

基于有限布尔命题集上的条件事件代数及应用

姬东耀

(西安电子科技大学研究生部 西安 710071)

TP18

摘 要 本文以 Goodman 条件事件代数理论为基础,在有限布尔命题集上建立了一个自由布尔多项式代数 B ,并在 B 上利用布尔关系 ($b' = 0$) 给出条件事件的一种新的表示法。该表示法比 Goodman 的主理想陪集表示法直观且计算复杂度小,易于实际应用,并将结果用于解决专家系统中一类循环规则的合成问题与复杂条件命题概率计算问题。

关键词 条件事件,产生式规则,计算机,专家系统

条件事件代数是美国海军海洋系统中心 Goodman 教授等以专家系统中的产生式规则“if b, then a”为研究对象,在确保规则概率与条件概率相容的前提下,把布尔代数上的逻辑运算推广到条件事件(规则)集合中而得到的代数系统,目的是为智能系统中的条件推理建立一个数学基础,也是计算机进行高层次推理与建立高层次专家系统所必需的工具。所以,其理论与实践价值都是巨大的,美国军方已将其列为重要研究课题之一。文[1]、[3]中系统阐

述了这一理论。

在文[3]中,Goodman 等人提出了自由度量条件事件的概念,所谓自由度量条件事件就是自然语言中的蕴含陈述或命题“if b, then a”,我们把它简记为 $(a|b)$,而且对于任何概率度量 $P, P((a|b)) = P(a|b)$ 。要使这个等式成立,必须适当地表示 $(a|b)$,目前一般赞同把它表示为一种等价关系的等价类。Goodman 等人根据布尔环 R 上的等价关系 $(a|b) = (c|d)$ 当且仅当 $ab = cd$ 且 $b = d$,把 $(a|b)$ 表示为布

实例库的图,形成一个虚拟库,从而扩展各个单独的图来为目标问题提供答案[Coo 1990]。一个例子是,对 Circular 和 Back-and-forth 产生出 Motion 的虚拟库,得到一个更抽象的实例。

7 小结

本世纪 60 年代,神经生理学的裂脑人实验表明 [Spe 1962, 64, 66, 68, 75, 76],人的左右大脑是分开独立进行思维,通常左脑进行抽象思维而右脑进行形象思维。切除右脑半球,左脑完整无损,便保留下基本上未受损害的语言能力,对言语字面上的意义大致理解,而对隐喻、音调变化和情绪音调,则一无所知[Bla 1980]。这说明类比是一种左右脑兼具的能力,而隐喻则主要是右脑的形象思维能力。然而,迄今为止除了心理学领域和哲学领域的研究,有关类比、隐喻的研究工作实际上都是基于抽象思维的,因而进一步研究类比推理对研究和模拟形象思维,具有重要意义,有可能会找到计算机真正模拟人类智能的捷径。另一方面,迄今为止,几乎所有类比研究工作都围绕问题求解,这与七十年代末 80 年代

初,当代类比研究先驱 Gentner、Winston 等人为类比定下的基调有关,他们都认为,类比就是当发现事物在某一方面相似而推知其另一些方面的共性。这使得长期以来,类比的工作实际上是进行类似对象的解移植,不能适用于生成性的设计活动。现有的号称通过类比进行设计的系统,实际上是一种模仿系统,在设计活动时要求有一个先例,当前问题的解是对该先例设计方案的移植与模仿。当从未存在过这样一个先例时,这种类比设计系统也就无能为力了。许多研究者已经注意到这一点,发现了处于类比源中间地带的潜在结果的重要性,相继提出了 Between-domain Analogy [Qia 1992] 和类比生成 [Xu & Pan 1995a] 的概念,甚至进一步提高到综合推理 [Pan 1994]。这样,类比开始具有了创新的设计能力,对先例不再是进行模仿和移植而是进行纯参考性的设计活动,这是多年来类比研究的一个进步!

限于篇幅,本文在许多细节上只能一掠而过,有兴趣的读者可参见 [Xu & Pan 1995c]。(参考文献共 168 篇略)

尔环 R 上主理想 Rb' 的陪集 $a + Rb'$ 。但是,把条件事件解释为主理想陪集直观上很难理解,而且陪集的运算十分复杂,给实际应用带来很大不便,下面我们将利用一种新的等价关系,给出条件事件的另一种表示方法。

一、条件事件的表示

为了易于计算机处理,本文把论域限制在有限布尔命题集上。令 $S = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 为我们感兴趣的 n 个命题的集合。 S 中没有互逆命题,下面我们用布尔运算 $\wedge, \vee, '$, 由 S 中的 n 个命题构造一个自由布尔多项式代数。

令 $\Omega = \{S \text{ 中 } n \text{ 个命题或其逆命题的所有完全合取式}\}$, Ω 为原子集。测度 P 是对这 2^n 个元素的一个概率分配。 $B = \{\Omega \text{ 中项组成的所有析取范式}\}$ 。

例如 $S = \{\text{Blue}(b), \text{Red}(r), \text{Yellow}(y)\}$, 则 $\Omega = \{bry, b'ry, br'y, bry', b'r'y, br'y', b'r'y'\}$

$B = \{bry, \dots, b'r'y', bry \vee b'ry, \dots, bry \vee b'ry \vee br'y \vee bry' \vee b'r'y \vee br'y' \vee b'r'y'\}$ 。

1. B 上的一个条件关系 Rb

我们通过布尔方程 $(b' = 0)$ 来定义关系 Rb 。

定义 1 对于任何 $c, d \in B$, 有序对 (c, d) 具有关系 Rb , 如果把 c 和 d 中和 b' 相同的原子置为 0 后 $c = d$ 。

这等于指定 b' 是不可能的,也就是说 b 是必需的。当命题被表示为从 Ω 到 $[0, 1]$ 的两值函数时,这等于置 $b^{-1}(0) = \{\omega \in \Omega, b(\omega) = 0\} = \{0\}$ 。由于关系 Rb 使用两个命题相等当且仅当它们由相同的原子来定义,所以容易验证 Rb 为一等价关系。由此可以形成这一等价关系下的商布尔代数 (B/b) 。我们用 $(c|b)$ 表示 (B/b) 里包含命题 c 的等价类,它服从 $(c|b) = (d|b)$ 当且仅当 $c \wedge b = d \wedge b$ 。我们可以把 $(c|b)$ 解释为“if b , then c ”或者“ $c \text{ MODULO } (b' = 0)$ ”。

在这一定义下,条件命题 $c|b$ 有三个真值状态 1, 0, UNDEFINED。对于 $c \wedge b$ 里的原子, $c|b$ 有真值 1; 对于 $c' \wedge b$ 里的原子, $c|b$ 有真值 0; 对于 b' 里的原子, $c|b$ 无定义。对于任何命题 c , $P(c|b) = P(c \wedge b) / P(b)$ 。包含 c 的同余类 $(c|b) = \{x \in B, x \wedge b = c \wedge b\} = \{x \in B, x = (c \wedge b) \vee (b' \wedge y), y \in B\} = cd \vee b'B$ 。同余类 $(b|b) = \{x \in B, x \wedge b = b \wedge b\} = \{x \in B, b \leq x\}$ 是一个布尔滤子。商布尔代数 B/b 固有一个格序 \leq : $(a|b) \leq (c|b)$ 当且仅当 $ab \leq cd$ ^[1]。

2. B 的条件闭包

对于任意 $a, b \in B$, 我们用 B/B 表示所有条件事

件 $(a|b)$ 的集合。 B/B 叫做 B 的条件闭包。 B 于 $B/1$ 同构。两个条件事件 $(a|b)$ 和 $(c|d)$ 是等价的, 如果 $b = d$ 且 $a \wedge b = c \wedge d$ 。所以, 一般来说, $(a|b) = (a \wedge b) | b$ ^[1]。然而进一步的推广 $(a|b) | (c|d) = [(a|b) \wedge (c|d) | (c|d)]$ 是令人置疑的, 因为 $(a|b) | (c|d)$ 亦可以写作 $(a|b \wedge (c|d))$ 。

二、高阶条件及条件事件运算

1. 高阶条件

通过布尔等式 $b' = 0$ 定义等价关系 Rb , 再导出商布尔代数 B/b 。这种方法很容易推广到形如 $(a|b) | (c|d)$ 这样的高阶条件。

先考虑一个特例 $((a|b) | c) = ((ab \vee b'B) | c) = abc \vee b'cB \vee c'B = abc \vee (b'c \vee c')B = abc \vee (b' \vee c')B = abc \vee (bc)'B = abc | bc = a | bc$

下面定义条件关系 $R(c|d)$ 。

定义 2 对于任意命题 $a, b \in B$, 有序对 (a, b) 具有关系 $R(c|d)$, 如果把 a 和 b 中与 $(c|d)^{-1}(0)$ 相同的原子置为 0 后 $a = b$ 。

其中 $(c|d)^{-1}(0) = \{\omega \in \Omega, \omega \text{ 是 } c' \wedge d \text{ 中的原子}\}$ 。容易验证 $R(c|d)$ 是 B 上一等价关系。对于形如 $(a|b) | (c|d)$ 这样的高阶条件运算, 根据定义, 这个等价类是通过先把 a 中和 b' 相同的原子置为 0, 然后再把 a 中与 $c' \wedge d$ 相同的原子置为 0 而得到的。从而有:

$$(a|b) | (c|d) = (a | (b \wedge (c \vee d))) \quad (1)$$

2. 条件事件运算

逆运算: 在任何商布尔代数 B/b 里, 每个条件命题 $(a|b)$ 有一个逆命题 $(a|b)'$;

$$(a|b)' = a' | b \quad (2)$$

因为 $(a|b) \vee (a' | b) = (1 | b)$, $(a|b) \wedge (a' | b) = (0 | b)$ 。 $1 | b, 0 | b$ 分别是 B/b 里的空元素和单位元素, 而且 $P(a|b) + P(a' | b) = 1$ 。所以 B/b 很自然地包含这些条件逆命题。然而, 对于 $B/B, a|b$ 和 $a' | b$ 不是互逆命题, 除非 $b = 1$ 。

析取运算: 复合命题 (if b , then a) OR (if d , then c) 形式上可表示为 $(a|b) \vee (c|d)$ 。 $a|b$ 在 ab 上为真, $c|d$ 在 cd 上为真。根据上述等价关系, $a|b$ 是把 a 中和 b' 相同的原子置为 0 而得的等价类, $c|d$ 是把 c 中和 d' 相同的原子置为 0 而得的等价类。因此这里是把 a, c 中和 $(b' \wedge d')$ 中相同的原子置为 0, 而 $b' \wedge d' = 0$ 即 $(b \vee d)' = 0$ 。所以 $(a|b) \vee (c|d)$ 定义在 $b \vee d$ 上。从而有:

$$(a|b) \vee (c|d) = (ab \vee cd) | (b \vee d) \quad (3)$$

合取运算: $(a|b) \wedge (c|d)$ 同理亦定义在 $b \vee d$ 上,该式在 $(a' \wedge b)$ 或 $(c' \wedge d)$ 上真值为 0,所以在 $((a' \wedge b) \vee (c' \wedge d))'$ 上有真值 1. 于是:

$$(a|b) \wedge (c|d) = (a \vee b') (c \vee d') | (b \vee d) = [(ab)(c \vee d') \vee (a \vee b')(cd)] | (b \vee d) = (abcd \vee abd' \vee b'cd) | (b \vee d) \quad (4)$$

三、代数结构和概率

综合 1,2 可得下列定理:

定理: 令 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为 n 个布尔命题的有限集合,其中没有互逆命题, $\Omega = \{S$ 中 n 个命题或其逆命题的所有完全合取式}. 测度 P 是对 Ω 中 2^n 个元素的概率分配,那么,由 Ω 中的项产生的自由布尔多项式代数 B 有一个条件闭包 B/B . B/B 包含由 S 产生的布尔代数的同态象. 在运算 $\wedge, \vee, ', |$ 下,按照 (1)、(2)、(3)、(4) 式, B/B 是封闭的. 对任意 $(a|b) \in B/B$ $P(a|b) = P(a \wedge b) / P(b)$.

根据上面导出的关于条件事件的折取合取公式,再应用标准条件概率计算公式可得:

$$P((a|b) \vee (c|d)) = P(b|b \vee d)P(a|b) + P(d|b \vee d)P(c|d) - P(abcd|b \vee d) \quad (5)$$

$$P((a|b) \wedge (c|d)) = P(b|b \vee d)P(ad'|b) + P(d|b \vee d)P(cb'|d) + P(abcd|b \vee d) \quad (6)$$

当 b 和 d 不相交时, (5) 可变为:

$$P((a|b) \vee (c|d)) = P(b|b \vee d)P(a|b) + P(d|b \vee d)P(c|d) \quad (7)$$

更一般地, Goodman 在文 [1] 中证明了下面结论:

如果 b_1, b_2, \dots, b_m 是两两不相交的, $b = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_m$ 则有:

$$P((a_1|b_1) \vee (a_2|b_2) \vee \dots \vee (a_m|b_m)) = P(b_1|b)P(a_1|b_1) + P(b_2|b)P(a_2|b_2) + \dots + P(b_m|b)P(a_m|b_m) \quad (8)$$

四、在专家系统中的应用

上述理论可用于解决专家系统中循环规则合成问题.

例如,在一个医疗专家系统中,设 T = 病人体温 $> 100^\circ\text{F}$, F = 病人发烧, S = 病人身体有扁平红点, M = 病人患有麻疹. 有:

Rule1 If T , then F .

Rule2 If $(F$ and $S)$, then M .

Rule3 If M , then T .

很显然,如果这些规则被链接,那么 Rule1 链到

Rule2, Rule2 链到 Rule3, Rule3 又链回到 Rule1, 计算机执行时就造成死循环.

如果这三条规则首先用 (4) 来链接,则有:

$$(F|T) \wedge (M|FS) \wedge (T|M) = (F|T) \wedge (T|M) \wedge (M|FS) = (FT|T \vee M) \wedge (M|FS) = (FTM(FS)' \vee T'M'MFS \vee FTMS) | (T \vee M \vee FS) = FT(S' \vee M) | (T \vee M \vee FS)$$

于是,这三条规则等价于下面一条单独的规则:

如果一个病人体温高于 100°F , 或者有麻疹, 或者发烧而且有扁平红点, 那么病人发烧而且体温高于 100°F , 而且要么有麻疹要么没有不鲜明红点.

通过这样链接,就没有死循环的危险了.

上面计算没有假定专家系统规则是全真的, 可能每条规则有它为真的概率, 这些概率是可以得到的, 而且任何一条规则的概率, 或者两条规则被链接后的概率, 或者所有三条规则被链接后的概率, 原则上都能计算. 例如上述三条规则链接后的概率为 $P(FTS' \vee FTMS) / P(T \vee M \vee FS)$.

五、计算复杂条件命题的概率

1. 通讯联络上的一个问题: 假定有两个通讯联络站 L_1, L_2 , 它们是串联的. 一个军事指挥员需要估计这样一个条件概率, “如果 L_1 被攻击 (b) 或者 L_2 被攻击 (d), 那么 L_1 将幸存 (a) 而且 L_2 也将幸存 (c)” 的概率. 这一事件可表示为 $ac|b \vee d$.

$$ac|(b \vee d) = ac|(bd \vee b'd \vee bd') = (ac|bd) \vee (ac|b'd) \vee (ac|bd')$$

由公式 (8) 有:

$$P(ac|b \vee d) = P(bd|b \vee d)P(ac|bd) + P(b'd|b \vee d)P(ac|b'd) + P(bd'|b \vee d)P(ac|bd')$$

因为 $(a|b') = (1|b')$, 所以 $(a=1|b')$.

$$(ac|b'd) = (ac|b')|d = (c|b')|d = (c|b'd) = (c|d)|b'$$

如果两个联络站的幸存与攻击分别是独立的, 那么 $P((c|d)|b') = P(c|d)$ 从而有 $P(ac|b'd) = P(c|d)$. 同理 $P(ac|bd') = P(a|b)$. 而且有 $P(ac|bd) = P(a|b)P(c|d)$. 于是:

$$P(ac|b \vee d) = P(bd|b \vee d)P(a|b)P(c|d) + P(b'd|b \vee d)P(c|d) + P(bd'|b \vee d)P(a|b)$$

上式右边各项的概率均是容易估计的.

类似地, 如果两个联络站是并联的, 我们可求得:

$$P(a \vee c|b \vee d) = 1 - P(bd|b \vee d)P(a'|b)P(c'|d)$$

5

19-22

可移动智能代理系统*

王杰 白英彩

(上海交通大学金桥网络工程中心 上海 200030)

计算机网络, 分布式系统, 可移动代理系统

摘要 The paper presents basic principle of Mobile Intelligent Agent (MIA) operation, working-mode (i. e. "do-jump" and "jump-do" mode), Status Transmission Graph (STG), layered architecture (i. e. Transport layer, Cooperation layer, Agent layer, and High level layer) and some key technologies in designing MIA, and discusses advantages of Mobile Intelligent Agent Computing Model over traditional Client-Server Model. Finally, we discuss several practical MIA systems and future work on MIA research.

关键词 Mobile Intelligent Agent (MIA), Distributed AI (DAI), Multi-agent system (MAS), Client-Server Model, Intelligent Agent

1 引言

计算机网络和分布式人工智能技术的高速发展,推动了新型分布计算机理论的研究与发展,特别是在 WAN 广泛建立与使用的今天,基于客户机-服务器(Client-Server)模式的超大规模分布计算和可移动计算有了很大的发展.这些方法对于数据量(用户量)较小情况还是十分有效的,但对于数据量较

大、网络带宽较窄、且延迟较大的情况,就比较难适用.究其原因是客户机与服务器之间大量的中间计算结果传输浪费网络带宽,使得分布式计算的效率较低;另一方面,随着客户机数目和要求功能的增加,服务器控制愈加复杂,因而其可维护性和扩充性方面较差.可移动代理技术应运而生^[1,2],采用可移动代理来补充传统客户机-服务器模型是十分有意义的.90年代初 General Magic 公司推出了可移动代理系统

2. 掷色子问题:掷一次色子,正面值 r 可取得 1, 2, 3, 4, 5, 6. 我们计算这样一个事件的概率: "[if (3 ≤ r ≤ 5), then r 是奇数] or [if (4 ≤ r), then r 是偶数] and [if r 是偶数, then r ≤ 4]" 用条件事件可表示为:

$$[(\text{odd} | 3 \leq r \leq 5) \vee (\text{even} | 4 \leq r)] \wedge (r \leq 4 | \text{even})]$$

$$\text{解: 首先 } [(\text{odd} | 3 \leq r \leq 5) \vee (\text{even} | 4 \leq r)] = [(\text{odd})(3 \leq r \leq 5) \vee (\text{even})(4 \leq r)] | [(3 \leq r \leq 5) \vee (4 \leq r)] = [(3 \vee 5) \vee (4 \vee 6)] | (3 \leq r) = [(3 \leq r) | (3 \leq r)]$$

$$\text{其次 } [(3 \leq r) | (3 \leq r)] \wedge [(r \leq 4) | \text{even}] = [(3 \leq r) \vee (3 \leq r)'] | [(r \leq 4) \vee (\text{even})'] | [(3 \leq r) \vee \text{even}] = (r \leq 5) | (r \leq 2) = (2 \leq r \leq 5) | (2 \leq r)$$

所以上述事件的概率为 4/5.

结束语 条件事件代数是以前智能系统中的不确定推理为背景而建立的,所以它的许多结果可直接应用于专家系统的规则设计与来自不同信息源的信息的

融合. 本文所举两例仅是为了说明条件事件代数在条件命题合成时的作用,以激发人们进一步研究的兴趣,另外,条件事件代数目前还不是一个完善的理论,有许多问题有待解决,如高阶条件事件的表示与运算,条件随机变量的定义,条件事件代数与模糊推理的关系都是很有意义的工作,我们期望有更多的同行从事这方面的研究工作.

参考文献

- [1] I. R. Goodman, Toward a Comprehensive Theory of Linguistic and Probabilistic Evidence: Two new approaches to conditional event algebra, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 24(12)1994
- [2] Philip Calabrese, An Algebraic Synthesis of The Foundation of Logic and Probability, Information Sciences, (42):987
- [3] I. R. Goodman et al., Conditional inference and logic in intelligent systems: A Theory of Measure-Free Conditioning, Amsterdam, North-Holland, 1991

* 本文得到中美合作项目支持. 王杰 博士生, 目前主要研究为计算机网络、CSCW 和智能代理网络系统, 白英彩 教授, 博士生导师, 主要研究兴趣为计算机网络、分布式系统理论及其应用.