

小波变换与图像数据压缩评价^{*}

方涛 郭达志

(中国矿业大学测量与土地科学系 徐州 221008)

12
46-49
A

摘要 In this paper, sub-band bite allocation in the wavelet transform domain is studied, this posses important guidance meanings for data compression of vector quantization (VQ) based on wavelet transform. Unlike Fourier analysis, there are different wavelet bases in wavelet analysis. Especially, orthonormal bases of compactly supported wavelets are a important kind of wavelet bases. Consequently, the performances of data compression about those wavelet bases are analysed and evaluated.

关键词 Wavelet transform, Bite allocation, Orthonormal wavelet bases, Compactly supported wavelets, Data Compression.

小波变换, 图像数据压缩

小波变换与 JPEG 国际标准所采用的 DCT 相比, DCT 在高频和低频段具有相同的空间分辨率, 而小波变换在低频时具有较高的频率分辨率, 高频时具有较高的空间分辨率, 有助于实现图像中平稳

成分与非平稳成分的分离, 易于保护图像的细节和边缘, DCT 采用分块压缩编码, 缺乏整体性, 易于出现方块效应, 而小波变换对图像作全局分解, 具有整体连续性, 量化失真随机分布于整幅图像之中, 不易

*国家自然科学基金资助项目。方涛 博士后。郭达志 教授。

图像处理
TN 911.1 TN 919.8

$+(1-\alpha) * P_2$.

以上是该算法的基本思想, 下面我们给出它的一个形式化描述:

```

Procedure Merge-Update(Q, C, Rk)
// Q 为查询, C 为处理器个数, Rk 为结果关系 //
begin
  1. select Rk // 采用方案(a)或(b) //
  2. 将 Rk 从 Q 中删除
  3. 查询 Q 变为 Q1, Q2, ..., Qk
  4. 并行执行 Merge-Update(Qi, Ci, Rk)
  5. for I=1 to k do
  6. 完成 Rk 与 select 的连接(用流水线方式)
end
    
```

上述 Merge-Update 算法中, select 可以用方案(a)也可以用方案(b), 两种方案的时间复杂度均为 O(n), 而选择 R_k 与 select 连接中, 选择 R_k 的时间复杂度为 O(k) < O(n)。很显然 Merge-Update 算法的时间复杂度是多项式的。

讨论 到目前为止, 还没有一个并行查询优化算法

能够保证产生高效率的查询计划, 因此我们还需做以下几个方面的工作: (a) 具有强表达能力的并行查询计划表示模型的研究; (b) 并行数据操作算法的多变量复杂性模型的研究; (c) 以并行数据操作算法的多变量复杂性模型为基础的查询计划的复杂性模型的研究; (d) 具有产生高效率查询计划能力的并行查询优化算法的研究。

参考文献

- [1] M. S Chen et al., Scheduling and Processor Allocation for Parallel Execution of Multi-Join Queries, Proc. of the 8th Intl. Conf. on Data Eng., Feb., 1992
- [2] P. S Yu et al., Parallel Query Processing, Advanced Database System, p. 229-258, 1993
- [3] 李建中, 并行数据操作算法和查询优化技术, 软件学报, No10, 1994
- [4] 陈建荣、严隽永、叶天荣, 分布式数据库设计导论, 清华大学出版社, 1992

为人眼所觉察,也不会出现方块效应,DCT是一种固定的变换,而小波有很大的选择灵活性。另外,小波变换采用塔式结构分解,与视觉由粗到精,由全貌到细节的观察过程一致,可逐级提高压缩图像的清晰度,因此小波分析与子带编码相结合,在图像数据压缩中得到广泛应用与研究。

本文主要研究这种塔式结构小波变换图像分解各子带比特分配问题,以及有限紧支集正交小波基的特性和数据压缩的性能。

1. 小波变换与子带图像量化比特分配

根据小波多分辨率分析的思想,在尺度 J 和 J 之间,图像 $f(x,y)$ 的二维小波变换可表示为如下的子带序列:

$$\{S_2f, CW_2^1f, \dots, CW_2^3f\} \quad (1)$$

其中 S_2f 表示在尺度 J 的低频子带图像, $W_2^j f$ 表示在尺度 j 上第 i 个方向的高频子带图像,且 $1 \leq j \leq J, i = 1, 2, 3$ (分别对应图像的水平、垂直、对角方向的高频分量)。式(1)形成了在小波变换域内图像金字塔(图1)。

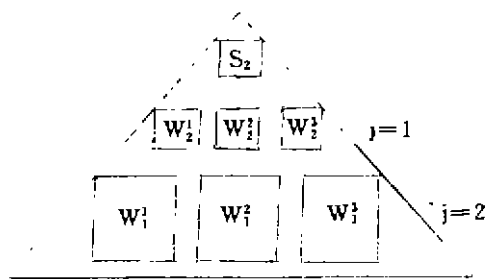


图1 小波变换的图像金字塔结构

在小波变换编码器中,重构图像的总失真由每个子图像引入的平均失真之和,而较高层子图像引入的失真对总失真的影响较大,因此在量化阶段,每个子图像的比特分配对编码性能有很大的影响,即研究与小波锥各子带统计特性相一致的比特分配问题是很重要的。

压缩图像比特数:

$$B = B_0 + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 B_j^i \quad (2)$$

其中 B_0 为低频子带比特数, B_j^i 表示在第 j 个尺度上第 i 个方向子带的比特数。

重构图像产生的总失真:

$$D = 2^{2J} D_0 + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 2^{2j} D_j^i \quad (3)$$

其中 D_0 表示低频子带失真, D_j^i 表示在第 j 个尺度上第 i 个方向的子带失真。式(3)表示在小波锥上每个子带的失真对总失真影响的大小。每个子带乘以加权因子 2^{2j} 的目的是,选择比特 B_0 和 $\{B_j^i, i=1, 2, 3; j=1, 2, \dots, J\}$, 使 D 在式(2)的约束下为最小,且有

$$J = D + \lambda B \quad (4)$$

假设子带的比特数与其方差对失真的熵有下列对数关系:

$$B_0 = S_0 + t_0 \ln \frac{\sigma_0^2}{D_0} \quad (5)$$

$$B_j^i = S_j^i + t_j^i \ln \frac{(\sigma_j^i)^2}{D_j^i} \quad (6)$$

其中 S_j^i, t_j^i, S_0 都是常数, $\sigma_0^2, (\sigma_j^i)^2$ 是相应子带的方差。将式(2)、(3)、(5)和(6)代入(4)中得

$$J = 2^{2J} \sigma_0^2 \exp\left(\frac{S_0 - B_0}{t_0}\right) + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 2^{2j} (\sigma_j^i)^2 \exp\left(\frac{S_j^i - B_j^i}{t_j^i}\right) + \lambda (B_0 + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 B_j^i) \quad (7)$$

在满足 $J = \min$ 条件下有:

$$B_0 = S_0 + t_0 \ln \frac{2^{2J} \sigma_0^2}{t_0} - \ln \ln \lambda \quad (8)$$

$$B_j^i = S_j^i + t_j^i \ln \frac{2^{2j} (\sigma_j^i)^2}{t_j^i} - t_j^i \ln \lambda \quad (9)$$

将式(8)和(9)代入式(2)有:

$$(-\ln \lambda) = \frac{1}{N} (B - C_1 - C_2) \quad (10)$$

其中:

$$N = t_0 + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 t_j^i \quad (11)$$

$$C_1 = S_0 + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 S_j^i \quad (12)$$

$$C_2 = t_0 \ln \frac{2^{2J} \sigma_0^2}{t_0} + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^3 t_j^i \ln \frac{2^{2j} (\sigma_j^i)^2}{t_j^i} \quad (13)$$

2. 小波基的性质

由小波理论分析可知,小波的伸缩和平移所张成的小波子空间不同,采用不同的小波,进行多分辨率分析差别是较大的。在子带编码中,选择最佳小波意味着使信号的大部份能量都集中在低频子带中,并且使低频子带像素间具有高度的相关性,有利于进行数据压缩和编码。

不同的小波基具有不同的特性,在此主要讨论对实际应用很重要的有限紧支集正交小波基及其重要性质——正则性(regularity)。

正则性是正交小波函数光滑性的一个度量。在 Daubechies 有限紧支集正交小波基中,紧支集的长

度(即滤波器的长度)愈长,相应小波的正则性愈高。如表 1 所示。表中最末一行列出了 Haar 小波基,其小波函数不具有正则性。从表中可看出,要增加紧支集多分辨率生成元 ψ 的光滑度,就要增加紧支集的长度,正则性测度愈大, $\hat{\varphi}(\omega)$ 趋于零的速度愈快,将小波函数 $\psi(x)$ 对应的频率响应 $\hat{\psi}(\omega)$ 看成是带通滤波器时,其分频能力愈高,但 ψ 的紧支集愈长,空间局域性就愈差。

3 试验分析

试验中,分别采用有限紧支集正交小波基 D_2 、 D_4 、 D_6 、 D_{10} 对某幅卫星遥感影像(TM)作二级小波分解后生成的各子带图像的均值和协方差阵如表 2 至表 5 所示。

表 1 不同的 Daubechies 小波基正则性

Daubechies 小波	滤波器长度	正则性测度	消失矩 M
D2	4	0.5-ε	2
D3	6	0.915	3
D4	8	1.275	4
D5	10	1.596	5
D6	12	1.888	6
D7	14	2.158	7
D8	16	2.415	8
D9	18	2.661	9
D10	20	2.902	10
Haar 小波基	2		

表 2 D2 正交小波基多分辨率级统计特性及数据压缩

分辨率级	特征 子带类型	协 方 差				均 值
		亮 度	水 平	垂 直	对 角	
1	亮 度	142.110	6.523	8.932	0.187	121.588
	水 平		13.613	0.574	0.377	-0.254
	垂 直			18.276	0.716	-0.23
	对 角				1.837	-0.004
2	亮 度	109.261	9.659	10.485	-0.253	121.346
	水 平		24.086	1.021	0.311	-0.397
	垂 直			32.467	1.111	-0.428
	对 角				5.820	0.015

压缩比 CR=13.45,信噪比 PSNR=32.878

表 3 D4 正交小波基多分辨率级统计特性及数据压缩

分辨率级	特征 子带类型	协 方 差				均 值
		亮 度	水 平	垂 直	对 角	
1	亮 度	170.351	6.262	8.106	0.220	121.254
	水 平		21.480	0.240	0.223	-0.253
	垂 直			24.514	0.491	-0.227
	对 角				1.480	-0.005
2	亮 度	219.466	9.563	9.972	-0.549	120.342
	水 平		24.404	0.576	0.283	0.002
	垂 直			33.113	0.794	-0.100
	对 角				5.287	0.002

信噪比 PSNR=32.659

表4 D6 正交小波基多分辨率级统计特性及数据压缩

分辨率级	特征 子带类型	协 方 差				均 值
		亮 度	水 平	垂 直	对 角	
1	亮 度	227.468	2.152	3.371	0.052	120.916
	水 平		13.973	0.176	0.141	-0.246
	垂 直			17.268	0.227	-0.230
	对 角				1.334	-0.003
2	亮 度	372.597	2.678	0.361	0.046	119.343
	水 平		17.031	0.398	0.163	0.382
	垂 直			25.321	0.350	0.333
	对 角				4.895	-0.008

信噪比 PSNR=32.404

表5 D10 正交小波基多分辨率级统计特性及数据压缩

分辨率级	特征 子带类型	协 方 差				均 值
		亮 度	水 平	垂 直	对 角	
1	亮 度	307.510	-0.211	0.818	0.070	120.247
	水 平		15.755	-0.019	-0.011	-0.243
	垂 直			18.565	-0.001	-0.228
	对 角				1.187	-0.004
2	亮 度	601.066	1.894	1.099	-0.254	117.373
	水 平		20.462	0.227	0.275	0.273
	垂 直			27.755	0.275	0.352
	对 角				4.347	0.008

信噪比 PSNR=31.980

可以看出,对角子带方差很小,在利用矢量量化图像压缩时,不考虑对角子带,在第一级分解,水平和垂直子带都采用码矢维数为 $8 \times 8 = 64$, 大小为 256 的码本,第二级分解,水平和垂直子带都采用码矢维数为 $4 \times 4 = 16$, 大小为 16 的码本进行矢量量化,低频子带按 8 比特进行标量量化。

试验表明,随着正交小波基正则性愈大,各子带均值基本上没有改变,低频子带方差愈大,即能量集中于低频子带。但是正则性愈大,不利于保护图像的边缘细节,信噪比(PSNR)也下降了。此外,正则性愈大,必然增加小波基的长度,也增加了运算开销。因此实际应用中,选择的正交小波基长度不宜太大。

参考文献

[1] Antonini M. et al., Multiscale Image Coding Us-

ing the Kohonen Neural Network, SPIE Vol. 1360 Visual Communications and Image Processing'90

[2] Daubechies I., Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelet, Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. XLI, 1988

[3] Volkmer H., On the Regularity of Wavelets, IEEE Trans. on IT, 38(2)1992

[4] Yang K. H. et al., Wavelet Transform Coding for MCP Error Images Using Quadtree Decomposition and ECVQ, Signal Processing, Image Communication, No. 6, 1995

[5] 方涛, 小波理论与遥感影像分析及数据压缩——理论、算法与实践, 中国矿业大学博士论文, 1996