

三元比较模型

胡晓芳

陈廷槐

(19)

计算机科学1995 Vol. 22No. 4

79-81, 74

三元比较模型中若干问题的研究

蔡兵 杨晓帆 陈廷槐
(重庆大学计算机研究所 重庆630044)

TP307

摘要 The paper proposes a new triple comparison model, and studies four problems based on the model: characterization problem, diagnosability problem, diagnosis problem and optimal design problem.

关键词 System-level fault diagnosis, Comparison model, Diagnosability, Diagnosis algorithm, Test graph.

随着网络以及多处理机系统应用的日益普及,这些系统的维护问题也越来越突出。系统级故障诊断为系统的维护提供了重要的理论基础,它的基本思想是:首先让系统中的处理机互相测试,然后对测试结果进行分析,找出故障处理机。

为了有效地研究诊断,必须依据实际情况对测试结果作一定的假定,不同的假定产生了不同的测试模型。自从 Preparata 等^[1]提出系统级故障诊断概念以来,人们研究得最多的主要是 PMC 模型(二元测试模型)^[1,2]和 Chwa & Hakimi 模型(二元比较测试模型)^[3]。基于这两个模型的特征问题、可诊断性问题、诊断问题和最优设计问题均已解决^[4,5]。为了在通过比较完成测试的系统中进行分布式自诊断,Maeng 和 Malek^[6]提出了三元比较模型(亦称 MM 模型),基于此模型, Sengupta 等^[10]研究了前三个问题。

在本文中,我们提出了一种新的三元比较模型,MM 模型可作为此模型的一个特殊情形,基于此模型,我们研究了上述四个问题。

一、术语和符号

本文假定只发生永久故障。我们用集合 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 的元素表示组成系统 S 的 n 个结点机,其中每个 $u_i \in U$ 可以控制任二个与它有直接物理链路相连的结点机进行比较测试。 S 中的全体比较测试用一个简单无向图 $G = (U, E)$ 表示,其中 $E = \{(i, j)_k | \text{在 } S \text{ 中存在由 } u_k \text{ 控制的 } u_i \text{ 与 } u_j \text{ 之间的比较测试}\}$, G 被称为 S 的测试图。对于每条边 $(i, j)_k \in E$,都有一个相应的测试结果 a_{ijk} , S 中全体测试结果

被称为 S 的症候。

定义1 设 S 是一个系统。(1)如果 $U - U_1$ 是 S 中所有无故障结点机的集合,而 U_1 是所有故障结点机的集合,则 $(U - U_1, U_1)$ 被称为 S 的一个故障模式。(2)对于 S 的二个故障模式 $(U - U_1, U_1)$ 和 $(U - U_2, U_2)$,如果 $U_1 \neq U_2$,则它们被称为 S 的二个相异故障模式。(3)如果 $(U - U_1, U_1)$ 是 S 的一个故障模式且 $|U_1| \leq t$,则 $(U - U_1, U_1)$ 被称为 S 的一个 t -故障模式。

定义2 一个系统(的测试图)是一步 t -可诊断的,指系统中任二个相异的 t -故障模式都不可能产生相同的症候(亦即系统中的所有故障结点机都能被识别)。

在系统级故障诊断中,问题的研究离不开测试模型,不同的测试模型反映了实际系统中采用的不同测试方法。对于每种测试模型,都存在如下四个需要解决的基本问题^[11]:

(1)特征问题:给出可诊断系统所应具备的特征,即:可诊断系统所应满足的充分必要条件。

(2)可诊断性问题:判定一个系统是否是可诊断的。

(3)诊断问题:给定一个系统及症候,识别系统中的故障结点机。

(4)最优设计问题:设计一个可诊断且测试边数最少的系统。

对于某个测试,给定参与此测试的三个结点机的状态,不同的三元比较测试模型可能假定不同的测试结果。为了使测试结果的假定更接近实际情况,我们提出了一种新的三元比较模型(本文中称为一

般三元比较模型)。在此模型中,一个结点机 u_k 将同一任务分配给任两个与它有直接物理链路相连的结点机 u_i 和 u_j , u_i 和 u_j 分别独立地执行这个任务并将执行结果返回给 u_k , u_k 将这两个结果进行比较,如果相同,则 $a_{ijk}=0$; 否则, $a_{ijk}=1$ 。并且,此模型(如表1所示)假定只有当 u_k 是无故障时, a_{ijk} 才是可靠的; 否则, a_{ijk} 是不可靠的,它与 MM 模型的差别主要是在 u_k 为无故障而 u_i 和 u_j 均为故障这种情形下对测试结果的假定,前者假定为任意值而后者假定为1。

表1

$a_{ijk} \backslash (u_i, u_j)$	(+, +)	(+, -)	(-, +)	(-, -)
u_k				
+	0	1	1	0/1
-	0/1	0/1	0/1	0/1

+ 表示无故障状态 - 表示故障状态

给定一个测试图 $G=(U, E)$ 和任一顶点 u_i , 定义 $G_i=(X_i, Y_i)$ 如下: $X_i=\{u_j | \{i, j\} \in E\}$, $Y_i=\{\{j, k\} | u_j, u_k \in X_i \text{ 且 } \{i, j\} \in E\}$ 。

定义3 给定一个测试图 $G=(U, E)$, 对于任一顶点 $u_i \in U$, G_i 的最小顶点覆盖集的铁被称为 u_i 的阶。

对于某个顶点集合 $X \subset U$, 令 $T(X)=\{u_i | \{i, j\} \in E \text{ 且 } u_i, u_j \in X\} - X$ 。

定义4^[12] 给定一个简单无向图 $G=(U, E)$ 。(1)一个子集 $U' \subseteq U$ 被称为一个顶点覆盖集,是指 E 中每条边都至少有一个顶点在 U' 中。(2) G 中规模最小的顶点覆盖集被称为最小顶点覆盖集。

本文中的其它图论术语和符号见文[12]。

二、可诊断系统的特征

为了在通过比较进行测试的系统中完成分布式自诊断,必须知道基于三元比较模型的可诊断系统的特征。下面我们给出基于一般三元比较模型的一步 t -可诊断系统的特征:

定理1 一个系统 S (的测试图) 是一步 t -可诊断的, 当且仅当对于任二个相异的 t -故障模式 $(U-U_1, U_1)$ 和 $(U-U_2, U_2)$, 在 $U-U_1-U_2$ 与 $(U_1-U_2) \cup (U_2-U_1)$ 之间至少存在一条边 $\{i, j\} \in E$ 满足: $u_k \in U-U_1-U_2$ 。

证明: 必要条件(反证法)。假设 S 是一步 t -可诊断的, 但对于某二个相异的 t -故障模式 $(U-U_1, U_1)$ 和 $(U-U_2, U_2)$, 在 $U-U_1-U_2$ 与 $(U_1-U_2) \cup (U_2-U_1)$ 之间不存在边 $\{i, j\} \in E$ 满足: $u_k \in U-U_1-U_2$ 。此时, 对于每条边 $\{i, j\} \in E$, 存在如下一个症候(如图1所示):

(1)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U-U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=0$;

(2)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=0$;

(3)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U_2-U_1$, 则 $a_{ijk}=0$;

(4)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U_1 \cap U_2$, 则 $a_{ijk}=0$;

(5)如果 $u_k \in U_2$ 且 $u_i, u_j \in U_2-U_1$, $u_j(u_i) \in U-U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=0$;

(6)如果 $u_k \in U_1$ 且 $u_i, u_j \in U_1-U_2$, $u_i(u_j) \in U-U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=0$;

(7)如果 $u_k \in U-U_2$ 且 $u_i, u_j \in U_2-U_1$, $u_i(u_j) \in U-U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=1$;

(8)如果 $u_k \in U-U_1$ 且 $u_i, u_j \in U_1-U_2$, $u_i(u_j) \in U-U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=1$;

(9)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U-U_1-U_2$, $u_j(u_i) \in U_1 \cap U_2$, 则 $a_{ijk}=1$;

(10)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U_2$, $u_j(u_i) \in U_1-U_2$, 则 $a_{ijk}=1$;

(11)如果 $u_k \in U$ 且 $u_i, u_j \in U_1$, $u_i(u_j) \in U_2-U_1$, 则 $a_{ijk}=1$;

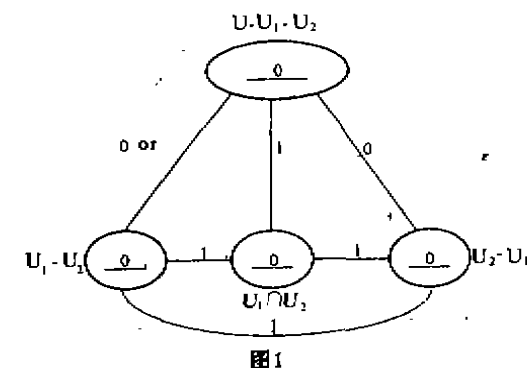


图1

对于此症候, $(U-U_1, U_1)$ 和 $(U-U_2, U_2)$ 都可能是产生它的 t -故障模式, 这与 S 是一步 t -可诊断的假设矛盾。因此, 对于任二个相异的 t -故障模式 $(U-U_1, U_1)$ 和 $(U-U_2, U_2)$, 在 $U-U_1-U_2$ 与 $(U_1-U_2) \cup (U_2-U_1)$ 之间至少存在一条边 $\{i, j\} \in E$ 满足: $u_k \in U-U_1-U_2$, 必要性得证。

充分条件, 设在系统 S 中, 对于任何两个相异的 t -故障模式 $(U-U_1, U_1)$ 和 $(U-U_2, U_2)$, 在 $U-U_1-U_2$ 与 $(U_1-U_2) \cup (U_2-U_1)$ 之间至少存在一条边 $\{i, j\} \in E$ 满足: $u_k \in U-U_1-U_2$ 。不妨设在 $U-U_1-U_2$ 与 (U_1-U_2) 之间至少存在一条边 $\{i, j\} \in E$ 满

足: $u_k \in U - U_1 - U_2$ 。当第一个故障模式发生时, $a_{ik} = 1$; 而当第二个故障模式发生时, $a_{ik} = 0$ 。因此, 任何两个相异的 t -故障模式不可能产生相同的症候。即: 系统 S 是一步 t -可诊断的。充分性得证。 $\square$

尽管定理1给出了一个直观的充分必要条件, 但欲由此充分必要条件解决基于本文模型的一步 t -可诊断性问题, 却有相当的难度。因此, 在下面推论中, 我们给出了一个帮助验证的充分条件。

推论1 系统 S 是一步 t -可诊断的, 如果下列条件成立:

- (1) $n \geq 2t + 2$;
- (2) 每个顶点的阶至少为 t ;
- (3) 对于每个 $X \subset U$, 如果 $|X| = n - 2t + p$ 且 $0 \leq p \leq t - 1$, 则 $|T(X)| \geq p$ 。

证明: 此结论可由定理1立即得证。 $\square$

在实际系统中, 大多数情况下故障是一个接一个地顺序发生, 而故障诊断是如下一个重复执行的过程: 识别一个故障, 然后在下一个故障出现前重组系统。基于这个事实, Soman^[7]提出了顺序 k/t -可诊断系统的概念, 其中 $1 \leq k \leq t$ 。

定义5^[7] 一个系统 S 是顺序 k/t -可诊断的, 如果如下条件满足: (1) 故障顺序出现; (2) 同时出现故障的结点机数不超过 k ; (3) 一个故障结点机集被诊断出且在新故障出现前, 系统被重组; (4) 故障结点机数不超过 t 。

由上述定义可知: 当 $k = t$ 时, 顺序 k/t -可诊断即为一步 t -可诊断, 前者是后者的一个合理推广。下面给出顺序 k/t -可诊断系统的特征。

定理2 一个系统 S (的测试图) 是顺序 k/t -可诊断的, 当且仅当在每个规模大于等于 $n - t + k$ 且小于等于 n 的子集 $U' \subseteq U$ 中, 对于任二个相异的 k -故障模式 $(U' - U_1, U_1)$ 和 $(U' - U_2, U_2)$, 在 $U' - U_1 - U_2$ 与 $(U_1 - U_2) \cup (U_2 - U_1)$ 之间至少存在一条边 (i, j) , $i \in U'$ 满足: $u_i \in U' - U_1 - U_2$ 。

证明: 由定理1及定义5, 立即得证。 $\square$

三、诊断算法

研究三元比较模型的目的, 就是为了实现以比较模型为基础的分布式自诊断。下面介绍一个基于一般三元比较模型的分布式自诊断算法。

将系统 S 中的 n 个结点机定序如下: $u_0, u_1, \dots, u_{n-1}$ 。设系统 S 中每个结点机 $u_k \in U$ 与 t 个排在其前以及 $t+1$ 个排在其后的结点机存在物理链路直接

相连, Γ_{u_k} 表示由所有这样的结点机组成的集合。对于每对 $u_i, u_j \in \Gamma_{u_k}$, u_k 控制它们进行比较测试; 并且根据测试结果, 找到一个规模大于等于 $t+1$ 的子集 $U^k \subseteq \Gamma_{u_k}$ 且对于每对 $u_i, u_j \in U^k$, $a_{ij} = 0$, u_k 将它的测试结果信息 U^k 发送给每个结点机 $u_i \in U^k$ 。

系统 S 中的每个结点机 $u_k \in U$ 依据自己的以及收到的来自其它结点机的测试结果信息, 独立地完成诊断, u_k 处的诊断算法如下:

1. $F \leftarrow \Phi$;
2. For $i = k+1 \pmod n$ to $n+k-1 \pmod n$ do
if $u_i \in U^k$ then $U^k \leftarrow U^k \cup U^i$;
3. $F \leftarrow U - U^k$ 。

此算法的正确性由定理3保证。

定理3 在故障结点机数不超过 t 的条件下, 对于 S 中每个无故障结点机 $u_k \in U$, 执行上述诊断算法后, F 是故障结点机集。

证明: 由于如下两条件成立: (1) 对于每对 $u_i, u_j \in U^k$, $a_{ij} = 0$; (2) $|U^k| \geq t+1$, 当 u_k 是无故障结点机时, 由一般三元比较模型及 t 的定义可知: U^k 中的结点机也全是无故障的。并且, 对于系统 S 中的每个无故障结点机 $u_k \in U$, $\Gamma_{u_k} = \{u_{k-1}, u_{k-1+t}, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_{k+1+t}\}$ (其中的下标运算均为模 n 运算)。由 U^k 的初始构造可知: 当此诊断算法的第二步执行完后, U^k 包含了 S 中的所有无故障结点机。因此, 由 U^k 导出的 F 是故障结点机集。 $\square$

为了完成上述诊断算法, 系统中的每个结点机需要处理 $C_{n+1}^{2t+1} = 2t^2 + t$ 个比较测试。因此, 系统总共需要处理 $2nt^2 + nt$ 个比较测试。并且, 此算法的时间复杂性为 $O(n)$ 。

四、可诊断系统的最小测试数

在系统级故障诊断中, 诊断所需的测试数是诊断开销的一个组成部分。为了降低诊断开销, 应尽可能减少测试数。最优可诊断系统是指测试边数最少的可诊断系统。在本节中, 我们将给出一般三元比较模型下最优一步 t -可诊断系统的测试边数的界。

引理1 在一个一步 t -可诊断系统中, 每个顶点的阶至少为 t 。

证明: (反证法) 假设一步 t -可诊断系统 S 中存在一个阶小于等于 $t-1$ 的顶点 u_i , 那么 G_i 的最小顶点覆盖集的铁小于等于 $t-1$ 。设 U_i 为 G_i 的最小顶点覆盖集。令 $U_1 = U_i$, $U_2 = U_1 \cup \{u_i\}$ 。显然, $|U_1|$,

(下转第74页)

性的那些任务,要确定受试者在自适应系统下的效率是否高于类似的非自适应系统。在下结论之前,应首先回答下述问题:

1) 系统是否按预定方案运行?给定任何用户输入后,设计者应能预测系统的响应。

2) 自适应系统运行的假设基础是否有效?尽管在开发初期验证假设基础是正确的,但还是有必要在系统构造好后对所作的假设的合理性进行重新验证。

3) 系统是否是自适应的?需要收集来自用户的数据,以确定系统是否根据用户的变化而改变响应。

4) 系统是否达到设计要求?尽管在某些情况下,如果系统具有自适应性,它就已达到设计要求,但在其它情况下,则并不一定能达到要求。因而,要通过实验来评测系统是否满足了设计要求。

5) 用户是否喜欢自适应系统?即使自适应系统优于非自适应系统,但由于其它原因,用户也可能偏爱非自适应系统。例如,用户能预测到非自适应系统的响应,却不能预测自适应系统的响应,这就可能成为他们不喜欢自适应系统的一个原因。

7. 结束语

评价对于人机界面设计而言,是一关键的、不可缺少的重要环节;对于自适应系统的设计,也宜采用重复的“设计-建造-评价”循环过程,且应尽早进行评价。

建立自适应人机界面有几个潜在的不利方面,最明显的就是自适应系统会额外地增加系统的复杂性;自适应系统因易于使用而带来的好处,可能还不能补偿因监视用户交互作用并进行适当修改而需要的系统额外开销。另一个弱点是系统缺乏可预测性。传统的界面是静态的、一致的,而自适应界面将根据对用户需求的理解而改变界面以适应用户,此时界面的响应是不一致的;即使用户所作的响应与上次完全一样,界面响应也有可能改变,这就可能使用户感到困惑。

迄今为止,所开发的自适应界面均为实验性质,评价表明其性能尚不及类似的静态界面。很明显,自适应性是潜在的、非常有用的系统特色,但仍有许多问题有待研究。(参考文献共30篇略)

(上接第81页)

$|U_2| \leq t, U_1 \subset U_2$ 且 $U_2 - U_1 = \{u_i\}$, 因为 S 是一步 t -可诊断系统,由定理1可知:在 S 中存在测试边 $\{i, j\}_k \in E$ 满足 $u_i, u_k \in U - U_2$, 再由 G_1 的定义可知: $\{j, k\} \in Y_1$. 由于 U_1 是 G_1 的顶点覆盖集, u_j 或 $u_k \in U_1$, 即 u_j 或 $u_k \in U_2$, 这导出一个矛盾。因此, S 中每个顶点的阶至少为 t 。□

引理2 如果系统中每个顶点的阶至少为 $2t$, 则该系统是一步 t -可诊断的。

证明: (反证法) 对于系统 S 中任二个相异的 t -故障模式 $(U - U_1, U_1)$ 和 $(U - U_2, U_2)$, 设 $u_i \in (U - U_2) \cup (U_2 - U_1)$ 。假设 S 不是一步 t -可诊断的, 由定理1可知: S 中不存在测试边 $\{i, j\}_k \in E$ 满足 $u_i, u_k \in U - U_1 - U_2$, 即只可能存在测试边 $\{i, j\}_k \in E$ 满足: $\{u_i, u_k\} \cap (U_1 \cup U_2) \neq \emptyset$ (空集合)。所以, G_1 中的每条边至少有一个顶点在 $U_1 \cup U_2 - \{u_i\}$ 中。由 $|U_1|, |U_2| \leq t (|U_1 \cup U_2| \leq 2t)$ 可知: G_1 中存在秩不超过 $2t-1$ 的顶点覆盖集, 即 u_i 的阶不超过 $2t-1$, 这导出一个矛盾。因此, S 是一步 t -可诊断的。□

定理4 由 n 个顶点组成的最优一步 t -可诊断系统的测试边数 Y 是 $\theta(nt)$ 。

证明: 由引理1和2可知: 不等式 $[nt/2] \leq Y \leq 2nt$ 成立, 所以 Y 是 $\theta(nt)$ 。□

五、结束语

基于一般三元比较模型, 本文给出了一步 t -可诊断系统和顺序 k/t -可诊断系统的特征, 以及判定一个系统是否是一步 t -可诊断的充分条件。并且, 还给出了一个所需测试数为 $2nt^2 + nt$ 且时间复杂度为 $O(n)$ 的分布式自诊断算法, 以及最优一步 t -可诊断系统的测试边数的界。

在本文模型下, 下面三个问题还有待进一步研究:

- (1) 可诊断性问题的时间复杂性;
- (2) 适用于更一般的一步 t -可诊断系统的多项式时间诊断算法;
- (3) 最优一步 t -可诊断系统的设计方案。

从上述对一般三元比较模型的讨论中, 我们可以看到三元比较模型中的问题的难度要大于二元比较模型。其实, 在很多判定问题中也存在类似情况。例如, 二元满足性和二维匹配问题均可在多项式时间内解决, 而相应的三元满足性和三维匹配却是 NP 完全的^[11]。(参考文献略)