

图7

图8

3. 算法的优化处理

上述求取轮廓线的五个步骤中,可以进行如下的优化处理,以提高算法速度与效率。

(1) 步骤(2)进行包含性测试时,对 BF-line 型棱线中点 \bar{P} ,不必与体的所有面进行测试,而只与体的可见面进行测试,并且应该把与该棱线 l 相邻的两个面排除在外。

(I) 步骤(3)中,为了避免不必要的繁琐计算,

提高计算与判断的稳定性,求棱线可能的分界点时,我们只求真正改变线段可见性的分界点,这些点是该棱线与体的可见 BF-line 型棱线的重影点,且必须满足棱线 l 上的点 P_1 较 BF-line 型棱线上点 P_2 离观察点远的条件,如图8所示。这样,每相邻两段的可见性互为相反,即可见与不可见段交替出现,从而没有必要对每一个分段进行可见性测试,而只需对第一段进行可见性测试即可。

上述两个优化算法的结果,大大提高了轮廓线的求取速度。

参 考 文 献

- [1] D. F. 罗杰斯[美]著,梁友栋等译,计算机图形学的算法基础,科学出版社,1987
- [2] 朱仁芝等,三维形体消隐及相贯线的一种新算法,中国科技大学学报,22(3),1992
- [3] 谭浩强,C 程序设计,清华大学出版社,1991年

(上接第88页)

证明思路:考虑到 $n_0 \leq 3$ 时结论易于验证,可设 $n_0 \geq 4$ 。由于 M 的对偶 $D(M)$ 为拟正则3-均匀超图,可以证明,对超图 $D(M)$ 有,① $\lambda(D(M)) \geq 3 \lfloor 3n_p/n_0 \rfloor - 3$,与最优值 $(\leq 3 \lfloor 3n_p/n_0 \rfloor - 1)$ 至多相差二,② $d(D(M)) = 2$ 和 $d(D(M)) = 2 - 6n_p/(n_0^2 - n_0)$ 都达到最小值。对超图 G , (4) 式亦成立,结合 (1) 式,定理得证。

该定理说明:对于任意的总线条数 n_0 、处理机个数 n_p 满足 (5) 式而不满足 (6) 式,同时具备下列性质的三端口多总线结构 M 是普遍存在的:① 容错性最佳(较佳);② 通信延迟很小;③ 极易扩充性。同时,可以证明:在 (5) 式成立、(6) 式亦成立时仍有上述结论。因此,在 (5) 式成立时,综合指标很好的三端口容错多总线结构具有广泛存在性。

注意,与二端口情形相同:① 当 (5) 式成立时,并非所有的三端口多总线结构都具有很好的综合指标,② 当 (5) 式不成立时,综合指标很好的三端口容错多总线结构不具有广泛存在性。

本文得到:在处理机较多时,综合指标很好的2

3 端口容错多总线结构具有广泛存在性,并相信此结论可推广到三端口以上情形。

参 考 文 献

- [1] Pradhan D. K., Communication structures in fault-tolerant distributed systems. Networks, 23(1993)
- [2] Chen Tinghuai, Fault diagnosis and fault tolerance: a systematic approach to special topics, Berlin: Springer-Verlag, 1992
- [3] 陈廷槐等,超图的连通性和容错多总线系统的设计,中国科学(A辑),1987,12
- [4] 何中市等,多总线系统的最优总线容错性分析与设计,重庆大学学报,1995,1
- [5] 杨晓帆等,一类容错多总线结构,计算机科学,1996, No. 1
- [6] 杨晓帆等,容错多总线结构与超图,同上
- [7] Berge C., Graphs and hypergraphs, North-Holland Publishing Company, 1973

多总线结构

容错性

多处理机系统

87-88,60 多总线结构的容错性研究

何中市 杨晓帆 陈廷槐 程代杰 曹泽翰

(重庆大学系统工程及应用数学系 计算机研究所 重庆 630044)

TP336
TP338

摘要 本文提出了适用于大型并行/分布式系统的两类综合指标较优的容错多总线结构,揭示了此类结构固有的广泛存在性。

关键词 多处理机系统,总线结构,容错设计,超图,边边连通度。

设计综合指标较优的通信结构是并行/分布式系统设计人员面临的一项重要任务^[1]。作为一种成熟的通信结构,多总线网络引起了广大学者及工程技术人员的高度重视,例如,陈廷槐等^[2,3]用超图和区组设计为工具,给出了一系列最佳容错多总线结构;何中市等^[4]提出了两类最佳总线容错多总线结构;杨晓帆等^[5-6]给出了处理机相对总线不太多的2/3端口容错多总线结构。

本文研究了处理机较多的多总线结构,证明了它们同时具备下列性质:容错性很好;通信延迟很小;易于扩充,并且,此类结构中处理机-总线连接方式有极大的自由度,从而揭示了具有综合指标较佳的容错多总线结构的广泛存在性。

一. 预备知识

本文规定系统中各个处理机挂接在数目(端口数,记为 δ_p)相同的总线上,并且各条总线上挂接的处理机个数尽可能相等。多总线结构 M 的广义对偶(Generalized-Dual) $D(M)$ 是以 M 中的总线为顶点,以 M 中挂接到总线上的处理机为边的超图,并且一条边含有一个顶点的充要条件是对应处理机挂在对应总线上。 $D(M)$ 是拟正则 δ_p -均匀超图。图1给出了一种由15个处理机和6条总线的结构及其对偶。

下面给出评价多总线结构的几种重要指标:

• 处理机容错度。在保持剩余处理机能两两通信的条件下允许失效的处理机个数的最大值,记为 $T_p(M)$,简称容错度。

• 总线容错度。在保持剩余处理机能两通信的条件下允许失效的总线条数的最大值,记为 $T_b(M)$ 。

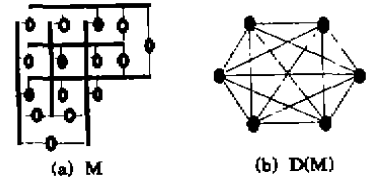


图1 多总线结构及其对偶

• 直径。任意一对处理机相互通信经过的最小总线条数的最大值,记为 $d(M)$ 。

• 平均距离。所有处理机对相互通信经过的最小总线条数的平均值,记为 $\bar{d}(M)$ 。

• 易扩充性。在添加新的处理机时对原有结构中处理机-总线连接方式的改动量。

• 选择范围。对结构配置(含处理机个数和总线条数)进行选择时的自由度。

涉及到如下图论参数^[7]:

• 边边连通度^[8], $\lambda(G)$ 。• 直径: $d(G)$ 。• 平均距离, $\bar{d}(G)$ 。

• 边直径: 任意一对边相互连通经过的最小顶点个数的最大值,记为 $d_e(G)$ 。

• 平均边距离: 所有边对相互连通过的最小顶点个数的平均值,记为 $\bar{d}_e(G)$ 。

其关系如下:

$$\begin{aligned} T_p(M) &= \lambda(D(M)) - 1; \\ d(M) &= d_e(D(M)); \\ \bar{d}(M) &= \bar{d}_e(D(M)); \end{aligned} \quad (1)$$

何中市 讲师,博士生 杨晓帆 副教授,博士 程代杰 教授,博士生导师 曹泽翰 教授,陈廷槐 教授,博士生导师

在选择多总线结构时,希望具有较大的处理机容错度和总线容错度,较小的直径和平均距离,较好的易扩充性和较大的选择范围,亦即其对偶具有较大的边边连通度,较小的边直径和平均边距离,易于添加新边和对顶点数、边数的灵活选择性。

二、主要结果

对 n_b 条总线 n_p 个处理机的二端口多总线结构,记为 $M(n_b, n_p, 2)$, 杨晓帆等^[5]给出了当 $n_p/n_b^2 \leq 1/4$ 时的最佳(较佳)容错性设计。因此,此处只讨论 $n_p/n_b^2 > 1/4$ 的情形,

$$n_p/n_b^2 \geq 1/4 + (3 + (-1)^{n_b}) / (8n_b) \quad (2)$$

$$n_p/n_b^2 \geq 1/2 - 1/(2n_b) \quad (3)$$

定理1 对二端口多总线结构 $M(n_b, n_p, 2)$, 其中 n_b 任意, n_p 满足(2)式而不满足(3)式。只要 M 中同时挂接到每一对总线上的处理机数不超过一, 则 M 就具有: 1) 最大总线容错度, 最大(较大, 与最大值相差一)处理机容错度。2) 很小直径和平均距离。

证明思路: 考虑到 $n_b \leq 3$ 时结论易于验证, 可设 $n_b \geq 4$ 。由于 M 的对偶 $D(M)$ 为拟正则图, 可以证明, 对图 $D(M)$ 有, ① $\lambda(D(M)) \geq 2\lfloor 2n_p/n_b \rfloor - 2$, 与最优值 $(\leq 2\lfloor 2n_p/n_b \rfloor - 1)$ 至多相差一, ② $d(D(M)) = 2$ 和 $\bar{d}(D(M)) = 2 - 2n_p/(n_b^2 - n_b)$ 都达到最小值; 对任意图 G 有

$$d(G) - 1 \leq d_v(G) \leq d(G) + 1 \quad (4)$$

结合(1)式, 定理得证。

定理2 对二端口多总线结构 $M(n_b, n_p, 2)$, 其中 n_b 任意, n_p 满足(2)式和(3)式, 只要 M 中同时挂接到每一对总线上的处理机数至多相差一, 则 M 就具有: 1) 最大总线容错度, 最大(较大, 与最大值至多相差二、个别情形相差三)处理机容错度。2) 很小直径和平均距离。

证明思路: 与定理1相似, 考虑 M 的对偶 $D(M)$, 可以证明, 对图 $D(M)$ 有, ① $\lambda(D(M)) \geq 2\lfloor 2n_p/n_b \rfloor - 2m - 2$, 个别情形 $\lambda(D(M)) \geq 2\lfloor 2n_p/n_b \rfloor - 2m - 3$, 与最优值 $(2\lfloor 2n_p/n_b \rfloor - 2m)$ 至多相差三, 其中 $m = \lceil 2n_p/(n_b^2 - n_b) \rceil - 1$, ② $d(D(M)) = 1$ 和 $\bar{d}(D(M)) = 1$ 都达到最小值。结合(1)式、(4)式, 定理得

证。

以上定理说明了, 对于任意的总线条数 $n_b \geq 1$ 、处理机个数 $n_p \geq n_b^2/4 + (3 + (-1)^{n_b})n_b/8$ (即(2)式成立), 同时具备下列性质的二端口多总线结构 M 是普遍存在的: ① 容错性最佳(较佳); ② 通信延迟很小; ③ 极易扩充性(因为在添加新的处理机时, 完全不需改变原有结构中处理机-总线连接方式)。即只要 M 满足同时挂接到每一对总线上的处理机数尽可能相同就行, 从而得到: 在(2)式成立时, 综合指标很好的二端口容错多总线结构具有广泛存在性。

注意: ① 当(2)式成立时, 并非所有的二端口多总线结构都具有很好的综合指标, 图2给出了 $M(6, 15, 2)$ 的一种具体结构 M_2 ; 易知 $T_p(M_2) = 1, d(D(M_2)) = 3$; 而图1给出了 $M(6, 15, 2)$ 的另一结构 M_1 , 显然 $T_p(M_1) = 7, d(D(M_1)) = 1$, 说明 M_2 不具有好的容错性和直径。

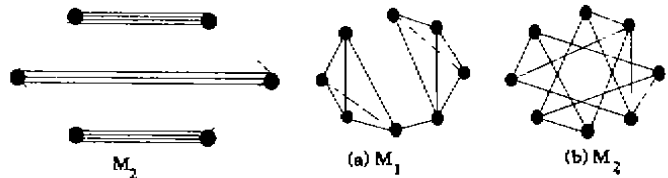


图2

图3

② 当(2)式不成立时, 定理1、2的结论不成立。图3给出了一个 $M(8, 13, 2)$ 的两种具体结构 M_1 和 M_2 , 易于验证 $T_p(M_1) = 0$ 而 $T_p(M_2) = 3$, 说明 M_1 不具有好的容错性, 但是 M_1 满足定理的其他条件。

对三端口多总线结构 $M(n_b, n_p, 3)$, 杨晓帆等^[6]给出了当 $n_p/n_b^2 \leq 1/18$ 时的最佳较佳容错性设计。因此, 此处只讨论 $n_p/n_b^2 > 1/18$ 的情形,

$$n_p/n_b^2 \geq 1/12 + (6 - (n_b + 2) \bmod 4) / (12n_b) \quad (5)$$

$$n_p/n_b^2 \geq 1/6 - (3n_b - 2)/n_b^2 \quad (6)$$

定理3 对三端口多总线结构 $M(n_b, n_p, 3)$, 其中 n_b 任意, n_p 满足(5)式而不满足(6)式, 只要 M 中同时挂接到每一对总线上的处理机数至多相差一, 则 M 就具有: 1) 最大总线容错度、最大(较大, 与最大值至多相差二)处理机容错度。2) 很小的直径和平均距离。

(下转第60页)