97, 24(4) 1-5

Rough 集理论:现状与前景*)

Rough Set Theory: Present State and Prospects

刘 清 黄兆华 姚力文
(南昌大学计算机科学与工程系 南昌 330029)

TP301 TP18

摘 要 The paper introduces the background, present state and developmental further prospects of Rough Set Theory. The logical research based on rough set approach is useful significant, it allows that monotonous logic becomes nonmonotonous. The research of rough functions allows that continuous functions become a discretization. It describes that Rough sets and Fuzzy sets are complementary generalizations of classical sets. Fuzzy sets allow that vague problems are handled better, and Rough sets allow that indiscermibel problems are handled better.

关键词 Rough sets, Rough logic, Rough functions, Information systems, Lower and Upper approximate sets

Rough集理论, 计算机理论, 人工智能

经典逻辑中只有真、假二值,但实际上有大量含糊现象存在于真和假二值之间,因此,长期以来许多逻辑学家和哲学家就致力于研究含糊概念。早在1904年谓词逻辑的创始人G. Frege就提出了含糊(Vague)一词,他把它归结到边界线[1],也就是说在全域上存在一些个体既不能在其某个子集上分类,也不能在该子集的补集上分类。例如,高个人概念,在人类全域的某个子集:中国人集合上不能被分类出究竟多高的人,才归为高个人? 同样,中国人集合的补集上也不能被分类出"高个人"的类集。于是,"高个人"是含糊概念。

60年代初,H. Zadeh提出Fuzzy集,不少理论计算机科学家和逻辑学家,试图通过这一理论解决G. Frege的含糊概念,但遗憾的是Fuzzy集是不可计算的,即没有给出数学公式描述这一含糊概念,故无法计算出它的具体的含糊元素数目。如,Fuzzy集中的隶属函数μ和Fuzzy逻辑中的算子λ都是如此。时隔20年后的80年代初,Z. Pawlak针对G. Frege的边界线区域思想提出了Rough集,他把那些无法确认的个体都归属于边界线区域,而这种边界线区域被定义为上近似集和下近似集之差集。由于它有确定的数学公式描述,所以含糊元素数目是可以被计算的(关于非并或非交集言),即在真假二值之间的含糊度[3,5]是可以计算的。Rough集理论主要兴趣在于它恰好反映了人们用Rough集方法处理不分明问题的常规性,即以不完全信息或知识去处理一些不分明现象的能力,或依据观察、度量到的某些不精确的结果而进行分类数据的能力。

1. 基本概念

Rough集理论是一种处理含糊和不精确问题之新的数学方法,近年来已引起了人工智能界的极大关注。它与其它处理不精确和含糊问题的数学方法一样都是求近似值,如Fuzzy集和证据理论等,但不同的是Rough集是通过数学公式计算得到近似值,而后者只能依赖于统计方法,得到近似。

设U是所论述个体的全域,I是U上的不分明关系,或称等价关系(自反、对称和传递),它将U分解成若干互不相交的子集E_i,i=1,…,n,称其为I-基本集,对所有那些被包含在U上的子集X中的I-基本集的并,定义为X的下近似集,简称Rough下近似,而对所有那些与X的交非空的I-基本集的并,被称作X的上近似集,简称Rough上近似,形式地定义如下:

设U是全域,I是U上的不分明关系,$X\subseteq U$是任意子集,则分别称为X的:

下近似集 $I_*(X)=\{x\in U: I(x)\subseteq X\}$

上近似集 $I^*(X)=\{x\in U: I(x)\cap X\neq\varphi\}$

其中φ为空集,$I(x)$是包含x的等价类,即I-基本集,则二元对$(I_*(X), I^*(X))$被称之为Rough集,如

*)得到省自然科学基金资助。

图1所示。

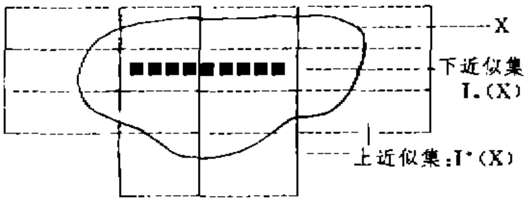

图1　Rough 集示意图

例子，设 $U=\{x_1,\cdots,x_8\}$，I 是 U 上的不分明关系，$U/I=\{I(x_1),I(x_2),I(x_3),I(x_6)\}$ 是按 I 分类的等价类的集合，其中 $I(x_1)=\{x_1,x_4,x_8\}$，$I(x_2)=\{x_2,x_5,x_7\}$，$I(x_3)=\{x_3\}$，$I(x_6)=\{x_6\}$，对 U 上随意两个子集 $X_1=\{x_1,x_4,x_7\}\subseteq U$ 和 $X_2=\{x_2,x_8\}\subseteq U$，于是得到：$I_*(X_1)=\varphi$，$I_*(X_2)=\varphi$；$I^*(X_1)=I(x_1)\cup I(x_2)=\{x_1,x_2,x_4,x_5,x_7,x_8\}$，$I^*(X_2)=I(x_1)\cup I(x_2)=\{x_1,x_2,x_4,x_5,x_7,x_8\}$，$I_*(X_1\cup X_2)=I(x_1)=\{x_1,x_4,x_8\}$，$I^*(X_1\cup X_2)=I(x_1)\cup I(x_2)=\{x_1,x_2,x_4,x_5,x_7,x_8\}$。所以，$(I_*(X_1),I^*(X_1))$ 和 $(I_*(X_2),I^*(X_2))$ 分别是 U 上子集 X_1 和 X_2 的 Rough 集。

用二元对定义 Rough 集，提出了其下界和上界，即 U 上关于其子集 X 的含糊元素的数目介于 $I_*(X)$ 和 $I^*(X)$ 元素数目之间，于是用 $I^*(X)$ 与 $I_*(X)$ 之差集表示 Rough 集应更为确切和简单，即

$$BN_I(X)=I^*(X)-I_*(X)$$

这可称得上是 Rough 集的另一种表示形式。这种定义方式可直接算出 U 上关于其子集 X 的含糊元素数目(其子集 X 为非并或非交的情况下)，Fuzzy 集理论则不然。

这种边界区意味着由于掌握的知识不完全而存在不能辨别的区域，即 $BN_I(X)$ 上的元素不可分明。所以 U 上子集 X 关于 U 上不分明关系 I 是 Rough 的，主要是 $BN_I(X)\neq\varphi$；否则它是可分明的。

一个集合 X 的边界区域越大，则这个集合 X 的含糊元素也越多。这种思想可以用数值化的系数表示，即

$$\eta_I(X)=K(I_*(X))/K(I^*(X))$$

其中 K(S) 表示集合 S 的基数，称其为 $X\subseteq U$ 的近似精度。显然 $0\leqslant\eta_I(X)\leqslant1$，于是用 $\eta_I(X)$ 来定义 Rough 集，便得 Rough 集的第三种表示法，即如果

$$\eta_I(X)<1$$

则称 U 上子集 X 关于 U 上不分明关系 I 是 Rough 的；否则 $\eta_I(X)=1$，X 关于 I 是可分明的。因为它被解释为近似精度，故 η($\eta_I(X)$ 的简写) 可被用作 Rough 逻辑中的算子[7,8]。

与 Fuzzy 集一样，在 Rough 集上也有元素隶属于集合的问题。因此，为了讨论来自于 Rough 集上的不精确问题，我们需要定义一个关于 Rough 集的隶属函数，而且是借用不分明关系 I 来定义的：

$$\mu_X^I(x)=K(X\cap I(x))/K(I(x))$$

显然　$0\leqslant\mu_X^I(x)\leqslant1$。

Rough 隶属函数被解释为一种条件概率，能从全域上的个体加以计算，Fuzzy 集上的隶属函数则不然。用 $\mu_X^I(x)$ 来定义 Rough 集，则得到 Rough 集的第四种表示形式，即若对每个 $x\in X\subseteq U$，有

$$\mu_X^I(x)<1,$$

其中 I 是 U 上的不分明关系，则 X 关于 I 是 Rough 的；反之若对每个 $x\in X\subseteq U$，如果 $\mu_X^I(x)=1$，则 X 关于 I 是可分明的。

Rough 隶属函数可用来定义一个集合 $X\subseteq U$ 的下和上近似集以及边界集，即

$$I_*(X)=\{x\in U:\mu_X^I(x)=1\}$$

$$I^*(X)=\{x\in U:\mu_X^I(x)>0\}$$

$$BN_I(X)=\{x\in U:0<\mu_X^I(x)<1\}$$

无论哪一种 Rough 集的表示形式都离不开全域 U 上的不分明关系 I 以及由 I 定义的下和上近似集，因此对 Rough 集理论中的不分明关系以及下和上近似集的研究尤其重要。这里给下和上近似集值化，即设 $I_*(X)$ 和 $I^*(X)$ 分别是 $X\subseteq U$ 的下和上近似集，则分别称下和上近似集的值化为：

$$\eta_*=K(I_*(X))/K(U)$$

$$\eta^*=K(I^*(X))/K(U)$$

其中 K(S) 表示集合 S 的基数。为简便起见，S 被限定为有穷的。

经不分明关系定义 Rough 集，这是 Rough 集研究者的早期研究，但近期已扩展到在一个信息系统中用属性集来定义 Rough 集。比如，设 $SS=(U,A)$ 是一个信息系统，$B\subseteq A$ 是属性集 A 上的任意子集，则 IND(B) 将被用以定义为 $U\times U$ 上的二元不分明关系，即

$$IND(B)=\{(x,y)\in U\times U:\forall\ \alpha\in B,\alpha(x)=\alpha(y)\}$$

显然 IND(B)(x) 或简写成 B(x) 是按不分明关系 IND(B) 作成的，且包含 x 的等价类，也就是

$$IND(B)(x)=\{y\in U:x\,IND(B)\,y\}$$

xIND(B)y 意味着个体 x 和 y 关于 B 中的属性是不可分明的，即 x 与 y 不能用 B 中的属性加以区别。用属性集 A 定义 Rough 集，可得到相应的一些概念和术语。

设 $SS=(U,A)$ 是一个信息系统，其中 U 是所论述的个体域，A 是全体属性集合，$B\subseteq A$ 和 $X\subseteq U$ 分别是属性集和个体全域上的子集，则 X 的下和上近似集及边界线区域分别为：

$B_*(X)=\{x\in U: B(x)\subseteq X\}$

$B^*(X)=\{x\in U: B(x)\cap X\neq\varphi\}$

$BN_B(X)=B^*(X)-B_*(X)$

显然,$B_*(X)$是$X\subseteq U$上必然被分类的那些元素的集合;而$B^*(X)$是U上可能被分类的那些元素的集合。$BN_B(X)$则是既不能在$X\subseteq U$上被分类,又不能在$\sim X=U-X$上被分类的那些元素的集合。容易看出$B_*(X)$是被包含在X内的最大可定义集;$B^*(X)$是包含X的最小可定义集。下面例子是说明这种扩充定义,即不用不分明关系来定义Rough集,而用属性集来定义。

例　给定信息系统,它包含六个患者的数据

患者	头痛	肌肉痛	体温	流感
P_1	否	是	高	是
P_2	是	否	高	是
P_3	是	是	很高	是
P_4	否	是	正常	否
P_5	是	否	高	否
P_6	否	是	很高	是

表中的列用属性标记,P_i标记患者,于是每行包含有关患者的信息,如P_2的信息{(头痛,是),(肌肉痛,否),(体温,高),(流感,是)},它和P_3,P_5关于头痛是不分明的;P_2和P_5关于头痛,肌肉痛和体温都是不分明的。所以按属性的子集{头痛}分类可得两个基本集:$\{P_2,P_3,P_5\}$和$\{P_1,P_4,P_6\}$;又如按属性的子集{头痛,肌肉痛}分类为$\{P_1,P_4,P_6\}$,$\{P_2,P_5\}$和$\{P_3\}$。类似地,可按属性的任一子集分类都可得到相应基本集。于是患流感病人的集合$\{P_1,P_2,P_3,P_6\}\subseteq\{P_1,P_2,P_3,P_4,P_5,P_6\}$按属性集{头痛,肌肉痛,体温}的子集{头痛,肌肉痛,体温}(集合本身也是其子集)分类,可得基本集$\{P_1,P_6\}$,$\{P_2,P_5\}$,$\{P_3\}$和$\{P_4\}$。根据定义可得下和上近似集分别为$\{P_1,P_3,P_6\}$,和$\{P_1,P_2,P_3,P_5,P_6\}$;边界集:$\{P_2,P_5\}$。由此可见,Rough集的扩充定义可避开U上的不分明关系,而用信息系统中确定的属性集来定义。这一理论将提供了Rough集的广泛意义。

按上述求得的下和上近似集,其值化如下:

$\eta_*=K(\{P_1,P_3,P_5\})/K(\{P_1,P_2,P_3,P_4,P_5,P_6\})=1/2$

$\eta^*=K(\{P_1,P_2,P_3,P_5,P_6\}/K(\{P_1,P_2,P_3,P_4,P_5,P_6\})=5/6$

下和上近似集的值化η_*和η^*描述了U上满足某种关系I的个体数目与U上的总个体数目之比值,这个比值说明了在U上如此定义的关系I成立的程度。就某种意义言,它是U上定义的逻辑公式取真值的下和上边界$[\eta_*,\eta^*]$,所以它被用作Rough逻辑的算子集和真值区间。

2. Rough集理论的逻辑研究

自Rough集理论提出以来,吸引了许多学者和专家从事这一理论的学习和研究,他们发表了Rough集代数,Rough集拓扑及其性质,Rough逻辑及处理近似推理的逻辑工具等论文。M. Banerjee在定义了一种新的Rough相等联结词的基础上继而定义了一种Rough代数[10],它与标准的拓扑布尔代数有着密切关系。在文[16,17,18]中充分论述了Rough集与Fuzzy集,证据理论与Rough集理论之间的关系。

Rough集理论的研究者们很重视它的逻辑研究,发表了一系列的Rough逻辑方面的论文[1,7,9,11-16]。比如,M. K. Chakraborty在文[11]中提出了带Rough量词的Rough逻辑,并建立了一套近似推理的逻辑工具。T. Y. Lin等基于拓扑学观点定义了类似于下和上近似算子L和H,并建立了一个近似推理的逻辑演绎系统[4]。刘清在文[7,9,21]中提出了带算子的Rough逻辑的近似推理和归结原理,并在后续工作中证明了它的归结完备性定理,进一步的研究将是其归结策略,归结反演和归结反演的完备性。它与经典逻辑的归结原理的区别在于它引用了经Rough集方法定义的算子,并由此产生了近似多值,从而能在近似推理中直接被引用。

3. Rough集方法的函数研究

Rough集理论除了朝着逻辑及其近似推理方向发展以外,近些年来出现了大量的Rough数及Rough函数的研究,发表了一系列关于Rough函数方面的论文[6,18,19,20]。

用P(X)表示X的幂集,则每个信息系统SS=(U,A)可确定一个信息函数[6]:

$INf_{ss}: U\rightarrow P(A\times\bigcup_{a\in A}V_a)$

其中V_a是属性值的集合,为此定义INf_{ss}如下:

$INf_{ss}(x)=\{(a,a(x)): a\in A\wedge a(x)\in V_a\}$

因此,x IND(A)y当且仅当$INf_{ss}(x)=INf_{ss}(y)$。我们可以将这个被限制在信息系统下的信息函数扩充到某个可计算集上带值的更为一般的函数。

例如　设D是一个体集,C是与D上个体相关值的集合,则在D上定义一个函数,即$f: D\rightarrow D\cap C$,对$\forall x\in D$,$f(x)=x\cap C$。表示f将x映射到C上与自身相关的值,则用如此f可定义一个U上的不分明关系:

x IND(f) y当且仅当$f(x)=f(y)$

在一个给定的信息系统SS=(U,A)中,定义

Rough 隶属函数同样是有效的。设 $\varphi \neq X \subseteq U$,则对 $\forall x \in U$,有

$$\mu_X^R(x)=K(A(x)\cap X))/K(A(x))$$

其中 A(x)是包 x 的关于不分明关系 IND(A)的等价类,φ和 K(S)同前。这一定义可用下面图形说明。

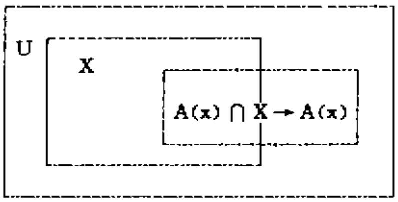

图 2 Rough 隶属函数示意图

用这种方法定义的 Rough 隶属函数,对于集合的并和交,计算其边界区域上 Rough 隶属函数的值是不可能的,故在这一点上反映了与 Fuzzy 隶属函数是类似的,它只能是对 $\forall x \in U, x \in X\cup Y$ 和 $x \in X\cap Y$ 分别表示为:

$$\mu_{X\cup Y}^R(x)=\max(\mu_X^R(x),\mu_Y^R(x))$$

$$\mu_{X\cap Y}^R(x)=\min(\mu_X^R(x),\mu_Y^R(x))$$

显然,只有当 $X\subseteq Y$ 或 $Y\subseteq X$,上述等式才成立,即在其它情况下,不可能计算出 $x\in X\cup Y$ 或 $x\in X\cap Y$ 的隶属函数 $\mu_{X\cup Y}^R(x)$和 $\mu_{X\cap Y}^R(x)$,但在给定的一些条件限制下,它们才可能被计算。

由信息系统中的属性集定义不分明关系,从而得 Rough 集,它可以推广到一般情况,比如用实数集上的离散序列定义实数上的 Rough 概念。

设 R 是实数集,(a,b)是 R 上的开区间,(a,b)上的实数序列 $S=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$,使得 $a=x_0<x_1<\cdots<x_n=b$.则有序列 $S'=(R,S)$是按 S 产生的一近似空间,其 S 被称之为离散化的序列,简称离散化。对每个 S 都可得(a,b)上的一个划分 $\pi(S)=\{\{x_0\},(x_0,x_1),\{x_1\},(x_1,x_2),\cdots,\{x_{n-1}\},(x_{n-1},x_n),\{x_n\}\}$。用 S(x)表示这个划分中包含 x 的一个块(相当于等价类)。当 $x\in S$,则 $S(x)=(x_i,x_{i+1})$,于是可用 $S_*(x)=x_i$ 和 $S^*(x)=x_{i+1}$表示 S(x)的左和右端。设 $0\in S$,则对 $\forall x\in[a,b]$,(0,x)记成 Q(x)。于是 Q(x)的下和上近似分别为

$$Q_S(x)=\{y\in R:S(y)\subseteq Q(x)\}$$

$$Q^S(x)=\{y\in R:S(y)\cap Q(x)\neq\varphi\}$$

区间(0,x)的下和上近似定义也可以被理解为一个实数 x 的近似。所以,对任意实数 x 和离散化 S,其下和上近似可分别记成 $S_*(x)$和 $S^*(x)$,所以上述定义可以写成 $Q_S(x)=Q(S_*(x))$和 $Q^S(x)=Q(S^*(x))$。如果 $S_*(x)=S^*(x)$则称 x 在 $S'=(R,S)$中是可分明的,否则 x 在 $S'=(R,S)$上是 Rough 的。由此可定义实数集上任意子集的 Rough 隶属函数:

$$\mu_{Q(x)}(y)=K'(Q(x)\cap S(Y))/K'(S(y))$$

其中 $K'(X)=\sup|x-y|, x,y\in X$。当 $x=y$ 时,得到

$$\mu_{Q(x)}(y)=\mu(y)$$

它被看成 x 在 S 中度量时产生的误差。

设 $S'=(R,S)$是一个近似空间,其中 $S=\{a_n\}$是 R 上一无穷实数序列,如果存在自然数 i,使得对每个 $j>i$,$S(a_j)=S(a_i)$,则称 S 在 $S'=(R,S)$中是 Rough 试遍的。$SN*(a_i)$和 $S'(a_i)$被认为是序列 $S=\{a_n\}$的下和上 Rough 极限。一个 Rough 收验的序列被称做 Rough 柯西序列。

如果一个序列 $S=\{a_n\}$,有 $S(a_n)=S(a_{n+1})$,则称 $S=\{a_n\}$是 $S'=(R,S)$上 Rough 常量序列。设实函数 $f:X\to Y$ 并且在集 X 上有离散化 $S=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$,而在 Y 上有 $P=\{y_0,y_1,\cdots,y_n\}$。如果对每个 $x\in S$,都是连续的(即 f 在每个 $x\in S$ 有定义),则称 f 是在 S 上的连续函数,简称 f 是 S-连续。涉及函数的许多其它基本概念在 Rough 函数中也能被表达出来,如实函数 f 的下和上近似分别理解为 $f_*:X\to Y$ 和 $f^*:X\to Y$。具体表示如下:

$$f_*(x)=P_*(f(x))=\{f(x)\in Y:P(f(x))\subseteq Y\}$$

$$f^*(x)=P^*(f(x))=\{f(x)\in Y:P(f(x))\cap Y\neq\varphi\}$$

当 $f_*(x)=f^*(x)$时,则函数 f 在 x 上是可分明的;当 $f_*(x)\neq f^*(x)$时,则函数 f 在 x 上是 Rough 的.边界线集 $BN_f(x)=f^*(x)-f_*(x)$是 f 在 x 上的近似误差。

4. Rough 集方法的应用与发展前景

Rough 集理论已经被证实在实践中是非常有用的,从大量的现实生活中应用的记录来看已经非常明显。这一理论对 AI 和认知科学尤为重要。在专家系统、决策支持系统、机器学习、机器发现、归纳推理、模式识别、决策表等方面都有非常成功的应用实例。

Rough 集方法已经证明是十分有效的工具,由于许多成功的应用,使得它的声望越来越高。各种实际生活中应用,如医学、药学、工业、工程技术、控制系统、社会科学、地球科学、开关电路、图象处理和其它许多方面都已经成功地实现了它的应用。

Rough 集理论似乎特别适合于数据简化,数据相关性的发现,发现数据意义,发现数据的相似或差别,发现数据模式,数据的近似分类等等。

用 Rough 集方法获取知识和进行机器学习也有许多应用,它是通过从训练的例子学习并导出知识.Kansas 大学已经开发了基于 Rough 集方法学习

的例子,并开发了基于 Rough 集方法的学习系统—LERS。这个系统的知识获取项对于用不完全信息工作的专家系统,帮助其建立知识库是一个十分恰当的规则归纳法的应用实例。它在 NASA's Johnson 空间中心应用了多年,充分显示了它在开发专家系统进行全球气候变化的研究中起的作用。Rough 集理论之所以提供了 AI 的有效方法,是因为实现它的程序可以很容易在平行机上运行。Rough 集方法用于决策分析已体现在波兰的 Poznan 科技大学开发的计算机系统中,这个系统已被分成两部分 Rough DAS 和 Rough Class,它们分别对问题进行解释和描述。这两个系统已在许多实际领域都有用。

Rough 集方法用于知识发现已引起了越来越多的人的关注,主要是被用于从知识库中的知识发现知识(KDD)。知识发现或从数据库中挖掘知识是 AI 的一个新子域,在这个内容上主要任务之一是内部数据库中挖掘出额外的非琐碎的知识或者找出内部数据的关联或关系和特征;例如,医学数据库中症状和病证之间的联系。Rough 集技术被用于 KDD 研究已经多年了,特别对数据库的挖掘,比如数据逻辑、商业软件系统、以控制为目的的传感器上的数据分析等都已经导致了一些新的重要规则的发现。Regina 大学用知识发现的决策矩阵方法开发了 KDD-R 系统,这个系统被用来对医学数据分析,以此产生症状与病证之间新的联系。

Rough 集理论已经证明了它在许多实际生活应用中是完备和十分有用的。Rough 集理论提供了在 AI 的许多分枝上可应用的有效方法。基于 Rough 集理论的 Rough 逻辑的研究似乎是值得重视的课题,因为这种逻辑将使单调逻辑非单调化,从而在 AI 的近似或不精确推理中将发挥不可估量作用。文[4]曾得到国际学者的评论:这将为实现 30 年前国际著名逻辑学家王浩教授提出的"Approximate Proof"迈出了初步的一步;Rough 集的倡导者 Z. Pawlak 教授曾多次在国际学术会议上提到文[4]是一个好的开头,可见一种基于 Rough 集方法的不精确推理的 Rough 逻辑的研究将是十分有前途的。

Rough 集理论的另一项重要课题则是 Rough 函数的理论和实践的研究。Rough 函数的各种近似运算,Rough 函数的基本性质,关于它的 Rough 连续,Rough 极限,Rough 可导,Rough 积分和 Rough 稳定性,Rough 函数控制及建立由 Rough 实函数控制的离散动态系统等都是典型的问题,这些问题都要求在 Rough 函数理论的模型下,给予公式化。这些问题的研究将有贡献于定性推理方法的研究。这种研究实质上是使连续数学离散化。如此,连续数学也能被现代计算机所接受。

基于 Rough 集观点的神经网络和遗传算法,特别是基于 Rough 集理论的控制都将十分有前途的应用领域。

当然 Rough 集和 Fuzzy 集方法已经在许多现实生活应用中取得惊人的成功,但还存在着一些理论问题尚待进一步完善[22,23]。

参考文献

[1] G. Frege,--, In Selections From the Philosophical Writings of Gotlob Frege 等 eds., Blackwell, Oxford 1970,1965

[2] Z. Pawlak,--,Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences,35,253-258,1987

[3] N. J. Nilsson,--,AI,28,71-87,1986

[4] T. Y. Lin,Q. Liu and Y. X. Yao, --,Lecture Notes in AI 869, 65-74,1994

[5] A. Bundy,--,J. Automated Reasoning,1,263-283,1985

[6] 刘 清、王野英,--,软件学报,Vol. 7,增刊,1996

[7] Q Liu,--,The Proc. RSFD'96 Intl. Conf., The University of Tokyo in Japan,Nov. 6-8,1996

[8] T. Y. Lin, Q. Liu and X. L. Zuo,--, The Proc. AISS'96 Conf., 11-14,1996,Kenting,Taiwan

[9] 刘 清,--,《计算机应用与软件》

[10] M. Banerjee 等,--, ICS Research Report 47/93

[11] M. K. Chakraborty and M. Banerjee,--,ICS Research Report 49/93,1993

[12] E. Orlowska and Kripke,--, Studia Logica, XLIX, 1990,PP. 255-272

[13] H. Rasiowa 等,--, in Conputation Theory, ed A. Skoron,LNCS. 208,1985,PP. 288 297

[14] M. Krynicki,--,Fundamenta Informaticae XIII,1990, PP. 227-235

[15] M. Krynicki 等,--, J. Symb. Logic, 56(2)1991, PP. 608-617

[16] M. K. Chakrabory,--,Bulletin of the Polish Academy of Scienees(to appear),1994

[17] Z. Pawlak and A. Skowron, --,In Advances in the Dempster Shafer Theory of Evidence. R. R. Yaeger 等 eds, Tohn Wiley and Sons, New York,PP. 251-271,1994

[18] Z. Pawlak,--, Bull. Pas. Tech. Ser., 35(5-6),PP. 249-251,1987

[19] Z. Pawlak,--,ICS. Research Report 37/95

[20] Z. Pawlak and A. Skowron,--,ICS. Research Report 37/93

[21] 刘 清,--,96'人工智能进展,1996,10,清华大学出版社

[22] Z. Pawlak,--,ICS Research Report 32/95

[23] Z. Pawlak 等,--,CACM 38(11) 1995,中译文见《计算机科学》,24(1)1997