计算机科学 1997 Vol. 24 №. 2

不确定推理模型，

14
54-56

几种不确定推理模型研究*)

信度网络，

张师超 覃秋梅
（广西师范大学数学与计算机科学系 桂林 541004）

专家系统

A

摘 要 The two uncertain reasoning models, the possibility theory and belief network, are first discussed in this paper. Next, a point-value causality reasoning model is established. In final, these three models are compared.

关键词 Uncertain resoning, Fuzzy relation matrix, Belief network, Conditional probability matrix, Causality.

TP18

在现实世界中，事物通常以不确定的形式存在，事物之间的关系也具有不确定性。另一方面，人们从自然现象中总结出的规律或知识是经验的，或不确定的。因此，在推理判断和决策过程中，均不可避免地涉及不确定的数据和知识的处理。现在，已建立了许多不确定的推理模型，其主要的有主观 Bayes 方法、确定性理论、可能性理论等，而最理想的推理模型应首推可能性理论。然而，由于可能性理论的基本操作是不充分的，所以尽管其计算复杂度低，但它在专家系统中的运用仅有 2%左右。J. Pearl 的信度网络方法是主观 Bayes 方法的一个扩展，它以其坚实的概率理论基础以及其有效性被认为是目前最好的不确定推理方法[3]。不过，信度网络方法有一个致命的弱点：它以点值的先验概率为基础，而先验概率值的获取是昂贵的。因此，可以说信度网络方法的结果是漂亮的，但实用价值不大。

本文先介绍了可能性理论和信度网络这两种方法和我们在这方面的一些研究工作。然后对这些模型的优缺点进行述评，并提出一些观点和看法，为推进不确定推理方法的发展提供参考。

1 可能性理论

可能性理论是采用模糊集来描述不确定性的，并提供了操作模糊命题的几个基本算子。在可能性理论中，对涉及的对象或变量定义一个可能性分布。如：命题“X 是 A”，考虑的论域是 $U=(u_1, u_2, \cdots, u_n)$，则可能性分布 $\mu(A)=(a_1, a_2, \cdots, a_n)$，其中 a_i 表示 u_i 隶属于 A 的程度。

若有规则“若 X is A，则 Y is B”，X 和 Y 分别在 $U=(u_1, u_2, \cdots, u_m)$ 和 $V=(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ 中取值，则说 X 与 Y 存在因果关系，这样的一种限制关系可以用一模糊关系矩阵 $R=(r_{ij}/(u_i, v_j), i\leqslant m, j\leqslant n)$ 来表示。r_{ij} 为 (u_i, v_j) 隶属于关系 R 的程度。

Zadeh 提供了两种方法来确定模糊关系矩阵 R，

*）本文得到国家自然科学基金及广西跨世纪人才基金资助。

[6]G. Yihong et al., An image database system with fast image indexing capability based on color histograms, Proc. of 1994 Region 10's 9th Annual Intl., Conf. Vol. 1, Singapore
[7]C. H. C. Leung et al., Image data modeling for efficient content indexing, Proc. of intl. Workshop on Multi-Media Database Management Systems, CA, USA
[8]T. Kurita et al., Learning of personal visual impression for image database systems, Proc. of the 2nd Intl. Conf. on Document Analysis and Recognition, CA, USA, 1993
[9]Deborah Swanberg et al., Knowledge Guided Parsing in Video Databases, SIGGRAPH 93
[10]P. Bose., Subqueries in SQLF, a fuzzy database query language, Proc. of 1995 IEEE Intl. Conf. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 4, NY, USA. 1995
[11]Qi Yang et al., MB/sup+/-tree: a new index structure for multimedia database, Same to[7]
[12]N. Hirzalla et al., A multimedia query specification language, Same to[7]

获得的模糊关系矩阵分别用 R_m、R_a 表示：

$$R_m=(\mu_A(u_i)\wedge\mu_B(v_j))\vee(1-u_A(u_i))/(u_i,v_j),\ i\leqslant m,j\leqslant n$$

$$R_a=(1\wedge(1-\mu_A(u_i)+\mu_B(v_j)))/(u_i,v_j),i\leqslant m,\ j\leqslant n$$

Mandani 提出：

$$R_c=(\mu_A(u_i)\wedge\mu_B(v_j))/(u_i,v_j),i\leqslant m,j\leqslant n$$

另外，Mizumoto 等人依据多值逻辑中不同的蕴涵规则，提出了一组构造模糊关系的方法，主要也是采用一些"∧""∨"操作[1]，在此不一一列举。

若已知"X is A 则 Y is B"及"X is A′"，由模糊推理即可得到"y is B′"，B′的隶属函数为：

$$\mu(B')=\mu(A')\circ R$$

其中 ∘ 可取"∧""∨"操作，R 为 X 与 Y 之间的模糊关系矩阵。

由此可见，模糊推理实际上是建立点值的隶属度间的关系，其关键在于构造模糊关系矩阵 R 和确定 ∘ 操作。在模糊关系矩阵构造中，均要采用"∧""∨"等模糊逻辑的操作，由于这些操作具有不充分性[2]，因此其推理结果是不能让人信服的。

2 信度网络方法

在不确定的环境下，一个命题往往含有几个状态，比如，一报警装置的报警信号可能有三种：红色(危险)，黄色(要小心)，绿色(安全)。我们用一个多值变量来表示这种多值命题。信度网络是一种模拟人类推理过程中因果关系的有向图，它的每一个节点是一个多值变量。若 M 与 N 有直接影响，则 M 与 N 直接连线(M→N)。

对因果关系 X→Y，$X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，$Y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$，信度网络方法中是用条件概率矩阵 M 来确定 X 与 Y 之间的因果关系。

$$M_{y|x}=p(y|x)=\begin{bmatrix}p(y_1|x_1) & p(y_2|x_1) & \cdots & p(y_n|x_1)\\ p(y_1|x_2) & p(y_2|x_2) & \cdots & p(y_n|x_2)\\ & \cdots & & \\ p(y_1|x_m) & p(y_2|x_m) & \cdots & p(y_n|x_m)\end{bmatrix}$$

其中，$p(y_j|x_i)$ 表示 X 取值 x_i 时，Y 取值 y_j 的概率。

为了表示不断获得的新证据和新事实对命题的影响，对每个节点变量定义一个信度分布：

$$BEL(X)=p(x|e)=(p(x_1|e),p(x_2|e)\cdots,p(x_m|e))$$

意为在当前所拥有的所有事实和证据 e 条件下，命题 X 取值的概率分布。这里的概率分布与可能性分布不同，但一般说来，可能性低，一般概率也低，而较高的概率必有较高的可能性。信度分布的传播是通过两个独立的向量 λ、π 的传播来实现的，λ、π 定义为：

$$\lambda(x)=p(e^-|x),\pi(x)=p(x|e^+)$$

其中：e^+，e^- 分别为在因果链的头部和尾部分别获得的证据，即有

$$e^+\to U\to X\to Y\to e^-$$

从而

$$\begin{aligned}BEL(x)&=p(x|e^+,e^-)\\&=\frac{p(x|e^-)p(e^+|x,e^-)}{p(e^+,e^-)}\\&=\alpha p(x|e^-)p(e^+|x)\\&=\alpha\lambda(x)\pi(x)\end{aligned}\tag{1}$$

α 为归一化常数。

下面我们对最一般的树型网络讨论新证据的传播和信度修改，考虑具有两个孩子和一个双亲的典型结点 X，获得的证据为 e_X^+，$e_X^-=e_Y^-\cup e_Z^-$，如图 1 所示。

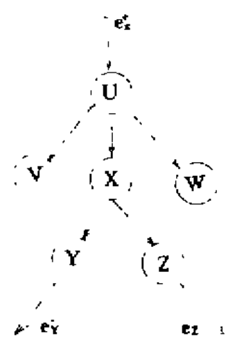

图 1

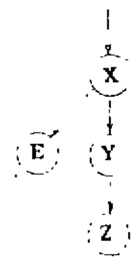

图 2

此时

$$\begin{aligned}\lambda(x)&=p(e_Y^-|x)p(e_Z^-|x)\\&=\lambda_Y(x)\lambda_Z(x)\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}\pi(x)&=p(x|e_X^+)\\&=\sum_u p(x|e_X^+,u)p(u|e_X^+)\\&=\sum_u p(x|u)\pi_X(u)\end{aligned}\tag{3}$$

$$\therefore\quad BEL(x)=\alpha\lambda_Y(x)\lambda_Z(x)\cdot\sum_u p(x|u)\pi_X(u)\tag{4}$$

X 按(4)式修改其信度分布后，传播给它的双亲 λ(u) 信息，传播给它的孩子 Y 的信息为 $\pi_Y(x)$：

$$\lambda_X(u)=p(x|u)=\sum_x p(e_X^-|u,x)p(x|u)=\sum_x p(e_X^-|x)p(x|u)=M_{x|u}\cdot\lambda(x)\tag{5}$$

$$\pi_Y(x)=p(x|e_Y{}^+)=p(x|e_X+,e_Z^-)=\alpha p(e_Z^-|x,e_X^+)p(x|e_X^+)=\alpha p(e_Z^-|x)p(x|e_X^+)=\alpha\lambda_Z(x)\pi(x)\tag{6}$$

一般地，若 X 有 m 个孩子 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_m$ 和一个双亲 U，由上面的推导有：

$$BEL(x)=\alpha\prod_j\lambda_{Y_j}(x)\cdot\sum_u p(x|u)\pi_X(u)\tag{7}$$

X 传播给 U 及第 j 个孩子 Y_j 的 $\lambda_X(u)$，$\pi_{Y_j}(u)$为

$$\lambda_X(u)=M_{x|u}\cdot\lambda(x) \tag{8}$$

$$\pi_{Y_j}(x)=\alpha\pi(x)\prod_{k\neq j}\lambda_{Y_k}(x) \tag{9}$$

由上面的推导，读者不难看出信度分布的修改过程，在此不列出其步骤。

我们来看一个例子，设有如图 2 的推理网络，其中 E、Z 为证据结点：

已知 $\pi(x)=(0.8,0.1,0.1)$

$$M_{y|x}=\begin{pmatrix}0.8 & 0.1 & 0.1\\ 0.1 & 0.8 & 0.1\\ 0.1 & 0.1 & 0.8\end{pmatrix}$$

若获得的证据 E、Z，使 $\lambda_E(x)=\beta(1,10,10)$，$\lambda_Z(Y)=\beta(0.8,0.6,0.5)$，($\beta$ 为任一常数)，则：

$$\lambda(Y)=\lambda_Z(Y)=(0.8,0.6,0.5)$$

$$\lambda_Y(x)=M_{y|x}\cdot\lambda(Y)$$

$$=\begin{pmatrix}0.8 & 0.1 & 0.1\\ 0.1 & 0.8 & 0.1\\ 0.1 & 0.1 & 0.8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0.8\\ 0.6\\ 0.5\end{pmatrix}$$

$$=(0.75,0.61,0.54)$$

$$\lambda(X)=\lambda_E(X)\lambda_Y(X)$$

$$=\beta(0.75,0.61,0.54)(1,10,10)$$

$$=(0.75,6.1,5.4)$$

$$BEL(X)=\alpha\lambda(x)\pi(x)$$

$$=\alpha(0.75,6.1,5.4)(0.8,0.1,0.1)$$

$$=(0.343,0.349,0.308)$$

$$\pi_Y(x)=\alpha\pi(x)\lambda_E(x)=(0.8,1.0,1.0)$$

$$\pi(Y)=\pi_Y(x)\cdot M_{y|x}$$

$$=(0.8,1.0,1.0)\cdot\begin{pmatrix}0.8 & 0.1 & 0.1\\ 0.1 & 0.8 & 0.1\\ 0.1 & 0.1 & 0.8\end{pmatrix}$$

$$=(0.30,0.35,0.35)$$

$$BEL(Y)=\alpha\lambda(Y)\pi(Y)$$

$$=\alpha(0.8,0.6,0.5)(0.30,0.35,0.35)$$

$$=(0.384,0.336,0.280)$$

信度网络方法是以建立点值的概率之间的关系来描述事件之间的因果关系，它要求较多先验概率。

3 点值因果关系

可能性理论通过点值隶属度的模糊关系矩阵来确定前提与结果的因果关系。信度网络方法通过点值的先验概率矩阵实现证据的传播与信度的修改。另一种处理不确定性数据的成熟技术是统计技术，它尽管与概率技术有一定联系，不同的是，它直接建立点值之间的因果关系，也因此而具有较多的成功应用。然而，这种技术在专家系统中尚为鲜见。这可能与统计技术本身的一些理论尚在发展中有关系。我们认为，统计技术更适合于不确定数据的处理，因为尽管没有先验值或源数据，但可以让系统运用统计技术在应用中逐步学习而求出描述因果关系的参数。因此我们根据统计技术建立了一个推理模型如下：

对于不确定环境下的规则 R：A→B，其中 A，B 为模糊断言。设 A 与 B 的点值分别为 $D_1=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$ 和 $D_2=\{b_1,b_2,\cdots,b_n\}$。它们之间的因果关系可形式地描述为：

$$y=f(x) \tag{10}$$

其中 x 和 y 的定义域分别为 D_1 和 D_2。在统计技术中，D_1 和 D_2 可视为一个稠密或连续的区间。

通常情况下，f 是一个非线性函数，但我们可以分段地用线性函数来逼近 f，因此，(10)式可写成如下形式

$$y=a+bx \tag{11}$$

a，b 可通过从源数据或者系统在实际运用中的一些例子来近似地估计。它也可通过一个学习算法让系统在实际运行过程中进一步修正。

上面建立了事件的点值之间的因果关系，其进一步研究将另文介绍。

4 比较

可能性理论用点值隶属度的模糊关系矩阵来刻画因果关系，用可能性分布来表示不确定性，推理速度一般快，计算复杂度较低。但它要求专家确定点值隶属度的模糊关系矩阵且采用的模糊操作是不充分的，因此，在专家系统中使用较少。

信度网络方法用点值先验概率矩阵来描述因果关系，用概率分布来表示不确定性，推理速度一般且计算复杂度较高，但它要求专家提供点值的先验概率，其代价昂贵。但它有较强的理论基础，推出的结果让人信服。

点值因果关系采用了统计技术，它用线性关系近似表达因果关系，推理速度快且计算复杂度低，可从在实际运用中的一些例子来确定因果关系，对专家依赖少，但理论仍处探索阶段。

总之，这三种模型均能描述事件的因果关系，但最后一种方法实用且简单。

参考文献

[1]刘有才等，《模糊专家系统原理与设计》，北京航天航空大学出版社，1994，3

[2]张师超等，模糊逻辑中的一些问题研究，《模糊系统与数学》，1996，1

[3]J，Pearl，《Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems：Networks of plausible inference》，California，1988

[4]阎平凡，不精确推理中的信度网络方法，《计算机科学》，(5)1989

[5]张师超，An extension of production rule，Proc. of the 2nd World Congress on ES，Portugal，1994