

# 一种基于方位角和网络拓扑的定位算法及应用

郑春锋 徐 扬

(西南交通大学数学学院 成都 610031)

**摘 要** 在无线电通信中,干扰信号已经变成当前一个巨大的隐忧。无线电监测部门准确地查找和排除干扰源以确保通信畅通显得尤为重要。对无线电监测中干扰源定位难题做了全面的研究。首先给出了两种已经存在的定位算法:布朗最小二乘三角定位和虚拟力迭代法,然后提出了一种新的方法:基于方位角和网络拓扑的定位算法。通过在实际运用中比较这 3 种干扰源定位方法的定位精度,发现基于方位角和网络拓扑的定位算法在实际应用中定位干扰源精确度更高。

**关键词** 干扰源,定位,无线电监测,方位角,网络拓扑

中图法分类号 TN918 文献标识码 A

## Localization Algorithm Based on Azimuth Angle and Network Topology

ZHENG Chun-feng XU Yang

(College of Mathematics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract** In wireless communication, interference sources have become a huge concern recently. How to search and eliminate precisely is very important so as to restore the network communication for radio monitoring department. In this paper, we took a rounded study on the interference source localization problem in radio monitoring. First introduced two existent localization algorithms, Brown Least-square Triangle Localization and Virtual Force Iterative Localization. Then presented an algorithm, the localization algorithm which is based on azimuth angle and network topology. We compared the localization accuracy with three interference source localization algorithms through simulation and experiments, and found that the localization algorithm which is based on azimuth angle and network topology has higher accuracy in the actual interference source localization.

**Keywords** Interference source, Localization, Radio monitoring, Azimuth angle, Network topology

## 1 引言

近年来,随着无线电通信技术的进步和信息产业的兴起,无线电事业得到了迅猛的发展,无线电在经济建设和国防安全建设中都有着至关重要的作用。随着无线电发射设备使用数目的增加和频段覆盖密度的增加,有限的无线电频谱资源越来越紧张,电磁环境进一步恶化,各种突发性的干扰可能破坏正常的通信秩序。因此无线电监测部门快速、准确地定位和查除不明信号和干扰信号就显得尤为重要。其中无线电定位作为无线电监测中的核心技术之一,在准确定位和快速查除干扰源等方面都起着关键的作用。目前,无线电监测系统中一般采用无源定位技术,即通过检测干扰源和多个监测站之间的传播信号的特征参数来估计目标信号源的位置<sup>[1]</sup>。

到目前为止,在无线电监测中对干扰源的定位已经做了一些研究。Wood A 等人在 2003 年研究了如何在地图上绘出干扰区域<sup>[2]</sup>;Chen Ying-ying 等人研究了如何定位干扰设备的位置范围<sup>[3-5]</sup>;Liu Hong-bo 等人在 2009 年研究了在无

线网络中干扰机的定位,提出了虚拟力迭代法并用仿真实验比较其定位精度<sup>[6]</sup>;Cheng Tian-zhen 等人在 2012 年研究了在无线传感器网络中一种基于最小边界圆和最大内切圆的定位算法,并通过仿真分析其定位精度<sup>[7]</sup>;郝才勇在 2012 年研究了基于 TDOA 的卫星干扰源定位方法,并证实了该方法在单站条件下显著提高卫星干扰源定位精度的有效性<sup>[8]</sup>。近期国内外众多学者对干扰源的定位进行研究,但是由于以下难题很难有效地将其用于无线电监测中对干扰源的定位中,首先,干扰信号通常是嵌入在合法信号中,并且提取干扰信号较难;其次,干扰信号已经干扰了无线电通信的畅通,已有的一些定位方法所需要的大量数据可能存在较大的偏差。

本文中,我们首先介绍了两种已有的定位算法定位一个干扰信号源,虚拟力迭代法<sup>[6]</sup>和布朗最小二乘三角定位法<sup>[9]</sup>,我们发现两种已有的定位算法的定位精度不太理想。为了使得定位精度更高,我们提出了一种新的定位方法,基于方位角和网络拓扑的定位。大量的实验结果显示该方法与上面介绍的已有定位方法对干扰源的定位精度更高。

本文受国家自然科学基金项目(61175055),工业和信息化部无线电管理局项目,无线电监测网络系统研发([2011]146),四川省科技支撑计划,无线电智能监测网络系统([2011]FZ0051)资助。

郑春锋(1989—),男,硕士生,主要研究方向为智能信息处理,E-mail: zhengchunfeng2007@163.com;徐 扬(1956—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为逻辑代数、代数逻辑、不确定性推理、自动推理等。

本文第2节叙述两种已有的定位方法,第3节首先引入专家的监测经验来决定方位角误差权值,并对原始方位角进行预处理,然后提出新的定位方法,第4节讨论我们的验证工作并显示、分析实验结果,最后总结全文。

## 2 已有的两种定位算法

在这部分,我们将概述两种已经存在的干扰源定位算法:布朗最小二乘三角定位和虚拟力迭代法,并分析这两种定位方法的优缺点。

### 2.1 布朗最小二乘三角定位<sup>[9]</sup>

1980年,布朗<sup>[10]</sup>提出了最小二乘三角定位算法,其基本思想是使求得的目标位置与测得的各条方位线之间的偏离距离的平方和最小化,主要内容如下<sup>[11]</sup>:

总偏离距离的平方和为

$$D = \sum_{i=1}^{i=n} d_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} a_i^2 x_T^2 + \sum_{i=1}^{i=n} b_i^2 y_T^2 + \sum_{i=1}^{i=n} c_i^2 + \sum_{i=1}^{i=n} 2a_i b_i x_T y_T - \sum_{i=1}^{i=n} 2a_i c_i x_T - \sum_{i=1}^{i=n} 2b_i c_i y_T$$

其中

$$d_i = a_i x_T + b_i y_T - c_i$$

$$a_i = \sin \phi_i$$

$$b_i = -\cos \phi_i$$

$$c_i = x_i \sin \phi_i - y_i \cos \phi_i$$

$n$  = 方位线的数量

该算法的基本思想就是使得  $D$  最小。求  $D$  分别关于  $x_T, y_T$  的一阶偏导数,并令其等于 0,则得到满足总偏离距离的平方和最小化的  $x_T, y_T$ 。

### 2.2 虚拟力迭代法<sup>[6]</sup>

虚拟力迭代法尝试依据干扰节点的分布来调整 CL (Centroid Localization) 的估值以提高 CL 的精度。虚拟力迭代法首先估计干扰源的传输范围,然后在一个圆形内(这个圆以质心定位的估值作为中心,覆盖所有的干扰节点,且所有的边界节点都在这个圆外)生成一个估算的干扰区域,之后使用迭代的方式改变估算干扰区域的中心使其覆盖绝大多数的干扰节点。虚拟力迭代法假定的目标是定位的最终坐标位置和真实干扰源位置完全重合,估计的干扰区域完全覆盖真实干扰区域。朝着这个目标,移动初始估计的位置,最终到达真实干扰源位置,因此引入了两种虚拟力,分别叫做拉力和推力。在每一次迭代步骤中,位于估计干扰区域外的干扰点应该朝着估计干扰区域拉入,因此称为拉力;而位于估计干扰区域内的边界点应该推出估计干扰区域,因此称为推力。

## 3 基于方位角和网络拓扑的一种定位算法

布朗最小二乘三角定位法是基于方位角的定位方法,因此对方位角极其敏感,由于存在多径和非视距等的影响,方位角存在较大的误差,这样使得测向定位算法精确度较低。虚拟力迭代法是使用一个圆形区域来估算真实干扰区域并且依据节点反复调整圆形区域。然而虚拟力迭代法中圆心的确定、圆半径的选取和迭代标准的选取都没有具体化,使得该方法并没有用于实际应用中。为了解决这些问题,我们提出了一种定位精度更高并在实际应用中具有较好效果的定位方法,基于方位角和网络拓扑的定位。

首先对测向站采集到的原始数据进行预处理。在采集测向数据的过程中,为了减小数据误差,提高定位的精度,应对测向设备返回的方位角  $\phi_i$  进行修正,用校正值  $\hat{\phi}_i$  代替真实值  $\phi_i$ 。若当前某个测向站采集了  $m$  帧有效测向(有效测向是剔除方位角质量  $A$  小于 40 后余下的测向值),将方位角分为  $n$  ( $n < m$ ) 组,每组方位角的帧数都为定值  $p$ 。引入专家的监测经验,方位角误差权重  $R_i$  的取值由以下式子决定:

$$R_i = \begin{cases} \frac{1}{10}(Q_i - 85)/15, & Q_i \geq 85 \\ \frac{1}{25}(Q_i - 70)/15 + \frac{1}{8}, & 85 > Q_i \geq 70 \\ \frac{1}{40}(Q_i - 55)/15 + \frac{1}{4}, & 70 > Q_i \geq 55 \\ \frac{1}{2}(Q_i - 40)/15 + \frac{1}{2}, & 55 > Q_i \geq 40 \end{cases}$$

其中,  $R_i$  为第  $i$  组方位角误差权重,  $V_i$  表示第  $i$  组方位角方差,且

$$Q_i = \frac{1}{V_i}$$

$$\hat{\phi}_{ij} = \phi_{ij} - (\phi_{ij} - \bar{\phi}_i) R_i$$

这里  $\hat{\phi}_{ij}$  表示第  $i$  组中的第  $j$  帧的校正值,  $\bar{\phi}_i$  表示第  $i$  组中第  $j$  帧的真实值,且  $i = 1, 2, 3, \dots, n, j = 1, 2, 3, \dots, p$ 。

第  $i$  组测向的校正方位角的算术平均值:

$$\bar{\phi}_i = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_{ij} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

然后,设第  $k$  个测向站的目标位置估计偏差是  $d_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ),则

$$d_k = a_k x_T + b_k y_T - c_k$$

其中

$$a_k = \sin \phi_i^k$$

$$b_k = -\cos \phi_i^k$$

$$c_k = x_k \sin \phi_i^k - y_k \cos \phi_i^k$$

$\phi_i^k$  是第  $k$  个测向站第  $i$  组校正后得到的方位角,其中每组取  $p$  帧,  $(x_k, y_k)$  是第  $k$  个测向站的位置坐标,其中  $k = 1, 2, 3; i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。则总偏离距离的平方和为

$$D = \sum_{i=1}^3 d_i^2 = \sum_{i=1}^3 a_i^2 x_T^2 + \sum_{i=1}^3 b_i^2 y_T^2 + \sum_{i=1}^3 c_i^2 + \sum_{i=1}^3 2a_i b_i x_T y_T - \sum_{i=1}^3 2a_i c_i x_T - \sum_{i=1}^3 2b_i c_i y_T$$

该方法的基本思想就是使得  $D$  最小。求  $D$  分别关于  $x_T, y_T$  的一阶偏倒数,并令其等于 0,则得到满足总偏离距离的平方和最小化的  $x_T, y_T$ 。

$$\frac{\partial D}{\partial x_T} = 2x_T \sum_{i=1}^3 a_i^2 + 2y_T \sum_{i=1}^3 a_i b_i - 2 \sum_{i=1}^3 a_i c_i = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial y_T} = 2y_T \sum_{i=1}^3 b_i^2 + 2x_T \sum_{i=1}^3 a_i b_i - 2 \sum_{i=1}^3 b_i c_i = 0$$

由此可解得

$$x_T = \frac{\sum_{i=1}^3 b_i^2 \sum_{i=1}^3 a_i c_i - \sum_{i=1}^3 a_i b_i \sum_{i=1}^3 b_i c_i}{\sum_{i=1}^3 a_i^2 \sum_{i=1}^3 b_i^2 - (\sum_{i=1}^3 a_i b_i)^2}$$

$$y_T = \frac{\sum_{i=1}^3 a_i^2 \sum_{i=1}^3 b_i c_i - \sum_{i=1}^3 a_i b_i \sum_{i=1}^3 a_i c_i}{\sum_{i=1}^3 a_i^2 \sum_{i=1}^3 b_i^2 - (\sum_{i=1}^3 a_i b_i)^2}$$

我们得到的 $(x_{T_i}, y_{T_i})$ 表示第 $i$ 次定位得到的干扰源方位 $(i=1, 2, 3, \dots, n)$ 。这里对 $n$ 次实时结果进行处理。将这 $n$ 次结果分为两类,第 $n$ 次定位结果发生的概率为71%~85%的为第一类,这里称为干扰点;定位结果发生的概率为55%~70%的为第二类,这里称为边界点。干扰点位于干扰区域之内,它不能接收到它相邻的任何数据;边界点位于干扰区域的边缘,它自身不被干扰,但是它相邻其中的一部分被干扰。

如图1所示;干扰区域是以 $X$ 为圆心的灰色圆,位于灰色圆之内的 $\{D, I, J, O\}$ 称为干扰点; $\{C, H, N, S, T, P, K, E\}$ 称为边界点。前面点的分类是后面估计最佳目标干扰源点的重要前提。

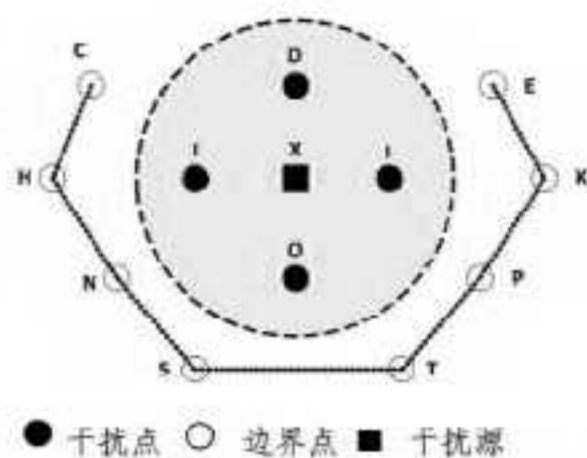


图1 边界点、干扰点分布示例

然后,设最佳目标干扰源为 $(\hat{x}_T, \hat{y}_T)$ ;干扰点为 $(x_{T_\alpha}, y_{T_\alpha})$ ;边界点为 $(x_{T_\beta}, y_{T_\beta})$ 。设 $F_{\text{边}}$ 和 $F_{\text{干}}$ 是点到/从最佳目标干扰源位置的规范化向量;

$$F_{\text{边}} = \left[ \frac{x_{T_\alpha} - \hat{x}_T}{\sqrt{(x_{T_\alpha} - \hat{x}_T)^2 + (y_{T_\alpha} - \hat{y}_T)^2}}, \frac{y_{T_\alpha} - \hat{y}_T}{\sqrt{(x_{T_\alpha} - \hat{x}_T)^2 + (y_{T_\alpha} - \hat{y}_T)^2}} \right]$$

$$F_{\text{干}} = \left[ \frac{x_T - x_{T_\beta}}{\sqrt{(x_T - x_{T_\beta})^2 + (y_T - y_{T_\beta})^2}}, \frac{y_T - y_{T_\beta}}{\sqrt{(x_T - x_{T_\beta})^2 + (y_T - y_{T_\beta})^2}} \right]$$

然后定义 $F_{\text{合}}$ ;依据上面公式中 $F_{\text{边}}$ 和 $F_{\text{干}}$ 的合力;

$$F_{\text{合}} = \sum_{\alpha \in P} F_{\text{边}} + \sum_{\beta \in Q} F_{\text{干}}$$

其中, $P$ 是位于估计干扰区域外干扰点的集合; $Q$ 是位于估计干扰区域内边界点的集合,这里 $F_{\text{合}}$ 的方向就是虚拟力迭代法每一步中朝着更加准确的目标干扰源移动的方向,最终目标源的位置坐标就是迭代终止后圆心的坐标。

#### 4 实验评估

在这部分,我们通过实验评估这些定位算法的精确度,分析影响这些定位方法精度的因素,最后分析本文提出的定位方法的优缺点。

##### 4.1 方法

实验中运用无线电智能监测系统中的3个测向站对FM101.7MHz(广播信号)和AM128.6MHz(民航塔台)采集原始数据,其中3个测向站分别是彭州站、西华站、人南站。给出不同算法对同一信号源的定位结果,并运用评价指标评价定位结果的精确度。

##### 实验步骤

1)运用本文第3节中的方式对3个测向站采集到的原始

数据进行预处理;

2)使用布朗最小二乘三角定位求出干扰源所有初始坐标并分类,然后找出最大概率点为初始估计干扰区域的中心;

3)确定边界点和干扰点到估计干扰区域的相对位置,并依据已经定义的 $F_{\text{边}}$ 和 $F_{\text{干}}$ 求出 $F_{\text{合}}$ ;

4)设定一个适当的移动步骤,估计的干扰区域中心将朝着 $F_{\text{合}}$ 的方向以适当的大小移动到新的干扰位置;

5)重复第3)、4),直到所有的干扰点包含在干扰区域内,且所有的边界点都在干扰区域外。

##### 评价指标

为了评估定位干扰源的精度,我们定义:干扰源的真实位置坐标和干扰源的估算位置坐标之间的平面坐标距离作为实验中的定位误差。下面将介绍已知地球上任意两点的经纬度,如何求两点距离精确值和估算值的方法,本文运用估算值来评估定位精度。

精确计算:已知地球上任意两点的经纬度分别为(不足1度以小数表示): $j_1, j_2, w_1, w_2$ 。

$$d = 111.2 \arccos[\cos(90^\circ - w_1) \cos(90^\circ - w_2) + \sin(90^\circ - j_1) \sin(90^\circ - j_2) \cos(j_2 - j_1)]$$

估算:在我国任何地方,经度相同的情况下,纬度差1秒距离为30.87米,差1分距离为1.852公里,差1度距离为111.12公里。但在纬度不同、经度差相同的情况下,距离不同。对于经线或纬线外的任意两点,距离可用平面几何的勾股定理近似,在150公里内的最大误差为 $\pm 0.3$ 公里。即估算距离 $= \sqrt{\text{经度差距离}^2 + \text{纬度差距离}^2}$ 。

##### 4.2 实验结果

如表1所列,我们可以发现:实验中布朗最小二乘三角定位对FM101.7MHz和AM128.6MHz信号源的误差最大,其次是虚拟力迭代法,而基于方位角和网络拓扑的定位方法对这两种信号的定位达到200米以内。这样我们发现估计目标源的位置与真实目标源的位置相当接近,更有利于监测人员查找和排除不明信号源和干扰信号源。

表1 3种算法实验中对信号源的定位结果

信号频率(MHz)	信号类型	布朗最小二乘三角定位	虚拟力迭代定位	基于方位角和网络拓扑定位
FM101.7	广播信号	(103.88, 30.70)	(104.02, 30.68)	(104.05, 30.64)
AM128.6	民航塔台	(103.93, 30.28)	(103.98, 30.51)	(103.97, 30.56)

##### 讨论

A. 由于测向站采集的原始数据量较大,因此在对原始数据进行预处理时,我们既要保证数据量的合理性,又要保证运用的数据使得算法的定位精度较高。经过反复试验,我们发现在大多数情况下方位角组数 $i=100, p=10$ 时较合理。

B. 理论上迭代终止的标准是干扰区域包含所有的干扰点但不包含任意的边界点,但在实际应用中,这种理想情况是很难达到的,我们发现选取较为合理的迭代终止标准有一定难度。在大多数时候我们定义:估计的干扰位置已经非常接近真实位置时作为迭代终止的标准。我们将迭代终止时干扰区域中心的位置作为最后定位算法对信号源的估计位置。通过对其反复试验,我们发现当圆内边界点的个数与圆内干扰点个数的比值小于等于5%~8%时,算法对干扰源定位精度

(下转第295页)

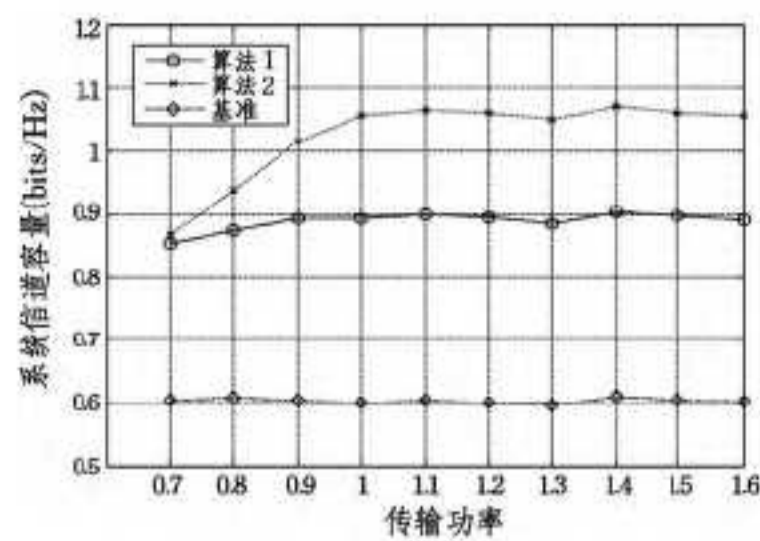


图3 系统信道容量与传输功率关系图(比吸收率限制为 2W/kg)

**结束语** 本文研究了适用于多天线上行系统中比吸收率约束下的预编码设计。根据文献[7]提出的比吸收率模型,基于等增益预编码机制,提出了两种新颖的在比吸收率限制下的预编码和传输功率设计机制。两种算法不仅实现了比吸收率在最大允许范围内,而且提升了系统信道容量,最重要的是,将比吸收率约束提前到系统设计中,减少了后期对比吸收率的评估依赖。但本文假定用户具有理想信道信息,因此在非理想信道信息下比吸收率约束的预编码机制是下一步的研究方向。

### 参考文献

[1] 3GPP TS 36.300 V11.6.0 Evolved Universal Terrestrial Radio

(上接第 275 页)

较高。我们将其作为迭代终止的标准。

C. 在实验中圆的半径和每一次迭代中圆心移动的距离选取对定位结果的影响较大,因此它们的选取对最终定位精度至关重要。本文中,经过反复试验,选取不同参数,并记下每次实验的结果,得到在迭代中选取圆的半径,圆心移动的长度为 20:1 较为合理。

**结束语** 布朗最小二乘三角定位对方位角是很敏感的,而虚拟力迭代法中信号源的传输范围计算很困难。布朗最小二乘三角定位的定位精度非常依附于方位角的精确度。虚拟力迭代法是利用一个圆形区域来估算真实干扰区域并反复移动圆形区域,迭代终止后的圆形区域的中心就是定位最终结果,但该方法没有分析质心定位的精度以及对原始数据进行处理,因此该方法并没有用于实际应用。为了解决这些问题,我们提出了一种基于方位角和网络拓扑的定位方法。此方法通过引入方位角误差权值对方位角进行剔除和修正,使得方位角的稳定性和准确性更高,用布朗最小二乘三角定位的定位结果作为迭代开始的初始信号源坐标更加合理,通过反复试验,根据实际情况我们给出了如何确定初始圆形区域的中心、迭代中圆形区域的半径以及圆的半径与圆心移动的长度的比值,最后也给出了实际应用中迭代终止的标准,使得该定位方法能够有效、准确地用于无线电智能监测系统中对干扰源进行定位。

本文仅仅提出了针对一个干扰源的定位方案,接下来的工作将针对电磁环境更加复杂和同时多个干扰源的情况进行研究。

### 参考文献

[1] 李婧,龚晓峰,张焯,等. 一种改进的 TDOA 概率定位算法及应用[J]. 四川大学学报,2010,47(3):515-519  
 [2] Wood A, Stankovic J, Son S. A jammed-area mapping service for sensor networks[C]// The 24th IEEE Real-Time Systems Sym-

posium, 2003:286-297  
 [3] Want R, Hopper A, Falcao V, et al. The active badge location system[J]. ACM Transactions on Information Systems, 1992, 10(1):91-102  
 [4] Bahl P, Padmanabhan V N. RADAR: An in-building RF-based user location and tracking system[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Communications, 2000: 775-784  
 [5] Chen Ying-ying, Francisco J, Trappe W, et al. A practical approach to landmark deployment for indoor localization[C]// Proceedings of the Third Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks (SECON), 2006:365-373  
 [6] Liu Hong-bo, Chen Ying-ying, Liu Zhen-hua, et al. Localizing jammers in wireless networks[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications, 2009:1-6  
 [7] Cheng Tian-zhen, Li Ping, Zhu Sen-cun. An algorithm for jammer localization in wireless sensor networks [C]// The 26th IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications (AINA), 2012:724-731  
 [8] 郝才勇,刘恒,刘宏立. 基于 TDOA 的卫星干扰源定位方法的研究[J]. 重庆邮电大学学报,2012,24(4):442-446  
 [9] Poisel Richard A. Electronic Warfare Target Location Methods [M]. 屈晓旭,罗勇,等,译. 北京:电子工业出版社,2008:26-28  
 [10] Brown R M. Emitter Location Using Bearing Measurements from a Moving Platform NRL Report 8483 [R]. Washington, DC:Naval Research Laboratory,1981  
 [11] Poisel P A. Introduction to Communication Electronic Warfare System [M]. Norwood: Artech House,2002:384-388  
 [12] 肖秀丽,唱亮. 测向交会定位精度分析[J]. 中国无线电,2011,6(4):51-53  
 [13] 周鸿顺. 频谱监测手册[M]. 北京:人民邮电出版社,2006:232-238

Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN); Overall description[S]. 2013  
 [2] 赵竞,许士君,齐殿元. 多天线同时发射设备电磁照射(SAR)测试研究[J]. 现代电信科技,2012,12:26-32  
 [3] 刘晓勇,阙润田,刘佳. 带有多发射机和多天线的手机比吸收率评估方法[J]. 电波科学学报,2011,26:150-153  
 [4] SAR evaluation considerations for handsets with multiple transmitters and antennas[R]. Tech. Rep. KDB648474. Federal Communications Commission,2008  
 [5] Douglas M, Okoniewski M, Stuchly M. A planar diversity antenna for handheld PCS devices[J]. IEEE Trans. on Veh. Technol., 1998,47(3):747-754  
 [6] Mangoud M, Abd-Alhameed R, McEwan N, et al. SAR reduction for handset with two-element phased array antenna computed using hybrid mom/fdtd technique[J]. Electronics Letters,1999, 35(20):272-275  
 [7] Chim K, Chan K, Murch R D. Investigating the impact of smart antennas on SAR[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation, 2004,52(5):1370-1374  
 [8] Love D J, Jr Heath R W. Equal gain transmission in multiple-input multiple-output wireless systems[J]. IEEE Trans. Comm., 2003,51(7):1102-1110