种超协调逻辑都必须减弱经典逻辑的演绎能力,但希望极大地保留经典逻辑。

我们发现传统超协调逻辑都有一定的随意性,即一切只为了破坏平凡性,没有确立一定的形式准则,使得各种超协调逻辑途径之间缺乏必要的相互联系,难于取长补短,特别是,各种超协调逻辑对矛盾的处理不同。我们认为,建立一个新的超协调逻辑最好能满足一些共同的必要条件,使之更适合于捕捉在非协调情形下推理的直觉,适合具体的应用,特别是用来形式化人的常识推理。

我们使用新超协调逻辑一词以区别于传统的超协调逻辑。新超协调逻辑体现了具体应用中的需要,从传统超协调逻辑存在的问题中找出新的途径,特别地注意它们与非单调逻辑的关系。

假设 L 是一个标准语言,令 $\vdash$ 表示经典逻辑,我们将基于 $\vdash$ 定义超协调逻辑 $\vdash_e$,使之能满足以下条件:

1. $\vdash_e$ 的语言如同 $\vdash$ 为 L ,即联词之间具有标准的定义关系;特别是,我们希望直接使用具有递归真值条件的外延联词。

2. 若 $\Sigma \vdash_e A$ 则 $\Sigma \vdash A$;进一步,令 Σ^0 是 Σ 的协调子集,则 $\Sigma^0 \vdash_e A$ 当且仅当 $\Sigma^0 \vdash A$ 。

3. 对任意公式 A , 存在公式 B 使得 $(A \wedge \rightarrow A) \vdash_e B$, 即 $\vdash_e$ 是(强)超协调的。

4. $\{A, \rightarrow A\} \vdash_e A \wedge \rightarrow A$, 即承认矛盾的存在。

5. $\Gamma = \{A \mid \vdash_e A\}$ 是递归可枚举的。

条件(1)表明超协调逻辑基于经典逻辑来定义,这样可以使用经典逻辑的标准技术;条件(2)表明超协调逻辑将包括经典逻辑作为特殊情形,即在协调或矛盾不直接影响的情形下,超协调逻辑等价于经典逻辑,这是极大地保留经典逻辑的合理准则;条件(3)表明超协调逻辑应能克服如蕴涵词的 Curry 悖论导致的弱平凡性,即 $\vdash_e$ 是强超协调的,由此超协调逻辑是经典逻辑的演绎减弱;条件(4)表明承认矛盾的存在,这是因为我们考虑非单调逻辑能更好地处理矛盾的转化情形,并且对无矛盾律有效与否不作具体要求;条件(5)表明希望超协调逻辑是可判定或半可判定的,由于 $\vdash_e$ 是 $\vdash$ 的子关系,超协调逻辑应具有比经典逻辑更好的可计算性。

例如, LP_e 能基本上满足以上条件,^[2]而分域逻辑 DL 、超协调系统 C 与悖论逻辑 LP 都不能完全满足以上要求。

基于这种观点,我们认为建立一个新超协调逻辑可以看成是一种经典逻辑的扩展,即把达到超协调性作为使用经典逻辑的技术问题,这样,非经典的问题能转化为演绎问题处理,而不必非走典型的三

*)本文是在国家自然科学基金、国家基础研究攀登计划、国家高技术八六三计划与李嘉诚学术基金的支持下完成的。

1)我们将直接引用而不重复文[1]的内容与文献。

种超协调途径,因为这些典型的超协调逻辑难于完全满足以上的逻辑性质。

据此,下面我们给出在 AI 研究中提出的三种有代表性的新超协调逻辑,它们是相当一般的逻辑基础,具有相当强的逻辑能力,从中可以包含新近提出的一些超协调逻辑的基本结果。由于构造超协调逻辑的技术可能花样倍出,我们希望各种新超协调逻辑在满足以上的逻辑性质的意义上是可比的,而不进一步细究其形式化之间的联系。

2 论证逻辑

各种超协调逻辑对矛盾的处理基本上包括以下几种情形:

1. 不承认真矛盾 $A \wedge \neg A$ 的存在,因此把矛盾分开处理,构成分别包含 A 与 $\neg A$ 的两个模型,只能分别推出 A 或 $\neg A$,即 $A \wedge \neg A \vdash A$ 或 $A \wedge \neg A \vdash \neg A$,这种技术类似于非单调逻辑的处理,与非单调逻辑不同之处在于它是静态的非协调但不平凡的理论,不考虑由新增加前提引起矛盾的修正或维护协调性问题;

2. 不承认真矛盾 $A \wedge \neg A$ 的存在,从矛盾推不出任何命题,即 $A \wedge \neg A \not\vdash A$ 与 $A \wedge \neg A \not\vdash \neg A$;

3. 承认真矛盾 $A \wedge \neg A$ 的存在,适于处理如悖论这种真矛盾问题,由矛盾 $A \wedge \neg A$ 可推出矛盾本身,即 $A \wedge \neg A \vdash A, A \wedge \neg A \vdash \neg A$ 与 $A \wedge \neg A \vdash A \wedge \neg A$,但技术处理上可分成使无矛盾律(或排中律) $\neg(A \wedge \neg A)$ (即 $A \vee \neg A$)有效或无效两个情况,这两个情况分别对应于取悖论为既真又假或非真非假的情况。²⁾

对矛盾的处理基于不同的出发点,它们之间的利弊难于一言概之。然而,对矛盾处理的后一种情形更适合非协调逻辑的形式化,因为第二种情形完全放弃矛盾,是一种怀疑论;第一种情形保留矛盾的一方面而放弃矛盾的另一方面,是一种轻信论,在某种意义上它们不如非单调逻辑。一般地,超协调逻辑对矛盾的两方面是不加区别的,至多只能指示存在矛盾的陷阱,以便检测矛盾的存在。⁴⁾

我们认为,超协调逻辑中对矛盾的各种处理适合于不同应用的需要,为此,我们将给出一种更基本的超协调逻辑,称为论证逻辑 AL(Argument Logic),把对矛盾的不同处理统一在同一个逻辑框架中。

论证逻辑 AL 的基本想法是基于论证的概念,即

形成命题的理由的联接过程,由于论证概念着重于论证(证明)的结构以及冲突论证之间的选择,技术上,论证逻辑将基于论证结构中对矛盾的选择来定义。

令 L 是一个语言,由它提供一个句子集,即若 ψ 是一个句子,³⁾ 则 $\neg\psi$ 是一个 L 中的句子, L 包括一个特殊算子 $\rightarrow$,使得若 ψ 是一个句子,则 $\neg\psi$ 也是一个句子,此外,我们对 L 不作任何其它规定。

定义(推理)规则是如下形式的任何表达式:

1. A , 这里 A 是一个句子;

2. $A_1, \dots, A_n \rightarrow B$, 这里 $n \geq 0, A_1, \dots, A_n, B$ 都是句子, $A_1, \dots, A_n$ 称为前提, B 称为结论。

形如(1)的规则称为事实,它可以看成形如 $\rightarrow A$ 的缩写,即作为规则(2)的特殊形式,特别地, True 是一个事实,⁴⁾ 例如, $\text{Penguin}(a)$ 是一个事实, $\text{Penguin}(a) \rightarrow \text{Bird}(a)$ 是一条规则。

令 R 是一个规则集, R 中的一个论证是一棵树,归纳定义如下:

1. 若 $A \in R$ 是一个事实,则以 A 为唯一结点的树是一个论证;

2. 若 $t_1, \dots, t_n$ 是分别以 $A_1, \dots, A_n$ 为根的论证, $A_1, \dots, A_n \rightarrow B \in R$ 是一条规则使得 B 不是 $t_1, \dots, t_n$ 任一树的根,则以 B 为根和 $t_1, \dots, t_n$ 为直接子树的树 t 是一个论证, t 称为由 $t_1, \dots, t_n$ 形成。

我们称一个论证 t 支持 ψ , 指 ψ 是 t 的根, 称 ψ 为结论。

进一步,令 T 是一个论证集,我们定义一个满足以下条件的论证集为论证结构:

1. 若 t 是 R 中一个事实,则 $t \in T$;

2. T 是结构封闭的,即对任一 $t \in T$, 若 t' 是 t 的子树,则 $t' \in T$;

3. T 是单调封闭的,即若 t 是由 T 中 $t_1, \dots, t_n$ 形成的,则 t 也在 T 中。

据此,我们能根据处理矛盾的不同要求定义一个论证系统的可推结论的条件,并令 $A(T) = \{\psi | \psi \text{ 是可推的}\}$ 作为可推的结论集,我们区分各种可推条件得到不同处理矛盾的论证系统如下:

1. ψ 是辩证可推的,若 T 中有论证支持 ψ , 称为辩证论证逻辑;

2. ψ 是简单可推的,若 T 中有论证支持 ψ 但没有论证支持 $\neg\psi$, 称为简单论证逻辑;

2)当然,一阶 LP_{ω} 是不可判定的[1]。3)在这里不考虑它们的哲学意义,因而可以认为区别不大,它们各有特点,技术上有所不同[2]。4)例如,分步逻辑 SL 能直接指出矛盾的存在,而对矛盾的处理则不作出具体规定(参见下节)。5)论证逻辑能直接在一阶情形使用。6)注意到,我们不定义 $\text{True} \rightarrow A$ 作为事实 A ,因为它可作为一种非单调逻辑规则。

3. ψ (或 $\neg\psi$) 是分域可推的, 若 T 中有论证支持 ψ (或 $\neg\psi$) 但去掉 T 中支持 $\neg\psi$ (或 ψ) 的论证, 称为分域论证逻辑;

4. ψ 是保守可推的, 若 T 中有论证支持 ψ 的前提但没有论证支持 $\neg\psi$, 称为保守论证逻辑;

5. ψ 是怀疑可推的, 若 ψ 的前提是保守可推的, 称为怀疑论证逻辑。

例如, $R = \{A, \neg A, \neg B, C, A \rightarrow B, B \rightarrow D\}$, R 的论证与论证结构显见, 那么, 对辩证论证系统: $A(T) = \{A, \neg A, B, \neg B, C, D\}$; 对简单论证系统: $A(T) = \{C, D\}$; 对分域论证系统: $A(T) = \{\{A, B, C, D\}, \{\neg A, B, C, D\}, \{A, \neg B, C, D\}, \{\neg A, \neg B, C, D\}\}$; 对保守论证系统: $A(T) = \{\neg B, C\}$; 对怀疑论证系统: $A(T) = \{C\}$ 。

若我们定义可推出条件基于 T 是协调的, 即 T 中不包含同时支持 ψ 与 $\neg\psi$ 的论证, 则得到一种经典论证逻辑, 特别是, 如果在论证系统中加入某种使知识完全化的条件或驳斥条件, 则容易得到一种非单调的论证逻辑。

不难看出, 论证逻辑 AL 满足新超协调逻辑的逻辑性质。此外, 论证逻辑 AL 具有一些自己的特色:

1. 在论证系统中可以基于不同的协调性条件定义可推关系, 从而在同一逻辑框架中得到对矛盾不同处理要求的超协调逻辑,^[7] 例如, 不难定义如 LP_n 的极小矛盾论证逻辑;

2. 论证逻辑的语言是相当一般的, 可以表达不同的逻辑语言, 特别地, 可以规定它为某一逻辑语言的可计算片段, 例如逻辑程序。

进一步, 论证逻辑的可推关系基于具体的逻辑语言可以具体化, Wagner^[8] 给出的一个工作可以看成这种做法的特例。

3 分步逻辑

在经典逻辑证明中, 一旦出现了矛盾就可推出任何结论, 如果在推理规则中直接局部化矛盾的传播, 从而破坏平凡性, 也可以达到形式化超协调性, 这就需要逐步地考察证明过程, 减弱经典逻辑演绎能力。我们将定义一个基于这种分步证明的超协调逻辑, 称为分步逻辑 SL (Stepwise Logic), 能完全满足以上提出的新超协调逻辑的逻辑性质。

分步逻辑 SL 的基本想法是: 把演绎推理的证明过程分步处理, 即逐步时序地考察证明过程, 当出现

非协调时, 就限制矛盾的传播。技术上, 在 L 中引入两个原子公式 Now 与 $Cont$, Now_i 表示当前是第 i 步, $i \in N$ (N 为自然数集), $Cont(A, \neg A)$ 表示 $A, \neg A$ 是一个发现的矛盾。

定义 $SL = (L, O, I)$, 这里 $O: N \rightarrow L$ 是一个观察证据, O_i 即表示第 i 步的观察前提, 因此是有限的, 这样, SL 表达一种有限资源的推理, $I: L \rightarrow L$ 是分步的有限推理规则, 它包括以下几条规则:

$$\begin{aligned} 1. & \frac{i+1 \dots}{i+1 \dots, Now_{i+1}} & 2. & \frac{i+1 \dots}{i+1 \dots, A} \\ 3. & \frac{i+1 \dots, A, A \rightarrow B}{i+1 \dots, B} & 4. & \frac{i+1 \dots, A, \neg A}{i+1 \dots, Cont_i(A, \neg A)} \end{aligned}$$

规则(1)记录时序, 规则(2)是继承前提或确认观察证据为前提, 规则(3)是分离规则, 规则(4)是指示矛盾并限制矛盾的传播。注意到, 以上推理规则刻画了从第 i 步到第 $i+1$ 步的证明, 我们假定在同一步内的等价替换根据经典逻辑的规则, 而分步模型是一个赋值序列, 使得第 i 步赋值满足 Now_i 与第 i 步可推的公式 (包含 $Cont_i$)。记 $\vdash_{SL}$ 表示 SL 的逻辑后承, 例如, $\Gamma = \{A, \neg A, \neg B, C, A \rightarrow B, B \rightarrow D\}$, 让我们来看如下分步证明:

$$\begin{aligned} i & : Now_i, A, \neg A, \neg B, C, A \rightarrow B, B \rightarrow D \\ i+1 & : Now_{i+1}, Cont_{i+1}(A, \neg A), A, \neg A, \neg B, C, B, B \rightarrow D \\ i+2 & : Now_{i+2}, Cont_{i+1}(A, \neg A), Cont_{i+2}(A, \neg A), A, \neg A, Cont_{i+2}(B, \neg B), B, \neg B, C, D \end{aligned}$$

这样, $\Gamma \vdash_{SL} \{Now_{i+2}, Cont_{i+2}(A, \neg A), Cont_{i+2}(B, \neg B), C, D\}$, 可见, $Cont$ 的作用是指示矛盾的存在, 而 SL 的分步推理规则已限定矛盾的传播, 使得平凡性不成立。

不难看出, SL 能满足新超协调逻辑的逻辑性质, 特别地, 容易在 SL 规则中加入非单调推理规则。

分步逻辑 SL 具有一些自己的特色: 1) 由于引入 Now , 它具有处理时序推理的能力; 2) 由于引入 $Cont$, 它能发现矛盾并限制矛盾的传播, 对矛盾可根据实际需要处理; 3) 由于它是有限推理, 适于应用且容易实现。

Batens^[1] 提出的在 C 系统中通过分步把超协调性转化为动态的超协调逻辑, 能作为一种分步逻辑形式化, 这只要在 SL 中引入非单调性, Drapkin 和 Perlis 给出一种类似的非单调的分步逻辑 $SL^{[2]}$ 。

4 标记逻辑

对语言 L 中的每个公式都联系某个环境 (context),

7) 类似地, 基于不同的完全性条件定义可推条件, 可在同一逻辑框架中得到不同的非单调逻辑。

如 ψ 是一个公式, c 是一个环境, 环境公式 $\psi : c$ 表示公式 ψ 的真值取决于环境 c , 那么在经典逻辑框架中非协调环境公式可以不具有平凡性。以下, 我们将给出一种基于这种环境概念的逻辑, 称为标记逻辑 (Annotated Logic), 它能满足以上提出的逻辑性质。

标记逻辑的基本想法是把公式的真值作为公式的标记 (特殊环境), 这样, 对联系标记的公式的赋值决定了标记公式的性质, 为了达到超协调性, 标记将指明非协调情况, 这与超协调的多值逻辑类似, 所不同的是通过公式的标记可以保留经典 (二值) 逻辑框架。

令 L 是一个语言, 引入一个标记 (环境) 集 C , 这里限定 C 中的元素是 C 的子集称为标记, 若 ψ 是 L 中一个公式, λ 是一个标记, 则形如 $\psi : \lambda$ 的公式称为一个标记公式, 在标记逻辑中只考虑标记公式, 进一步, 我们限定 C 是简单的, 即 C 是一个格, 而且是一个完全格, 相应的标记只是常量, 特别地, 令 $C = \{T, \perp\}$, 这里 $T = \{t, f, \tau, \perp\}$, 且对 $x \in T$, $\perp < x < T$, 即 C 是一个以 $T, \perp$ 分别为上下确界的四值完全格^[1], 我们将给出基于这个简单标记集的标记逻辑, 它是一个最简单的超协调标记逻辑, 记为 PT 。

这样, 标记逻辑 PT 的 (标记) 公式定义如下, 若 ψ 是 L 中的原子公式, $\lambda \in C$ 是一个标记, 则 $\psi : \lambda$ 是一个 PT 的公式, 进一步, 若 A, B 是 PT 的公式, 则 $\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B$ 也是 PT 的公式, 记 PT 的公式集为 WFF 。我们定义标记的否定关系如下:

$$\neg(t) = f, \neg(f) = t, \neg(\tau) = \tau, \neg(\perp) = \perp.$$

语义上, 标记逻辑 PT 的模型 M 基于赋值 π : $WFF \rightarrow T$, 定义 PT 的后承关系 $\models$ 如下:

1. 若 p 是原子公式, 则 $M \models p : \lambda$ 当且仅当 $\lambda \leq \pi(p)$; (a) $M \models \neg A : \lambda$ 当且仅当 $M \models A : \neg \lambda$; (b) $M \models \neg A$ 当且仅当 $M \not\models A$ 。

2. $M \models A \wedge B$ 当且仅当 $M \models A$ 与 $M \models B$ 。

3. $M \models A \vee B$ 当且仅当 $M \models A$ 或 $M \models B$ 。

注意, PT 中可有两种否定词 $\neg$ 与 $\sim$, 建立 PT 逻辑只要使用其中之一。对 $\neg$, 因为 $A : t \wedge A : f$ 不是重言式, 故 $A \rightarrow B \neq_{def} \neg A \vee B$, 即相应的蕴涵词不是标准的, 它相当于直觉主义逻辑的解释, 我们称之为认识否定词, 因为 $A : T$ (或 $A : t$ 与 $A : f$) 表示推理主体主观上的非协调信念, 即认识非协调性, 当然, 我们可以定义一种相对于 $\rightarrow$ 的蕴涵词 $\rightarrow$, 使得 $A \rightarrow B =_{def}$

$\neg A \vee B$, 并称为认识蕴涵; 对 $\sim$, 因为 $A : t$ 与 $\sim A : t$ 客观上不能共存, 我们称之为本体否定词, 即本体非协调性, 相应的蕴涵词是标准的, 即 $A \rightarrow B =_{def} \sim A \vee B$, 亦称本体蕴涵。

标记逻辑 PT 是超协调的, 这容易从 PT 语义的四值标记公式看出, 例如, 满足 $A : t \wedge A : f$ 的模型不会满足除了 $A : T$ 的任一公式。形式上, 我们定义一个模型 M_1 小于另一模型 M_2 , 记为 $M_1 \leq M_2$, 若对任一原子公式 $p : \lambda$, 如果 $M_1 \models p : \lambda$, 则 $M_2 \models p : \lambda$, 一个公式集 S 的模型 M 是极小的, 若不存在 S 的其它模型 M' 使得 $M' \leq M$, 进一步, 定义逻辑 PT 的语义后承如下: $S \models A$ 当且仅当 A 在 S 的所有极小模型中为真。

进一步, 若我们定义 $M_1 \leq_T M_2$, 如果对任一原子公式 $p : T, M_1 \models p : T$ 则 $M_2 \models p : T$, 相应的极小化模型称为极小 (认识) 非协调模型 (e -模型), 则可得到一种类似于 LP_n 的语义后承。注意, 极小模型与 e -模型一般地是不同的。

不难看出, 标记逻辑满足以上要求的逻辑性质。显然, 标记逻辑 PT 包含经典逻辑 PC 作为特殊情形, 但在非协调情形下标记逻辑不具有平凡性能作出合理的结论, 对逻辑 PT , 本体蕴涵与认识蕴涵具有不同的能力, 例如, $\{A : t \rightarrow B : t, A : t\} \models A : t$, 但 $\{A : t \rightarrow B : t, A : t\} \not\models A : t$, 认识蕴涵更接近非单调逻辑的处理。

基于 PT 的语义, 可以给出超协调逻辑 PT 的公理系统, 特别地, 容易给出标记逻辑 PT 的基于反证过程的证明论, 例如, 类似于标准归结法, 子式 $p : s \vee A$ 与 $\sim p : t \vee B$ 的归结条件是 $t \leq s$, 这样, PT 可以方便地应用到逻辑程序, 获得一种容易实现的证明论。

基于标记逻辑 PT 的超协调逻辑程序是一种一般的逻辑程序, 能够处理规则头含否定词情形, 即具有非协调性的 Horn 理论。令 $A_0, A_1, \dots, A_n$ 是首字, $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ 是标记, 定义一般逻辑程序是形如以下规则的集:

$$A_0 : \lambda_0 \leftarrow A_1 : \lambda_1, \dots, A_n : \lambda_n.$$

基于 PT 的语义与反证过程, 类似标准逻辑程序的做法, 可以给出一般逻辑程序的描述语义与操作语义。

标记逻辑, 特别是逻辑 PT , 由 Subrahmanian 引入^[6], 主要在逻辑程序中研究, 并被进一步扩展到更一般情形^[7,8], 标记逻辑与标记公式能作为包含多值逻辑与不确定逻辑的广泛一类逻辑的统一基础^[10~13]。

8) 我们所指的环境逻辑是一种更为广泛的逻辑基础, 这里给出的标记逻辑可以看成它的一种特殊情况, 9) 这从 PT 的性质不难看出, 因为 PT 保有经典逻辑框架并与基于四值逻辑的超协调逻辑密切相关^[5]。

特别地,基于双格的逻辑程序也可以看成标记逻辑的一种变体^[14],它与非单调逻辑密切相关^[16],事实上,把标记逻辑结合到具有失败即否定规则的逻辑程序就可以得到两种处理否定词的方式,规则体中的否定词使用失败即否定原理具有非单调性,规则头中的否定词使用标记逻辑原理具有超协调性,一般地,可以在标记逻辑中进一步引入非单调推理。

在上面,我们从环境逻辑概念出发,把标记逻辑作为一种环境逻辑的特例看待,在环境逻辑中这些问题将更容易处理,而且具有更强的逻辑能力和更好的逻辑性质。

5 各种超协调逻辑的关系

现在,进一步讨论各种超协调逻辑的关系。我们已知,论证逻辑、分步逻辑与标记逻辑满足共同的逻辑性质,在这个意义上它们具有一定的逻辑关系。

注意到,对分步逻辑 SL 的规则的使用作一定的限定,特别是限定 Cont 规则的使用顺序,可以得到类似论证逻辑的各种处理矛盾的能力;另一方面,把论证逻辑 AL 的规则分步使用,而逐步定义可推关系,不难看见论证逻辑与分步逻辑具有一定的联系,标记逻辑 PT 则容易与论证逻辑 AL 的语义联系,如果在论证规则中使用标记公式,可以获得一种标记逻辑的证明论形式。然而,由于我们给出的这三种新超协调逻辑都在同一逻辑要求下具有从逻辑基础形式化超协调性的特征,对它们作这种对比不是很有意义。

进一步,三种有代表的新超协调逻辑与三种主要的传统超协调逻辑之间也有一定的联系^[1],例如,标记逻辑 PT 与基于相干途径的超协调逻辑相关,特别地,PT 与 FDE 都是基于四值语义,所不同的只是语法表示,¹⁰⁾通过建立 PT 的公理系统与 FDE 比较可以证明两者之间直接的相互关系。

但是,由于各种超协调逻辑所基于的技术途径相当不同,相应的系统能力不同,对各种超协调逻辑之间关系的研究往往需借助于引入一些新系统,而且不存在一一对应的等价关系,这种关系的研究尚缺乏结果。我们认为,各种超协调逻辑都具有在超协调性意义下的某种统一的内在因素,特别地,在新超协调逻辑定义中,我们从逻辑性质上规定了这种统一性,如

何在超协调的语义与证明论中体现这种统一性是非常有意义的。

6 超完全性

基于超协调逻辑是一类非协调但不平凡的理论,超完全逻辑(Paracomplete Logic,或曰非完全逻辑)是一类不完全但超协调的理论。具体地说,一个理论 Σ 是超完全的,¹¹⁾若存在 $\alpha \in \Sigma$ 是 Σ 不可判定的命题,¹²⁾则把 α 加入 Σ , $\Sigma^+ = \Sigma \cup \alpha$ 是超协调的。可见,超完全逻辑是一种相对于超协调逻辑的理论,超完全性与超协调性是紧密相关的,后者是前者的基础。

顺便指出,文献中有不同使用超完全概念的^[1],通常地,把超完全逻辑作为一类使排中律 $A \vee \neg A$ 无效的非协调但不平凡的理论的术语,这是因为 $A \vee \neg A$ 无效表示析取意义下是不完全的,即对一个逻辑 $\models, \models A$ 或 $\models \neg A$ 不成立,但如我们所知,以排中律是否有效作为衡量超协调逻辑没有实质性的意义,因此我们把这种意义下的理论作为一种超协调逻辑。我们给出的超完全逻辑是一种有别于超协调逻辑的理论,即一种包含增加的不可判定命题的超协调理论。

假设 L 是一个标准语言,令 $\vdash$ 表示经典逻辑,我们将基于 $\vdash$ 定义超完全逻辑 $\vdash^p$,使之满足以下条件:

1. $\vdash^p$ 的语言如同 $\vdash$, 联结词之间具有标准的定义关系;
2. 若 $\Sigma \vdash^p A$ 则 $\Sigma \vdash A$, 进一步,若 Σ^0 是协调子集,则 $\Sigma^0 \vdash^p A$ 当且仅当 $\Sigma \vdash A$;
3. 若 $A = \{A \mid \Sigma \not\models A\}$, 则存在 B 使得 $\Sigma \cup \{A\} \not\models B$;
4. $\{A, \neg A\} \models^p A \wedge \neg A$;
5. $\Gamma = \{A \mid \vdash^p A\}$ 是递归可枚举的。

注意到,超完全逻辑的逻辑性质并行于超协调逻辑的定义,条件(3)是超完全性的一种形式,条件(4)在超完全逻辑中则是有意义的,因为不可判定命题的加入可能包含真矛盾,¹³⁾条件(5)在超完全逻辑中却比较容易做到,因为对 $\vdash^p$ 已不存在不可判定命题。总之,我们希望基于超协调逻辑上建立超完全逻辑作为经典逻辑的一种扩展。

我们定义一个理论 T 是(认识)完全的,若对任意命题 $A, A \in T$ 或 $\neg A \in T$ 。注意到超完全逻辑对不

10)注意到,标记逻辑程序与基于双格逻辑程序具有相互转换关系,而后者基本上是四值超协调逻辑 FDE 的一种扩展,由此也能了解它们之间的关系。11)我们这里给出的完全性概念是认识完全性,参见下文。12)由于命题逻辑是可判定的,这里我们可以把基础逻辑作为一阶逻辑或某种包含不可判定命题的理论,其实,我们关心的是超完全理论的逻辑基础,这在命题逻辑同样可以说明。13)注意, A 在系统 L 中是不可判定的,即 A 在 L 不可证明亦不可反证,这样,把 A 加入系统 L 的公理,就使得 A 与 $\neg A$ 同时在 L 的扩充中可证。

可判定命题 A , 可能有 $A \wedge \neg A \in T$, 因此, 超完全逻辑不具有这种完全性, 而非单调逻辑一般地具有这种完全性。进一步, 我们定义保完全逻辑 (Precomplete Logic) 是一种超完全且非单调的理论, 即新加入的不可判定命题可能引起对已有命题的修正, 并使之具有 (认识) 完全性。超完全逻辑与非单调逻辑都可看成是在不完全知识情形下推理的形式化, 它们之间的区别在于前者具有超协调性而后者没有, 后者在加入未知新知识的同时考虑对旧知识的修正过程使之具有完全性而前者没有, 保完全逻辑则可看成是一种在不完全与非协调知识下情形推理的形式化, 它与非单调逻辑, 特别是超协调非单调逻辑紧密相关。¹⁴⁾

7 一个超完全逻辑

根据超完全逻辑的定义, 我们希望在超协调逻辑基础上定义超协调逻辑, 下面, 给出一个超完全逻辑作为对上面定义的说明。为了便于看到超完全逻辑的特性, 我们将考虑基于分域逻辑定义的一种超完全逻辑 PD。

令 L 是一个标准命题模态语言, S 是一个命题模态系统 (如 S_4), 超完全逻辑 PD 的逻辑后承 $\vdash_{PD}$ 的定义基于 $\vdash_{\alpha}$, 增加如下规则:

若 $\forall \alpha, p$, 则 $\vdash_{PD} p$ ¹⁵⁾

注意到, 这里可能引起循环论证, 导致平凡性, 文 [17] 给出一个理论可以看成是对以上定义的细化, 它基本上能满足超完全逻辑的定义条件。我们限制推理规则的使用范围, 使得定理的证明是有据的。形式上, 我们定义超完全系统包括如下公理与推理规则模式:

(A1) 经典命题逻辑的公理

(A2) 模态系统 S 的公理

(A3) p, p 是命题变元

(R1) 若 $\alpha[A_1; A_2], \alpha \rightarrow \beta[A_1; A_2]$, 则 $\beta[A_1; A_2]$

(R2) 若 $\alpha[A_2; A_3], \alpha \rightarrow \beta[A_2; A_3]$, 则 $\beta[A_2; A_3]$

(R3) 若 $\alpha(p)$, 则 $\alpha(\neg p)$, p 是 α 中的命题变元, $\alpha(\neg p)$ 是以 $\neg p$ 替换 α 中 p 的结果

(R4) 若 $\alpha[A_1 - A_3]$, 则 $\Box \alpha[A_1 - A_3]$

(R5) 若 $\alpha[A_1 - A_3], \beta[A_1 - A_3]$, 则 $\alpha \wedge \beta[A_1 - A_3]$

这里, α, β 是公式, 规则中公式的标记指明该规则所能作用的公理以及所推出定理的标记, 其它定义如常。可见, (A3) 是加入不可判定命题的公理, 由 (A3) (R3) 可推出 $p \wedge \neg p$, 而由于 (A3) 对 (R1) (R2) 的作用域的限制, 系统不会导致平凡性, 此外, 系统可推出一些符合直觉的结论, 例如 $\Diamond p \wedge \Diamond \neg p$, 即表示 p 可真可假, $\neg p \wedge \Diamond p$, 即否定 p 的同时 p 为真也是可能的,

等等, 这些命题都符合直观上的理解。

如果把 (A3) 的不可判定命题作为“可真可假”的赋值, 则基于如 DL 的超协调模态逻辑, 我们也能给出一种超完全逻辑 PD 的模型, 并且它与相干超协调逻辑密切相关。同理, 我们也能基于其它超协调逻辑来定义超完全逻辑, 但超完全逻辑作为一种较强的逻辑系统还有待深入研究, 特别是在保完全逻辑意义下的新系统还没有直接结果。

8 注记

本文中, 我们首先给出一个超协调逻辑的新定义, 由它容易看出各种超协调逻辑的共性以及存在的内在联系, 我们然后给出三个在 AI 研究提出的有代表性的超协调逻辑系统, 它们满足共同的超协调性质, 并且与非单调逻辑具有密切的联系, 使得超协调逻辑与非单调逻辑能共存于同一逻辑框架, 论证逻辑是一个崭新的工作, 分步逻辑类似于文 [4] 中的逻辑框架, 但专门讨论超协调推理, 我们从环境概念论述标记逻辑, 并指出它的一些逻辑基础问题, 在线文中我们将提供新的工具可以进一步分析它们。

参考文献

- [1] 林作铨, 李未, 超协调逻辑 (I) — 传统超协调逻辑研究, 计算机科学, Vol. 21, No. 5, 1994
- [2] Perlis D., Truth and Meaning, Artificial Intelligence 39, 1989, 245-250
- [3] Wagner G., Ex Contradictione nihil Sequitur, Proceedings of IJCAI-91, 1991, 536-543
- [4] Drapkin J. et al., Reasoning Situated in Time I, Basic Concepts, J. Expt. Theor. Artif. Intell. 2 (1990), 75-98
- [5] da Costa N. et al., The Paraconsistent Logics PT, Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, 37 (1991)
- [6] Subrahmanian V., On the Semantics of Quantitative Logic Programs, Proceedings of the 4th IEEE Symposium on Logic Programming, 1987
- [7] Blair H. et al., Paraconsistent Logic Programming, Theoretical Computer Science, 68 (1989)
- [8] Kifer M. et al., RI, A Logic for Reasoning with Inconsistency, Proceedings of the 4th Symposium on Logic in Computer Science, 1989
- [9] Subrahmanian V., Paraconsistent Disjunctive Deductive Database, Theoretical Computer Science, 93 (1992)

14) 有时也把保完全逻辑作为非单调逻辑的另一种说法 [1], 但我们在这里强调了学习不可判定的新知识的过程。15) 这样, 超完全逻辑与非单调 (模态) 逻辑 [16] 就有区别。

带类型 λ -演算^{*}

杨祥金

(东南大学计算机系 南京 210018)

摘 要 This paper described the fundation of LAMBDA calculus with type and its application in strong type programming language.

关键词 λ -calculus with type, Polymorphic type, Natural semantics.

一、引言

λ -演算是一个用函数描述计算的形式理论体系^[1],它由许多计算模型所组成。文[1]指出,应用 λ -演算比纯粹 λ -演算更接近程序语言,但是由于内建函数和常数的引入常会发生一些问题,例如,常数 0 和函数 + 在机器中同样看待,使得 $(0x)$ 和 $\text{if}(\lambda x. x)y$ 会产生不正确的操作。为此必须对 λ -wff 的类型加以限制,编译或运行时进行类型校验,对发现错误、提高编译质量是十分有必要的。

对于现代许多程序语言,例如 Miranda,程序员无须规定程序中对象的类型。编译程序能根据程序内容分析出对象的类型,通过类型推理,判断本程序的类型是否相容,若类型出错,指出错误的地点及出错的原因。对类型相容性分析称为类型校验。本文介绍的带类型 λ -演算在类型校验及在程序语言的理论研究中有重要的理论价值和实用意义,是计算机科学的重要组成部分。

二、带类型 λ -演算的良构式

λ -演算(带类型 λ -演算)中,所有常数、变量都应

属于一定的类型,例如,所有的自然数都应属于类型 N ,所有的真值都应属于类型 B ,象这样的基本类型称为原子类型。

定义 1 类型定义如下:(a)每个原子类型是类型。(b)如果 α, β 是类型,则 $(\alpha \rightarrow \beta)$ 是类型。

$(\alpha \rightarrow \beta)$ 称为复合类型,它表示从 α 集到 β 集合上的函数类型,所有 $(\alpha \rightarrow \beta)$ 中的函数,其定义域为 α ,其值域为 β 的子集, $\rightarrow$ 称为构子。约定用希腊字母 α, β, γ 表示类型,并采用如下的约定:

• 最外层的括号可省略。

• 当 $\rightarrow$ 构子复合时采用右结合律省略。

因此, $\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow (\dots (\alpha_n \rightarrow \beta) \dots))$ 可以简写为 $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \dots \alpha_n \rightarrow \beta$

定义 2 设有任意变量 v ,其类型为 α ,在 λ -演算中记作 v^α ;同理,任意具有类型为 α 的常数 c ,记作 c^α ,设 λ -演算良构式的集合为 λ -WFF。 λ -演算良构式(λ -wff)定义如下:

(a) $v^\alpha, c^\alpha \in \lambda$ -WFF;

(b) 如果 $M^{\alpha \rightarrow \beta}, N^\alpha \in \lambda$ -WFF, 则 $(M^{\alpha \rightarrow \beta} N^\alpha)^\beta \in \lambda$ -WFF;

(c) 如果 $x^\alpha, M^\beta \in \lambda$ -WFF, 则 $(\lambda x^\alpha. M^\beta)^{\alpha \rightarrow \beta}$;

* 国家自然科学基金资助项目。杨祥金 副教授,主要研究兴趣为智能语言的理论与实现、知识库、应用 CAD 等。

- [10] Kifer M. et al., Theory of Generalized Annotated Logic Programming and Its Applications, J. of Logic Programming, 12(1992)
- [11] Hahnle R., Uniform Notation Tableau Rules for Multi-Valued Logics, Proceedings of the Int'l Symposium on Multiple-Valued Logic, 1991
- [12] Murray N. et al., Resolution and Path Dissolution in Multiple-Valued Logics, Proceedings of MIS, LNAI No. 542, 1991
- [13] Lu J. et al., Signed Formulas and Annotated Logics, Proceedings of ISMVL, 1993

- [14] Fitting M., Bilattices and the Semantics of Logic Programming, J. of Logic Programming, 11(1991)
- [15] Ginsberg M., Multivalued Logics, An Uniform approach to Reasoning in Artificial Intelligence, CI3, 4 (1987)
- [16] McDermott D., Nonmonotonic Logic II, J. ACM, 1982
- [17] Somolenov H., Paraconsistency, Paracompleteness and Intensional Contradiction, J. Non-Classical Logic 4.4(1987)