

# 基于KFCM与改进CV模型的Split Bregman图像分割方法

谢东 龚勔 陈小彪  
(重庆大学数学与统计学院 重庆 401331)

**摘要** 针对基于梯度变化的水平集图像分割方法对噪声敏感、计算效率不高、分割结果依赖初始值等问题,提出了一种基于KFCM与改进CV模型的Split Bregman图像分割方法。该算法首先通过核模糊C均值的聚类方法确定出感兴趣区域作为分割初始值,然后采用Split Bregman方法来提高CV模型的迭代计算时间效率。实验结果表明,所提算法不仅保持了CV模型图像分割算法的优势,而且在抗噪性能和分割效率方面有明显效果。

**关键词** KFCM算法, CV模型, 图像分割, Split Bregman方法

中图法分类号 O245 文献标识码 A

## Split Bregman Method of Image Segmentation Based on KFCM and Improved CV Model

XIE Dong GONG Qu CHEN Xiao-biao

(College of Mathematic and Statistic, Chongqing University, Chongqing, 401331, China)

**Abstract** Aiming at the problems of the sensitivity to noise, the low computational efficiency and the segmentation result depended on heavily the initial value, we put forward an image segmentation method based on KFCM and improved CV model. Firstly, the average nuclear fuzzy clustering method was used to determine the interest area as the initial value in the algorithm. Then we improved the efficiency of iterative calculation of the CV model in calculation and time by the Split Bregman method. The experimental results show that this algorithm not only keeps the advantage of image segmentation algorithm, but also has obvious effect on the noise performance and segmentation efficiency.

**Keywords** KFCM algorithm, CV model, Image segmentation, Split Bregman method

## 1 引言

在计算机视觉、模式识别、医学应用等领域中,图像分割是最重要也是最具挑战性的环节之一。图像分割是一种根据实际应用需求采取相关算法将图像分割成感兴趣的目标和背景的处理过程。随着图像分割算法研究的不断深入,已有成千上万的分割算法运用于不同的实际需求中。主要分为阈值分割、边缘检测、区域增长、小波变换和数学形态学等。其中水平集(CV)模型是在1989年由Mumford等人[1]提出的基于区域的Mumford-Shah(MS)模型;2011年,Chan等人[2]把MS模型进行了简化改进,提出了CV模型,该算法具有计算稳定性好、求解过程中数值方案灵活等特点。因此,水平集方法在实践与工程、医学等领域得到广泛的应用。近年来,许多研究者将焦点集中在水平集方法的计算效率和分割精度上。文献[3]提出了基于能量函数最小的水平集模型,它是一种全局最优分割模型;文献[4]对快速水平集算法进行简化,运用单链表方法提出了基于CV模型的改进快速水平集分割算法;文献[5]将核模糊C均值(KFCM)聚类方法应用于Chan-Vese模型中,提出了一种基于KFCM和改进CV模型的海面溢油SAR图像分割;文献[6]将Split Bregman算法用于解决图像分割问题,提高了分割精确度和计算效率。这些方法在检测特定目标方面取得了巨大的成功,满足了人们对相关问题解决的精度。但也存在一些问题,分割结果依赖

初始位置和分割效果高低二者不可兼顾,这极大地限制了它的应用范围。

为了解决上述问题,在本文中,提出了一种基于KFCM与改进CV模型的Split Bregman图像分割算法。首先,采用核模糊C均值聚类方法,把图像看作是一个数据集,将原始的样本空间映射到高维特征空间,比较容易地提取感兴趣的区域,所得的聚类结果作为改进CV模型的初始位置参数值,然后将Split Bregman方法运用在CV模型的迭代计算中,以提高计算效率和分割准确度。

## 2 核模糊C均值算法(KFCM)

### 2.1 模糊均C值算法

模糊C均值算法[7]是一种基于划分的聚类算法,其原理是被划分到一族的对象相似度最大,否则最小。设向量 $X = \{x_i | i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ ,把 $n$ 个数组成 $c$ 组,聚类中心 $V = \{v_i | i = 1, 2, \dots, c\}$ ,并要求每组的聚类中心使得非相似度指标的价值函数值达到最小。目标函数如下:

$$J(u, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c u_{ij}^m \|x_i - v_j\|^2 \quad (m \geq 2) \quad (1)$$

其中,  $\sum_{j=1}^c u_{ij} = 1, u_{ij} \in [0, 1]$ 。通常取值  $m = 2$  (可参考文献[8])。应用求偏导数计算函数的最值方法得到中心迭代公式:

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^c u_{ij}^m x_i}{\sum_{j=1}^c u_{ij}^m} \quad (2)$$

谢东(1985—),男,硕士生,主要研究方向为图像分割算法;龚勔(1963—),女,博士,教授,主要研究方向为小波分析、图论、图像处理;陈小彪(1987—),男,硕士生,主要研究方向为最优化理论与算法。

和

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{i=1}^c \left( \frac{d_{ij}^{(k)}}{d_{ij}^k} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad (3)$$

$d_{ij}^k$  表示  $U_{ij}$  到聚类中心  $V_k$  的欧氏距离。  
其算法步骤是:

Step 1 用值在  $[0,1]$  之间的随机数作为初始化隶属矩阵  $U$ , 并满足其和为 1 的约束条件;

Step 2 用式(2)来计算迭代聚类中心  $c_i, i=1,2,c$ ;

Step 3 用式(1)来计算目标函数。当其值小于给定的阈值时,则算法终止;否则转到步骤 Step 4;

Step 4 用式(3)来计算新的隶属矩阵  $U$ 。返回 Step 2。

## 2.2 核模糊 C 均值算法

核模糊 C 均值(KFCM)聚类方法<sup>[9]</sup>是一种基于模糊 C 均值算法改进而来的方法。将原始样本数据  $X$  映射到高维特征空间  $H$  中。该映射记为  $\phi: x \rightarrow \phi(x), \phi(x) \in H$ , 特征空间  $H$  中的卷积记为:

$$k(x, y) = \langle \phi(x), \phi(y) \rangle = \phi^T(x) \phi(y) \quad (4)$$

而且我们采用欧氏距离:

$$\begin{aligned} \|\phi(x) - \phi(y)\| &= \sqrt{[\phi(x) - \phi(y)]^T [\phi(x) - \phi(y)]} \\ &= \sqrt{k(x, x) + k(y, y) - 2k(x, y)} \end{aligned} \quad (5)$$

再用高斯核函数  $k(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}\right)$  来化简式(5),  $\sigma$  表示核函数的宽度, 显然  $k(x, x) = k(y, y) = 1$ , 则式(5)可以简化成  $\|\phi(x) - \phi(y)\|^2 = 2 - 2k(x, y)$ , 于是 KFCM 的价值目标函数表示为:

$$\begin{aligned} J_{\varphi, m}(U, V) &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ij}^m \|\phi(x_i) - \phi(y_j)\|^2 \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ij}^m [2 - 2k(x_j, y_i)] \end{aligned} \quad (6)$$

KFCM 算法步骤如下:

Step 1 设置迭代停止条件  $\varepsilon \geq 0$ 、最大聚类数  $c_{\max}$  和最大迭代次数  $k_{\max}$ , 通常取值  $m=2$ ;

Step 2 采用归一化原始样本集  $X$ , 计算核矩阵  $K = [k(x_j, y_i)]$ ;

Step 3 初始化隶属度矩阵  $U = [u_{ij}]_{c \times n}$ ;

Step 4 根据式(7)和式(8)来更新聚类中心  $v_i$  和隶属度矩阵  $U = [u_{ij}]_{c \times n}$ , 并计算出第  $k$  次迭代的目标函数值  $J_{\varphi}(k)$ ;

$$v_i = \left[ \sum_{j=1}^n u_{ij}^m k(x_j, y_i) x_j \right] / \left[ \sum_{j=1}^n u_{ij}^m k(x_j, y_i) \right] \quad (7)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{[2 - 2k(x_j, y_i)]^{1/m-1} / \sum_{l=1}^c [2 - 2k(x_j, y_l)]^{1/m-1}} \quad (8)$$

Step 5 如果  $\|v^{(k+1)} - v^{(k)}\| < \varepsilon$  或者  $k > k_{\max}$ , 则转到 Step 6, 否则, 令  $k = k+1$ , 返回 Step 4;

Step 6 判断如果  $c < c_{\max}$  则  $c = c+1$ , 并返回 Step 3, 否则计算程序终止。

## 3 本文算法

### 3.1 基于加权均值的全局最小化 CV 模型

CV 模型<sup>[10]</sup>是由 Chan 和 Vese 基于 Mumford-Shah 能量泛函提出来解决边界分割问题的无边缘主动轮廓模型, 该方法能够适应曲线的拓扑变化性质。设  $\phi_0$  是由初始轮廓线  $C_0$  构造的水平集函数, 记  $\Omega_o, \Omega_b$  表示  $C$  的内部和外部区域, 记  $\phi$  为内正外负的符号距离函数, 满足  $\phi(\Omega_o) > 0, \phi(\Omega_b) < 0$ , Chan 和 Vese 的 CV 模型采用两个具有不同值的分块连续区域最优逼近待分割图像, 其速度函数式(9)不依赖图像的梯度:

$$E(c_o, b_o, c) = vL(C) + \lambda_o \int_{\Omega_o} (I(x, y) - c_o)^2 H(\phi) dx dy +$$

$$\lambda_b \int_{\Omega_b} (I(x, y) - c_b)^2 (1 - H(\phi)) dx dy \quad (9)$$

其中,  $c_o, c_b$  计算公式为:

$$c_o = \frac{\int_{\Omega_o} I(x, y) H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega_o} H(\phi) dx dy} \quad (10)$$

$$c_b = \frac{\int_{\Omega_b} I(x, y) [1 - H(\phi)] dx dy}{\int_{\Omega_b} [1 - H(\phi)] dx dy}$$

这里通常取  $v=1, \lambda_o = \lambda_b = 1$ 。  $H(\phi)$  是 Heaviside 函数,  $\delta(\phi)$  是 Dirac 函数:

$$H(\phi) = \begin{cases} 1, & \phi \geq 0 \\ 0, & \phi < 0 \end{cases}, \delta(\phi) = \frac{d}{d\phi} H(\phi)$$

$\nu L(C)$  是正则项, 此项能量可以影响算法的稳定性。而字母  $\mu$  是尺度参数,  $L(C)$  是表示闭合轮廓线的长度:

$$L(C) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx dy = \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy \quad (11)$$

于是式(9)可以水平集函数最小值表达的偏微分迭代方程为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left\{ \text{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - v - \lambda_o [I(x, y) - c_o]^2 + \lambda_b [I(x, y) - c_b]^2 \right\} \quad (12)$$

传统的 CV 模型没有考虑领域信息, 为此文献<sup>[11]</sup>引入自适应权重项来计算区域拟合中心的数值, 以提高分割精确度。权重项的计算式如下:

$$\omega_o = \frac{1}{1 + \frac{[I(x, y) - c_o]^2}{[I(x, y) - c_b]^2}}, \omega_b = \frac{1}{1 + \frac{[I(x, y) - c_b]^2}{[I(x, y) - c_o]^2}} \quad (13)$$

那么式(10)变成了:

$$\begin{aligned} m_o &= \frac{\int_{\Omega_o} \omega_o^2 I(x, y) H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega_o} \omega_o^2 H(x, y) dx dy} \\ m_b &= \frac{\int_{\Omega_b} \omega_b^2 I(x, y) [1 - H(\phi)] dx dy}{\int_{\Omega_b} \omega_b^2 [1 - H(\phi)] dx dy} \end{aligned} \quad (14)$$

由于  $\delta(\phi)$  只是在零点处取得数值 1, 为了提高计算速度, 用 1 代替  $\delta(\phi)$ , 与此同时为了限制水平集函数无休止地发展, 将其限制在一定的闭区间上, 我们取闭区间  $[-1, 1]$ , 用线性函数近似代替  $H(\phi) = \frac{1+\phi}{2}, \phi \in [-1, 1]$ , 那么就得到带限制条件的最小化能量函数问题:

$$\begin{aligned} \min_{\phi \in [-1, 1]} E(m_o, m_b, \phi) &= \int_{\Omega_o} |\nabla \phi| dx dy + \int_{\Omega_o} (I(x, y) - m_o)^2 \frac{(1+\phi)}{2} dx dy \\ &\quad + \int_{\Omega_b} (I(x, y) - m_b)^2 \frac{(1-\phi)}{2} dx dy \\ &= \int_{\Omega} (|\nabla \phi| + (I(x, y) - m_o)^2 \frac{(1+\phi)}{2} + (I(x, y) - m_b)^2 \frac{(1-\phi)}{2}) dx dy \end{aligned} \quad (15)$$

### 3.2 能量最小化的 Split Bregman 方法

本文在求解式(15)全局最优解  $\mu$  时采用 Split Bregman 方法, 根据文献<sup>[12]</sup>, 引入新的变量  $d$ , 最小化式(15)为:

$$\begin{aligned} \min_{\phi \in [-1, 1]} E(m_o, m_b, \phi) &= \int_{\Omega} (|d| + (I(x, y) - m_o)^2 \frac{(1+u)}{2}) dx dy + \int_{\Omega} (I(x, y) - m_b)^2 \frac{(1-u)}{2} dx dy \end{aligned}$$



$$y) - m_b)^2 \frac{(1-u)}{2} dx dy \quad (16)$$

使得  $d$  满足  $d = \nabla \mu$ , 则得到

$$\begin{cases} \arg \min_{d, \phi \in [-1, 1]} \int_{\Omega} (|d| + (I(x, y) - m_o)^2 \frac{(1+u)}{2} + \\ (I(x, y) - m_b)^2 \frac{(1-u)}{2} + \frac{1}{2} \\ \|d - \nabla u^k - b^k\|^2) dx dy \\ b^{k+1} = b^k + \nabla u^{k+1} - d^{k+1} \end{cases} \quad (17)$$

采用 Gauss-Seidel 迭代法求解  $u^{k+1}$ 。

$$\begin{aligned} \alpha_{i,j} &= \alpha_{i-1,j}^k - d_{i,j}^k - b_{i-1,j}^k + b_{i,j}^k + d_{i,j-1}^k - d_{i,j}^k - b_{i,j-1}^k + b_{i,j}^k \\ \beta_{i,j} &= \frac{1}{4} (u_{i-1,j}^{k+1} + u_{i,j}^{k+1} + u_{i,j-1}^{k+1} + u_{i,j}^{k+1} - [(m_b - m_o)(2I(x, \\ y) + m_b + m_o)]_{i,j} + \alpha_{i,j}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$u_{i,j}^{k+1,n+1} = \max\{\min\{\beta_{i,j}, 1\}, 0\}$$

最后根据变分法可以得出  $d^{k+1}$  的最优解:

$$d^{k+1} = \frac{\nabla \mu^{k+1} + b^k}{|\nabla \mu^{k+1} + b^k|} \max(|\nabla \mu^{k+1} + b^k| - 1, 0) \quad (19)$$

最终, 本文算法步骤如下:

Step 1 设置终止条件  $\epsilon > 0$ , 采用 KFCM 算法计算聚类中心和最佳隶属度矩阵;

Step 2 根据最佳隶属度矩阵及水平集函数定义来初始化零水平集函数;

Step 3 如果  $\|u^{k+1} - u^k\| > 0$ , 由式(14)更新  $m_o, m_b$ ,  $u^{k+1} = \text{式}(18)$ ;

$$d^{k+1} = \frac{\nabla u^{k+1} + b^k}{|\nabla u^{k+1} + b^k|} \max(|\nabla u^{k+1} + b^k| - 1, 0)$$

$$b^{k+1} = b^k + \nabla u^{k+1} - d^{k+1}$$

否则转入 Step 4;

Step 4 判断如果  $c < c_{\max}$ , 则  $c = c + 1$ , 并返回 Step 3, 否则计算程序终止。

## 4 实验与分析

为了验证本文提出的图像分割算法的有效性, 分别采用基于 KFCM 的图像分割方法、基于改进 CV 模型的 Split Bregman 方法和基于 KFCM 与改进 CV 模型的 Split Bregman 图像分割方法进行了大量的实验, 并对其结果进行了定量对比。实验在 Window XP2002 系统下进行, CPU 是 AMD Athlon(tm) II X2 215, 内存大小为 1.75GB, 运行平台是 MatlabR2010A 编程实现。主要参数设置为:  $\lambda_o = \lambda_b = 1, \mu = 1, \nu = 0, \Delta t = 0.5, m = 2$ 。图 1(a)、(b)、(c)、(d) 和图 2(a)、(b)、(c)、(d) 分别表示图像原图、基于 KFCM 的图像分割方法图像、基于改进 CV 模型的 Split Bregman 方法和基于 KFCM 与改进 CV 模型的 Split Bregman 图像分割方法图像。

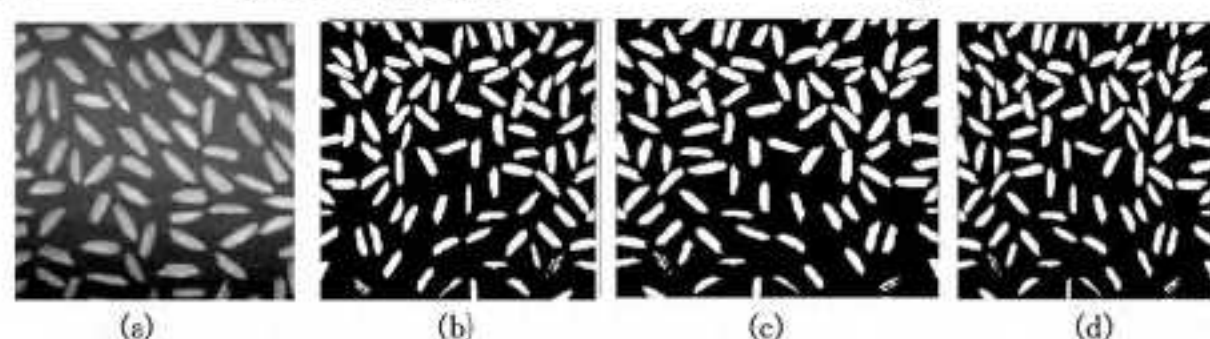


图 1



图 2

分析几幅实验图得知, 图 1(d) 相对于图 1(b) 和 (c) 来说显然分割的精度要高些, 图 1(b) 和 (c) 中右下角没有分割出来, 而图 1(d) 较好地分割出与原始图 1(a) 高度相似的图。当然这 3 种方法把原始图左下角的一粒米粒都没有分割出来。不过本文算法较前两种方法在精度上有不少改进。同样在图 2(b)、(c)、(d) 3 幅分割图中可以看到分割精度依次提高, 并且受初始值影响随之减小。表 1 为对实验时间和实验迭代次数的统计。

表 1 3 个算法的迭代次数和时间对比 (时间单位: s)

| 图例         | 米粒图像 |        | Panda 图像 |        |
|------------|------|--------|----------|--------|
|            | 迭代次数 | 时间     | 迭代次数     | 时间     |
| KFCM 算法    | 60   | 0.2011 | 86       | 0.3292 |
| 改进 CV 模型算法 | 43   | 0.0538 | 52       | 0.1646 |
| 本文算法       | 11   | 0.235  | 20       | 0.0219 |

由表 1 我们可以看到, 从这 3 种算法在迭代次数和计算所用时间来看, 基于 KFCM 与改进 CV 模型的 Split Bregman 图像分割方法在这两方面都有较明显的改进完善。有较高的时效性的算法在实际工作生活中有非常广泛的应用, 能够较快地提出我们感兴趣的区域, 给医学治疗、通讯技术、犯罪甄别等方面带来了不少便利。可见, 本文提出的图像分割算法是有研究和实用价值的。

结束语 CV 模型在对区域分割时分割结果过于依赖初始值, 分割精度和速度不高, 因此提出了一种基于 KFCM 与改进 CV 模型的 Split Bregman 图像分割方法。实验结果表明该方法在这些方面有明显的改进。但相关参数对分割结果的影响如何以及对不同噪声的抗噪性如何没有讨论, 探讨参数取不同值时对图像分割结果有什么样的影响和提高对不同噪声的抗噪性是下一步工作的重点。

## 参考文献

- [1] Mumford D. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577-685
- [2] Chan T F. Active contours without edges [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277
- [3] 李伟斌, 高二, 宋松和. 一种全局最小化的图像分割方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(4): 792-793
- [4] 宋新, 罗军, 等. 基于快速水平集算法的图像分割方法[J]. 信号处理, 2008, 24(3): 423-424
- [5] 康家银, 纪志成, 等. 一种核模糊 C 均值聚类算法及其应用[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(7): 1658-1660
- [6] 朱晓舒, 孙权森, 等. 基于凸优化的自适应 CV 模型[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(2): 780-781
- [7] 王凯, 贺国平, 等. 改进的模糊核 C-均值算法[J]. 微电子学与计算机, 2006, 23(12): 142-145
- [8] 于剑, 程乾生. 关于 FCM 算法中权重指数  $m$  的一点笔记[J]. 电子学报, 2003, 31(3): 2-3
- [9] 吴一全, 郝亚斌, 等. 基于 KFCM 和改进 CV 模型的海面溢油 SAR 图像分割[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(12): 2814-2815
- [10] 杨青, 何明一. 改进 CV 模型的医学图像分割[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(17): 196-198
- [11] Caselles V, Catta F, Coll T, et al. A geometric model for active contours in image Processing[J]. IEEE Trans on image processing, 2001, 10(2): 266-268
- [12] 龚劬, 王迎龙, 等. 改进 CV 模型图像分割的 Split-Bregman 算法[J]. 计算机工程与应用, 2013, 23(4): 2-4