

42-43

# 容错多总线结构与超图

TP336

杨晓帆 何中市 曹泽翰 陈廷槐 程代杰

TP393

(重庆大学计算机研究所 系统工程及应用数学系 重庆 630044)

**A 摘要** 本文研究每个处理机挂在三条总线上的总线结构的容错设计问题。推广对偶图后,定义了多总线结构的对偶超图,用以设计一类具有很好的容错性和可扩充性的多总线结构。

**关键词** 多总线结构,容错性,超图。

计算机通信

多总线网络是并行/分布式系统的主要通信结构之一<sup>[1,2]</sup>,如何针对不同的要求选择合适的多总线结构,这是计算机系统工作者面临的一个重要课题。一般来说,如果系统中某些处理机失效,就需要隔离失效处理机并对剩余资源重新配置以构成降级运行的子系统,这要求子系统内的处理机能两两相互通信。在保证剩余处理机能两两通信的条件下允许失效的处理机的最大个数在一定程度上反映了该通信结构 M 支持子系统降级运行的能力,将它称为 M 的容错度,记为  $T_p(M)$ 。设计具有大容错度的多总线结构是一个引起广泛重视的研究课题。

文[1]以超图及区组设计为工具设计了一系列具有最佳容错性的多总线结构,其不足之处在于对总线条数和处理器个数的选择余地较小;文[5]以对偶图为工具设计了一类具有最大容错度和较大选择余地的多总线结构,但限定每个处理器只能挂在两条总线上,制约了网络的通信吞吐量同时也使总线成为系统可靠性的瓶颈。本文研究每个处理器挂在三条总线上的总线结构的容错设计问题。

## 一、一类新的多总线结构 $B^3$

本文规定系统中每个处理器只能挂在三条总线上,并且挂在各条总线上的处理器数目尽可能均等。一个多总线结构 M 可以用一个 3 均匀拟正则超图  $H=(V,E)$  来表示(这里的 3 均匀指的是 H 中每条边都恰好含有三个顶点,拟正则指的是 H 中各个顶点落在数目尽可能相等的边中),H 的顶点表示总线,H 的边表示处理器,一条边含有一个顶点的充要条件是对应处理器挂在对应总线上。我们将超图 H 称为结构 M 的对偶超图,记为  $H=D(M)$ ,对偶超图是对偶图[3]-[5]的推广。

在超图 H 中为了使剩余边不连成一片而必须删除的边的最小数目被称为 H 的边边连通度,并被记为  $\lambda(H)$ ,它从一个侧面反应了超图 H 的连通性<sup>[1]</sup>。总线结构 M 和它的对偶超图 D(M)满足:  $T_p(M) = \lambda(D(M))$ 。用  $M^3(p,q)$  表示全体由 p 条总线和 q 个处理器组成的结构的集合,用  $H^3(p,q)$  表示全体由 p

个顶点和 q 条边组成的 3 均匀拟正则超图的集合。

$$T_p^3(p,q) = \max\{T_p(M); M \in M^3(p,q)\}$$

$$\lambda^3(p,q) = \max\{\lambda(H); H \in H^3(p,q)\}$$

对于  $M \in M^3(p,q)$ ,  $T_p(M) = T_p^3(p,q)$  的充要条件是  $\lambda(D(M)) = \lambda^3(p,q)$ 。受到  $B^2$  结构<sup>[1]</sup>的启发,我们提出一种更广的结构  $B^3$ ,其构造分为下列三种情况:

**情况一:**  $B^3$  含有  $3n$  条总线,这些总线被分成三组,其中一组总线被标记为  $0, 1, \dots, n-1$ ,另一组为  $\bar{0}, \bar{1}, \dots, \bar{n-1}$ ,第三组为  $\overline{0}, \overline{1}, \dots, \overline{n-1}$ ,  $B^3$  含有  $m = kn+r$  个处理器,  $1 \leq k \leq n/3-1, 0 \leq r < n$ ,处理器的挂接方式如下:

- 对满足  $0 \leq i < n$  和  $0 \leq j < k$  的每种组合  $(i, j)$ ,

有一个处理器同时挂在总线  $i, \overline{i+j}, \overline{i+2j}$  上;

- 对满足  $0 \leq i < r$  的每一个  $i$ ,有一个处理器同时挂在总线  $i, \overline{i+k}, \overline{i+2k}$  上。

**情况二:**  $B^3$  含有  $3n+1$  条总线,这些总线被分成四组,其中一组被标记为  $0, 1, \dots, n-1$ ,另一组为  $\bar{0}, \bar{1}, \dots, \bar{n-1}$ ,第三组为  $\overline{0}, \overline{1}, \dots, \overline{n-1}$ ,第四组为  $\infty$ ,  $B^3$  含有  $m = kn + \lceil k/3 \rceil + r$  个处理器,  $1 \leq k \leq n/3-1, 0 \leq r < n + \lceil (k+1)/3 \rceil - \lceil k/3 \rceil$ ,处理器的挂接方式如下:

- 对满足  $0 \leq i < n$  和  $1 \leq j < k$  的每种组合  $(i, j)$ ,

有一个处理器同时挂在总线  $i, \overline{i+j}, \overline{i+2j}$  上;

- 对满足  $0 \leq i < r$  的每一个  $i$ ,有一个处理器同时挂在总线  $i, \overline{i+k}, \overline{i+2k}$  上;

- 对满足  $2\lceil k/3 \rceil \leq i < n$  的每一个  $i$ ,有一个处理器同时挂在总线  $i, \bar{i}, \bar{i}$  上。

- 对满足  $0 \leq i < 2\lceil k/3 \rceil$  的每一个偶数  $i$ ,有一个处理器同时挂在总线  $\infty, \bar{i}, \bar{i}$  上,有一个处理器同时挂在  $\infty, i, i+1$  上,有一个处理器同时挂在  $\infty, i+1, i+1$  上。

**情况三:**  $B^3$  含有  $3n+2$  条总线,这些总线被分成四组,其中一组被标记为  $0, 1, \dots, n-1$ ,另一组为  $\bar{0},$

