

专家系统 知识研究 历史成果 批判 继承

20-24/19 关于知识研究的历史成果之批判与继承

金雅芬

TP18

(中国科学院数学研究所 北京 100080)

摘要 This paper presents some useful results to AI excavated from the research of cognition theory in philosophy field. Based on the traditional theory of truth and the discussion of nature of knowledge and criteria of truth, I have derived the idea that knowledge can be separated into three parts—objective constituent, subjective constituent and the consistence between the both. Here I have empirically studied the subjective constituent—belief.

关键词 Cognition theory, Criteria of truth, Knowledge, Consistence, Objective fact, Subjective belief.

1. 知识研究的历史与现状

1.1 从哲学领域开始

早在古希腊时期,哲学家就已经开始研究探讨有关知识的种种问题了,因此在哲学领域蕴藏着丰富的研究成果,历代哲学家的许多思想,至今仍具有重要的参考价值。例如,古希腊的哲学家苏格拉底(公元前469—399年)对知识就有很精辟的认识,他把知识看成是具有不同真实等级的见解,有假的意见,无知识,正确知识和完全知识,并认为严格地加以区分,要么完全无知,要么完全知道的作法与常识不符,也是引起悖论的原因,因为人的知识可能处在无知与全知之间的中间状态。这种认识恐怕是对信息不完全的问题和客观事物存在中介过渡性的思想最早的阐述。

另外,700年前,西班牙哲学家雷蒙德·卢禄就想发明“思维的机器”,他是通过概念组合和判断组合的办法产生知识,尽管他的方法存在许多问题,但是他的思想对莱布尼兹创造符号逻辑有重大的影响。我用这两个例子是想说明哲学宝库中有许多代人积累下来的思想的珍宝,等待我们去挖掘。无视这一事实,将会导致一些重要问题在AI领域迟迟得不到认识或者重复研究的情况,影响AI研究的进程。

1.2 在AI以“知识为中心”的研究时候

与哲学领域认识论研究的漫长历史相比,AI领域研究知识的历史,还只是一个短短的序幕,无论在研究的广度与深度上还是在系统性方面都无法与前者相比,但是AI研究者勇于实践,大胆创新的精神,令哲学家们刮目相看,赞赏不已,因为AI研究者在短短三十多年的历史中,干了哲学家们想了几百年而未实现的事,证实了制造思维机器是可能的。

提出专家系统思想的最大贡献就是它使人们对知识在智能的人工实现中的作用开始有所认识,AI研究的中心因此从推理逐步转向知识。按说在以知识为中心的研究时期中,AI应当对知识的理论研究有较大的突破与进展,然而实际情况却是AI领域对许多问题,如知识的成分与分类方法等尚未进行充分研究,关于知识的基础研究是如此的薄弱和不系统,甚至连一个可操作的知识的定义都没有。“知识是经过分类,组织,加工过的信息”的定义,既没有揭示知识的内涵,即本质与性质,也没有说明为什么经过分类,组织,加工的信息就一定是知识。要是分类加工的方法有错误,不符合逻辑法则也能得到知识吗?因此这个定义是不能令人满意的,在这一点上倒是亚里士多德更严谨一些,他认为“知识是人的思维运用三段论推理进行论证而获得的”,虽然他把由其它方式获得的知识排除在外,但至少说明古希腊哲学家已经懂得“只有正确的方法,才能获得真实的知识”这个道理,并能把知识的正确性、可靠性与产生方式相联系。这一点却没有引起AI研究者充分的注意。AI研究的内容大多还是比较肤浅、表层的。在有关知识的一些基本问题上,AI领域缺少像哲学领域认识论那样的深入研究,我们要研究知识,就不能不参考研究知识的历史与结果。

2. 哲学成果的批判继承

在哲学领域存在两种研究知识的途径,一是从方法论的角度,研究知识的结构,产生与加工的方法及解释的方式等问题;二是从认识论的角度,集中研究以下三类问题:(1)知识的性质;(2)认识的证实或知识的标准;(3)认识经验与认识对象之间的关系。由于对这些问题所持观点不同,形成了不同思想派

别的认识理论。围绕这些基本问题,近代哲学家们展开了一场持久的论战,陷入这场哲学的争论之中,是我们所不希望的,但是要完全地避开这场争论又是不可能的,因为这些问题与 AI 研究的内容是密切相关的(一些 AI 研究者对此尚未认识到)。因此,唯一的办法就是采取像批判实在主义那样的做法,明确表示自己的观点,并把有用的思想吸收到 AI 的理论中来。

2.1 由真理标准的讨论导出的认识

知识的性质始终是认识论关注的主要问题,因此在这方面哲学家为我们提供了许多有价值的思想。

知识有许多性质,其中最重要的是真理性、有效性、相对性、可积累性和可表示性等。哲学家讨论最多的是真理性的问题,对于什么是真理,真理的标准是什么?不同思想派别的哲学家有他们自己的理解与观点。

唯心主义哲学家布拉德雷认为:“真理是宇宙的理想表达,既前后一致又包罗万象”,他还坚持真理的标准是“智力满足”,当代唯心主义的代表布兰夏德则更加明确地指出:“首尾一致,不仅是对真理的鉴别,而且是真理的性质。”鲍桑葵的观点是“真理就是接近实在,就是在观念中尽可能多地领悟实在。”这与实在主义的代表罗杰斯的认识:“真理是观念与实在之间的一致”是很接近的。

从唯心主义走向实在主义的罗素指出:“真理是信念或可能的信念与事实的一致,”还说“真理是一种信念与一个或更多事实之间的一种联系,而不是信念与信念的联系。”培里也把真理看成是信念与事实的关系。

实用主义的代表詹姆斯指出:“真的观念就是我们能够同化的,能使之生效的,能确定和证实的。假的观念就是不能这样的。”他认为如果把传统的真理学说包含三个要素,即认识、实在和真理,换成证实理论只需要两个要素,实在与认识或证实就够了,因为证实本身就是真理。简单地说,实用主义的真理观就是“真理是有用或有效的东西”。

我从各种派别的认识论中选择出这些有代表性的观点,是为了说明哲学界在真理的标准上存在一些分歧,但只要我们把这些观点与各派的基本主张相联系,就不难理解为什么他们会有不同的真理标准。

主观唯心主义把首尾一致和智力满足当作真理的标准,那是因为他们认识论的信条是“认识的客体,无论是它的存在还是它的性质都依赖于认识主体和认识过程。”就连唯心主义者布莱特曼也承认:

“一个真的命题是与真情实况相符合的命题。”希尔对此进行解释说:“但由于我们不具有独立的事实,符合不可能是真理的标准。唯一能够适当地鉴别真理并且能够公正地对待其它鉴别方法中的有效成份的标准是首尾一致的鉴别,它包括相容性和综合性。”他又批评地指出:“客观实在永远不能光由观念间的一致性来揭示,而须要观念与事实的适当对应”。由此可见唯心主义的真理标准带着强烈的主观主义的色彩,但在他们的认识论中也有一些积极的成分,如他们认为“认识论包含一种不能归于客体的能动经验,并强调这种能动性在认识中的重要作用,这是应当肯定的,值得重视的。”

实在主义坚决反对“认识对象依赖认识经验或认识过程”的唯心主义信条,他们赞成“客体独立性”的理论。新实在主义正确地坚持“客体独立于认识过程”的主张,但是在客体与理念的关系上是一元论的,迫不得已他们只好承认“独立的客体,由于它们被认识,所以和认识经验暂时是同一的”。这样客体的独立性就被他们自己破坏了,使他们陷入了困境的正是一元论。

批判实在主义吸收了唯心论与实在论中的合理成分,他们坚持:(1)客体独立性的理论;(2)认识包括能动的经验,它不能被客体吸收;(3)认识包括独立于认识的客体。他们不仅在认识对象与认识者的关系上是二元论的,而且在理念与客体的关系上也是二元论的。他们把一致性当作真理的主要成分和连接主客观双方的纽带,并不赞成二元论“观念,客体各不相同,互不相干”的观点。

哲学家们的研究成果已经为我们的研究打下了基础,现在我们可以构造 AI 所需要的理论了。由传统的真理学说中包含三大要素,能够导出构成知识的三大要素:(1)客观事实;(2)主观信念;(3)主观信念与客观事实之间的一致性关系,即:

知识 = 客观事实 + 主观信念 + 主观信念与客观事实之间的一致性关系

人们通常所说的知识,就是这样一种复合物。那么这三种成分对于构成知识是必要的吗?我们来看“万有引力”这个客观事实,在牛顿没有发现之前就已存在,但直到被牛顿认识之后才成为知识。客观存在的事物比我们已认识的事物要丰富得多,它们之中未被认识的那部分显然不属于知识之列。再说信念,它如果没有客观事实为基础,就只是一种期望,一种精神寄托或是一种猜想,是不能算作知识的。像“鬼神与上帝同在”的信念,是不能与知识同论的。对于一致性关系是否是知识的成分的问题,我们通过一个例子就可弄清楚。假定客观事实是真实的雪花,

“雪花是六角形的”为信念一，“雪花是三角形的”为信念二。信念一与客观事实有一致性关系，它是一个知识；而信念二是谬误，因为它与客观事实不符，两者之间的差别就在于信念与客观事实是否有一致性关系。这里要强调的是，当主观信念与客观事实的一致性关系被部分或完全证实之后，它才成为知识的。这说明一致性是知识的必要成分，内在之物。批判实在主义甚至认为“在真理中除了一致性关系之外，其它东西占不了多少位置”。

此外，认识、知识、真理这三者的差别，也在于一致性证实程度的不同。认识是它与客观事实的一致性尚未证实，知识是其一致性已被部分（在一定范围内）证实，而真理则是其一致性已被完全证实。在AI研究者还没有想到要对知识这种复合物进行成分分析的时候，已有一些哲学家在考虑这个问题了。

2.2 知识成分的研究

在哲学领域曾经有一些哲学家对知识的成分进行过研究，例如，布兰夏德说：“直接经验无疑是认识的必要成分，理念就建筑在它上面。”詹姆斯对知识的成分也进行过专门的研究，他认为认识的主要成分有直接经验、概念、信念及其组合。罗素也曾提出，把知识分为逻辑成分（概念、判断等）与非逻辑成分（感觉、直觉等），因为感觉与直觉是不受逻辑法则制约的。

先验论，二元论的代表康德也主张从主客观两个方面考虑知识的真理性问题，他把知识分为三种情况：

(1) 意见是不仅主观上而且客观上都不充分承认其为真的判断；

(2) 信念是承认一个判断为真，有足够的主观方面的根据，而同时认为客观方面的根据不足；

(3) 知识是主观上和客观上对一个判断都充分承认其为真。

虽然我不完全同意这种划分的方法，但从主客观两个方面考察知识的思想，是值得借鉴的。希尔在解释亚里山大的观点时指出：“真理，虽然绝不纯粹是主观的，但也不完全是客观的。它必须根据一种‘主体-客体理论’来解释。在这种理论中，主客体双方对于整体来说是基本的。只靠信念本身不能构成真理，只靠事实本身也不能构成真理。”

这里我提出，对知识可进行主客观成分分析和一致性检验的思想，完全是受这些哲学家的思想的启发，目的是要分别对它们进行研究。客体独立性理论和主张客体与理念之间有严格的区分的二元论，保证了我们能够对知识这种复合体进行分解。同时客体不依赖于认识者，不随认识主体的变化而改变

的性质告诉我们，研究的重点可放在主观信念和一致性上。

2.3 知识成分的作用与关系

为了说明知识的这三种成分的作用与相互关系，我们先来看一个例子。假设有一位需要接受肾脏移植手术的病人，在不同医院就诊时，三位医生分别对他说了下面的话：

A：我们对肾脏移植手术的成功，有很大的把握。

B：我们对手术成功有很大的把握，因为我们已经成功地做过一例这样的手术。

C：我们对手术成功有一定的把握，因为我们已经成功地做过30多例这样的手术。

我们设想一下病人会有什么反映，并作如下观察：

1) 有无客观信息之间的差别 这三句话有不同的感染力，感染力最强的是C的话。尽管他只是说有一定的把握，但是“已成功地做过30多例这样的手术”事实，具有更大的说服力。它表明该院做这种手术已积累了一些经验。对于无客观信息的A的话，如果病人对该院医生的医术高明早有耳闻，有旁证材料，他或许会相信这句话。要是他听到过与信念相反的事实即手术失败的情况，他可能根本不相信这句话。假如他对医生的医术一无所知，信念只有微弱的支持—良好的愿望，然而愿望是不能代替事实的。病人听了B的前半句话，可能会感到手术成功希望很大，但在听了后半句话之后，就会感到希望变小了，因为“成功地做过一例”这个事实本身，就说明了一些问题，病人会想：“医生做这种手术的经验不足，能否保证我这次手术成功还很成问题”。

2) 不同认识主体之间信念的差异 从B、C的话中，我们看到不同人的自信心的强弱以及在处理问题的态度上（激进与保守）是有很大差异的，B比较乐观，他的自信心可能超过了他的医术，而C比较保守，说话留有余地，尽管他的医术是很高超的。

3) 主观信念与客观事实的一致性的作用 一致性是信念被接受与拒绝的前提。如果病人听到与A的话相反的事实，病人可能根本不相信A的话，这说明要是信念与事实不一致，信念就将被拒绝。在一致性没有被充分证实的情况下，B的信念被减弱后传递给病人。在信念与事实有较大的一致性的情况下，C的信念能够被其它人接受。日常生活中，人们之所以对专家的信念给予充分的重视，是因为专家的信念常常能在预期的经验中得到证实。这里主要的依据是专家的信念与客观事实有更大的一致性，专家的水平与资格只是信念接受时的一个参考。如

果不搞清楚这一点,就会走向反面。

4)不同认识主体之间信念的传递 信念从一个主体传递给另一个主体,并不像事实那样被无条件地接受,而是要经过一个分析判断与一致性检验的过程。一方面要看传递者的信念与事实的一致性,同时也要看,传递的信念与接受者掌握的事实和信念的一致性如何,因此信念的传递是有条件的。

从上述讨论中,我们可得出几点认识:(1)主观信念是建立在客观事实基础之上的。(2)主观信念需要客观事实的支持与证实。(3)客观事实对主观信念有校正作用(增强或减弱)。(4)不同认识主体的信念存在差异,造成差异的原因不仅是客观事实,还有其它因素的影响。(5)主观信念与客观事实的一致性对于信念的接受或拒绝起着决定性的作用。(6)不同认识主体信念的传递与交流是有条件的,要经过一致性检验与利益的权衡。

3. 信念的研究

3.1 什么是信念?

信念作为认识的一个重要成分,曾被许多哲学家研究过,因此我们可以参考他们的观点。按照布罗德的观点,每一个这样的信念都包括作为它的基本组成部分的“一定的可感觉的质”,“众多的肉体的感觉,情感”,“感觉者的直觉理解”以及参照等。罗素认为:信念可以被解释为一个“有机体状态的集合,这些机体状态是由于在整体上或部分地具有相同的外在参照物而结合在一起的”。“信念是一种由直接经验引起并表达直接经验的可靠的东西”。可以说“是由一种伴随肯定感的观念或印象”构成的。希尔说:“信念不仅是认识信奉的观念,还包含大量的利益和对未来经验的动态预言。”

由这些论述可知,信念是人的精神活动的产物,作为一种观念它要有外在参照物,而感知者本身也是信念产生的必要条件,没有人对客观事物的感知,也就没有信念。

3.2 信念的基础

当我们对一个陌生的星球的环境特点一无所知的时候,我们完全不能对“这个星球是否适于生物生存”的问题作出判断,就是说我们不能在一无所知的情况下建立我们的信念。另外我们每个人都有过在了解事实很少的情况下产生的信念,经过调查研究掌握了更多的事实之后,信念发生变化的经历。这些都说明客观事实是建立信念的基础,信念对它有极大的依赖关系。

除了在了解掌握的事实不同的情况下会产生信念的差异外,还有一种情况,就是在同样的事实下,

不同的专家的信念也会有差异。这在多个专家协作的系统和分布式专家系统的情况下是经常要遇到的。如何判断哪一个人的信念更可靠,判断的依据是什么?这就引导我们进一步去研究下面的问题。

3.3 信念对其它因素的依赖

“给定相同事实的情况下,不同个体的主观信念可能会存在差异”这一事实已被大多数人认识,但对是什么造成不同个体主观信念的差异?信念除了对客观事实有依赖关系外,它还受哪些因素的影响的问题,目前仍然是不十分清楚的,对此我进行了初步的探讨。

1)信念对人的感觉与判断能力的依赖 现实生活中有许多这样的例子能够说明,不同人的感知力与判断力存在着很大的差异。如一个有经验的技师能从汽车发动机的声音中,听出汽车的毛病在哪儿。侦探能从嫌疑者的言谈举止与神态,推断出谁是作案者,而一般的人则不能。

2)有时信念与利益是密不可分的 应当由哪个申办国主办2000年奥运会的问题,对于有投票资格的89名委员,他们基于相同的外在参照物(对各国的考察与情况介绍),却有不同信念,利益问题在其中起了决定性的作用。他们可以作出各种解释,但是谁也无法否认当一个信念与利益有关联的时候,利益成了左右人的信念的一个主要因素。

3)信念与人的知识范围与基础有关 古代没有天文知识的人,无法解释日食、月食这样的自然现象,才会产生像“天狗吞食月亮”这种幼稚可笑信念。任何新的发现,都要有一定的知识为基础。冯·诺伊曼创立博弈论是因为:他对数学思想的集合论基础的感知;对分析和几何的经典数学本质的理解与认识,发掘现代数学方法潜在威力的深刻的洞察力,正是这样广泛的知识背景,构成他的新思想的基础。

4)社会生活环境对信念的影响 有些信念是长期生活在一个社会环境下形成的,即信念与社会的性质、文明程度灌输的思想有很大的关系。北京人在纽约的种种感受正是说明了这个问题。在对待金钱与感情,竞争方式与良心等许多问题上,北京人与纽约人的信念存在很大的差异。这里我们不想讨论社会问题,只想说明大到社会小到家庭对人的信念有很大的影响。

5)感情与情绪对信念有很大影响 有充分证据表明,信念与感情与情绪有密切关系。在各种国际比赛中,两个国家比赛,通常是让第三国的裁判员当裁判。当法官或律师与一案件有牵连,通常要回避。这都说明当信念与感情交织在一起时,人们很难做到

不感情用事。

对于信念与情绪的关系,哲学家普赖斯认为:“情绪独自决不能单独产生信念,它总是针对在情绪之前就应该相信的某种事情。”即信念在情绪之前就已建立,但情绪对信念有强化或弱化的作用,这点是很明显的。如一个充满必胜信念的运动员在比赛时可超常发挥,而一个很不自信的运动员,在关键时刻会产生迟疑与动作失常。乐观的情绪能使病人战胜疾病的信心增强,悲观的情绪能使病人失去斗争的勇气。

6)信念与人的兴趣爱好,习惯也有关 人的兴趣爱好与习惯的不同,也会引起信念的差异。如“台球是最有吸引力的运动”,这个信念对球迷来说是不会接受的。像“早上头脑清醒,是工作效率最高的时间”和“晚上工作效率最高”这种信念的差异完全是由于人的习惯不同造成的。

7)信念表达的准确性 信念的差异与人对感觉判断、推理结果的准确表达也有关系。有时我们发现很难用语言把自己的感觉、印象和判断准确地表达出来,即语言描述的与实际的情况有误差。这是信念产生之后如何用语言表达的问题,我们暂时不讨论它。

信念与许多因素有关,看来在短时间内,要完全弄清信念与各种因素的关系是不太可能的,它还需要哲学、心理学、生理学多个领域进一步的研究和实验。但是,就目前我们掌握的线索来看,至少能够部分地回答为什么不同个体的主观信念会存在差异。

3.4 信念的作用

詹姆斯指出:“理性的信念的基本作用是预见未来的经验,以促使其走向期望的轨道。”“信念的真理性的就在于它在经验领域中不间断的引导作用。”能够说明信念对经验有引导作用的例子,是贝叶斯预测方法总是有较好的结果。过去人们感到难于解释,但用哲学观点来分析的话,就是信念有预见未来的作用。

3.5 信念的交流与传递

信念从一个认识主体传递给另一个主体,接受者可能拒绝接受这种信念,也可能在一定条件下(如掌握的事实相同,或感觉判断的结果接近,或利益相关,或兴趣爱好相同)接受它,我们也看到,即便是信念被接受,也不是原封不动地接受下来,它总是在分析判断和一致性检验的过程中被强化或弱化。对于信念接受的条件及在传递过程中信念的强度的变化等问题,AI尚未进行深入研究。在Abelson的信念系统和其它的信念逻辑中,虽然把信念与事实区分开了,但不是把信念当作知识的成分之一。因此对信

念的基础和信念与事实的关系等无法作出清楚的解释,同时也没有考虑信念的传递与交流是有条件的这个重要的问题。

3.6 信念的修正

正是由于不同个体的主观信念存在差异,因此才需要有客观信息对它进行修正。在贝叶斯方法中,先验概率是用条件概率来修正的。在我们的例子中,手术的次数能说明熟练程度,它与成功的次数一样,都具有参考价值,仅用成功率一个数字代替是不行的,因为只做过一例这种手术,成功率为百分之百也并不能打消病人的疑虑。因此在不同的情况下的主观信念,可能需要用不同的客观信息来修正。

4. 研究的意义

当认识的主体由人变为机器的时候,我们将面临:(1)机器的信念如何产生;(2)机器信念与人的信念有哪些差异;(3)这两种信念之间如何区分与转换;(4)机器信念的可靠性如何等问题。机器的信念与人的信念是不同的,理由是:

1)机器对客观环境无法选择与判断 机器学习的结果依赖于人提供给它的实例多少,实例选取及归纳的方法等。如果机器对此毫无知识,不知道这些实例是随机选取的还是人为挑选的,也就无法估计系统的误差与结果的可靠性。

2)机器的知识范围变窄变小了 请注意,人的信念是在一个综合的知识库环境下产生的,包括直接相关的与不直接相关的知识,这些知识在不同程度上影响着信念,但在机器学习的情况下,设计者不可能将他的全部知识都装入机器,只把与处理该问题有关的知识存入系统,实际上机器的知识范围变窄变小了,也就是说可类比与联想的范围减小了,因此在这种情况下产生的机器的信念,可能会很幼稚或存在一定的局限性。这一点可从幼儿与成人的信念产生的环境与可靠性的差异上得到证实。

3)机器知识的客观成分比例增大了 尽管在机器信念产生的过程中,它还受设计者的思维方式与利害关系的控制,但是从总体上来说,它受利益、感情、情绪等因素的影响减小了,知识的客观成分的比例增大了。

机器学习与知识自动获取是AI发展的必然趋势,因此对机器学习的结果与人的认识结果的差异比较与分析是不可缺少的,由于机器作为认识主体,知识的主观成分比例减小了。机器的信念的引导作用也会减弱,它需要一些补充物。关于元知识的研究的结果告诉我们,元知识具有控制引导作用,因此在

(下转第19页)

其中 $\psi(\cdot)$ 为欧拉函数。

证明 见华罗庚“数论导引”，(科学出版社)。

定理 4.2 设 $A_{m \times n}$ 是接入控制矩阵，矩阵中第 (i, j) 项 a_{ij} 是用户 i 对于文件 j 的接入权限，这里 $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ ，设 $L = (L_1, L_2, \dots, L_n)$ (L_i 是自然数， $i \leq n$) 是文件锁的集合， $(L_i, L_j) = 1, \forall i, j \in 1, 2, \dots, n$ ，且 $i \neq j, \text{Min}\{L_i\} \geq n > \text{Max}\{a_{ij}\}$ 。其中 $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ ，如果取

$$K_i = \sum_{j=1}^n N_{ij} \cdot n \cdot \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^n L_l \right)^{a_{ij}} \quad (i \leq m) \quad (2)$$

则有

$$a_{ij} \equiv [K_i / L_j] \pmod{n} \quad (i \leq m, j \leq n) \quad (3)$$

其中 $N_{ij} = \left\lceil \frac{a_{ij} \cdot L_j}{n} \right\rceil$ ， $\lceil \cdot \rceil$ 为舍入取整操作(例 $\lceil 1.1 \rceil = 2$)。

证明(略)

例 假设一个简单的系统，有 4 个用户，3 个文件，其接入控制矩阵如表 2 所示。

表 2 $A_{4 \times 3}$ 接入控制矩阵

文件 j \ 用户 i	1	2	3
1	1	2	1
2	2	0	1
3	0	2	1
4	2	1	0

根据定理 4.2，为文件选择两两互素的锁， $L_1=3, L_2=4, L_3=5$ ，由式(2)可计算用户 1 的钥如下：

$$\begin{aligned} K_1 &= \sum_{j=1}^3 N_{1j} \cdot 3 \cdot \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^3 L_l \right)^{a_{1j}} \\ &= \sum_{j=1}^3 \left\lceil \frac{a_{1j} \cdot L_j}{3} \right\rceil \cdot 3 \cdot \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^3 L_l \right)^{a_{1j}} \\ &= 127641 \end{aligned}$$

用户 2, 3, 4 的钥同样可由式(2)计算得到：

$$K_2 = 126816; K_3 = 126441; K_4 = 3750.$$

由钥和锁就可以计算接入权限：

$$a_{11} = [K_1 / L_1] = [127641 / 3] = 42547 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a_{12} = [K_1 / L_2] = [127641 / 4] = 31910 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a_{13} = [K_1 / L_3] = [127641 / 5] = 25528 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a_{21} = [K_2 / L_1] = [126816 / 3] = 42272 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a_{22} = [K_2 / L_2] = [126816 / 4] = 31704 \equiv 0 \pmod{3}$$

⋮

由定理 4.2 所计算的用户钥的数值较大，如果变(2)式为

$$K_i \equiv \sum_{j=1}^n N_{ij} \cdot n \cdot \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^n L_l \right)^{a_{ij}} \pmod{n \prod_{l=1}^n L_l},$$

则可使 K_i 的值大大变小，从而使计算简单，但结果不变，其证明略。

继续延用上述例子，因为 $n \prod_{l=1}^3 L_l = 3 \times \prod_{l=1}^3 L_l = 3 \times 3 \times 4 \times 5 = 180$ ，所以 $K_1' \equiv K_1 \pmod{180} \equiv 127641 \pmod{180} \equiv 21 \pmod{180}$ ， $K_2' \equiv K_2 \pmod{180} \equiv 126816 \pmod{180} \equiv 96 \pmod{180}$ ， $K_3' \equiv K_3 \pmod{180} \equiv 126441 \pmod{180} \equiv 81 \pmod{180}$ ， $K_4' \equiv K_4 \pmod{180} \equiv 3750 \pmod{180} \equiv 150 \pmod{180}$ ，以新钥 K_i' 重新计算如下：

$$a_{11} = [K_1' / L_1] = [21 / 3] = 7 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a_{12} = [K_1' / L_2] = [21 / 4] = 5 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a_{13} = [K_1' / L_3] = [21 / 5] = 4 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a_{21} = [K_2' / L_1] = [96 / 3] = 32 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a_{22} = [K_2' / L_2] = [96 / 4] = 24 \equiv 0 \pmod{3}$$

⋮

可见，它们的结果相同。

参考文献

- [1] G. S. Graham, et al., Protection Principles and Practice, Proc. of AFIPS 1972 SJCC40, P. 417-429
- [2] T. Y. Hwang, et al., An access control mechanism for computer system resources, Proc. of Intl. Computer Symposium, 1980, Taipei, China
- [3] M. L. Wu and T. Y. Hwang, Access control with single key-lock, IEEE Transactions on Software Engineering SE-10(2) (1984)

(上接第 24 页)

机器学习的程序中应当加入有关的元知识。

参考文献

- [1] Thomas. E. Hill, 《现代知识论》，中国人民大学出版社翻译出版，1989 年
- [2] Abelson, R. P., The structure of belief systems.

In R. C. Schank and K. M. Colby (Eds.), Computer models of thought and language. San Francisco: Freeman, 1973

- [3] Abelson, R. P., Differences between belief and knowledge systems, Cognitive Science 3, 1979
- [4] 康德, 《纯粹理性的批判》，三联书店，1957 年版