

分形方块编码

图像编码

图像处理
信噪比

(15)

63-65

计算机科学1998Vol. 25No. 6

加速分形方块编码*)

Speeding up Fractal Block Coding

狄红卫 余英林

TN/919.8

TP391.41

(华南理工大学电子与通信工程系 广州 510641)

摘 要 This paper presents an image compression approach by combining multiresolution matching fractal image coding and fractal interpolation, which is developed from block-based ones. Experimental results show that this new approach decreases the computation time greatly with no apparent depression on the quality of the reconstructed image.

关键词 Fractal, Image coding, Multiresolution, Fractal attractor

一、引言

自然界具有标度不变的自相似结构,图像是自然界的反映,因此也存在分形特征^[1],图像的分形特征为分形图像编码提供了物理依据。自80年代中后期,Barnsley等人提出分形图像压缩的概念^[2]以来,分形图像编码作为一种新的具有高压缩比潜在能力的图像编码方法,越来越受到广泛的关注。分形图像编码就是将自然界图像普遍存在的自相似结构用某种函数映射关系的形式表达出来,在这些函数映射关系满足一定条件的前提下,可通过迭代计算重建图像。因此,分形图像编码的过程就是寻找映射关系的过程,而解码的过程就是依照这些映射关系迭代计算的过程。

然而寻找图像子块的最佳匹配映射实际上是一个极为耗时的搜索过程,其算法复杂性和压缩时间与图像的大小密切相关^[1]。一方面算法复杂性随图像尺寸的增大而提高;另一方面,一般分形图像编码方法是基于分块迭代函数系统的^[4,5],当图像子块大小确定后,图像尺寸的大小决定了整幅图像的压缩时间。为了减少分形编码搜索匹配时间,产生了分类匹配的分形编码^[6]、邻域匹配的分形编码^[7]。本文在分形方块编码基础上,基于率失真原理提出多分辨率匹配分形编码方法,并根据分形吸引子的特点,利用分形插值产生高分辨率图像,而能保持原图像的纹

理特征。实验结果表明,在失真度减少较少的情况下,编码时间大大缩短。

二、基本的自动分形编码基础

分形图像编码的基本理论是迭代函数系统(IFS)和拼贴定理^[7]。

设 X 是 n 维欧氏空间 R^n 上的闭子集, d 是空间 (X, d) 上所定义的测度,它使 (X, d) 构成一个完备度量空间,对于空间 (X, d) 上定义的算子 $\omega: X \rightarrow X$,若存在数 s 满足 $0 < s < 1$, 使 $\forall x, y \in X$, 有

$$d(\omega(x), \omega(y)) \leq s d(x, y) \quad (1)$$

则称 ω 是空间 (X, d) 上的压缩映射, s 称作映射 ω 的压缩因子。若 $\omega_i (i=1, 2, 3, \dots, N)$ 是压缩映射, 则 $\{\omega_i: X \rightarrow X\}$ 构成压缩映射集, 称为迭代函数系统(IFS)。

若 $\{\omega_i\}$ 是完备度量空间 (X, d) 上的压缩映射集, 定义

$$W(\cdot) = \bigcup_{i=1}^N \omega_i(\cdot) \quad (2)$$

根据压缩映射不动点原理, 存在唯一的 $A \in X$, 使得 $\forall B \in X$, 有

$$A = W(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} W^n(B) \quad (3)$$

式中, $W^n(B)$ 表示对 B 的 n 次迭代运算; A 称为该 IFS (即映射 $W(\cdot)$) 的吸引子。要对图像 F 进行分形编码就是要寻找一个 IFS, 使得其吸引子 A 为原图像 F 的逼近。

*) 广东省自然科学基金资助课题, 狄红卫, 讲师, 博士生, 主要研究方向为图像编码与处理, 分形及小波变换。余英林, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为图像与图形处理, 模式识别, 神经网络, 进化算法, 模糊技术等。

三、基于多分辨匹配和分形插值的图像编码

基于多分辨匹配和分形插值图像编码的系统框图如图1所示。以下对系统的各部分分别加以说明。

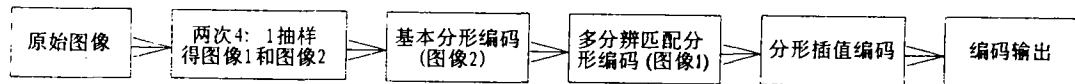


图1 基于多分辨匹配和分形插值图像编码的系统框图

设待编码图像为 F , 大小 $2M \times 2M$, 将 F 进行 4:1 抽样得到缩小的低分辨图像 G , 大小 $M \times M$ 。对图像 G 编码, 若以 (x, y) 为起始点的编码方块的最佳匹配映射的起始点为 (x_D, y_D) , 则对图像 F 编码时, 以 $(2x, 2y)$ 为起始点的编码方块的最佳匹配映射, 满足一定误差门限的条件下, 在 $(2x_D, 2y_D)$ 的 δ 邻域内概率较大。

据此, 多分辨匹配分形编码算法如下:

将原始图像 F 进行 4:1 的抽样, 得到一个缩小图像 G 。对 G 采用基本的方块分形编码。在此基础上对图像 F 编码:

1) 设定搜索窗宽 W 、窗高 H , 误差门限 $Error$ 。窗口增加步长 $step$ 。

2) 对待编码块 R_i , 起始点 $(2x_i, 2y_i)$, 找出在图像 G 中相应起始点 (x, y) 的方块 R_G , 其匹配块起始点 (x_D, y_D) 。在以 $(2x_D, 2y_D)$ 为中心, 以 W, H 为宽高的窗口内搜索 R_i 的最佳匹配映射。

3) 计算匹配误差, 并与门限 $Error$ 比较, 若大于门限, 转 4); 若小于门限, 则转 5)。

4) 若当前窗口同缩小的子图同样大小, 表示已搜索完整个缩小子图, 但最佳映射还不能满足要求, 故也只能转 5); 否则窗口增大 $step$, 在窗口增大的部分继续搜索。

5) 记录最佳匹配映射, 判断是否编码完, 若无, 重复 2)~5), 编码下一块。

从上述方法可以看出, 第一次是全局搜索, 第二次是局部搜索, 但第一次是对一幅抽样的缩小图像的编码, 速度快, 因而可以大大缩短搜索时间。

2. 基于分形插值的图像编码

将图像 F 的支撑集 S 分为互不重叠的 $B_i \times B_i$ 个像素的方块 $\{R_i\}$, 即 $S = \bigcup R_i (R_i \cap R_j = \emptyset, i \neq j)$, 并称这样的小块为值域块, 而称图像中 $D \times D$ 的子块 $\{D_i\}$ 为定义域块, 其中 $D > B_i$ 。映射变换 $\omega_i: D_i \rightarrow R_i$ 定义为:

$$[t \ u \ z]^T \equiv \omega_i [x \ y \ f(x, y)]^T =$$

1. 多分辨匹配分形图像编码

多分辨匹配分形图像压缩编码建立在 Jacquin 算法^[5]的基础上, 它基于一种多分辨相关的假定。

$$\begin{bmatrix} a_i & b_i & 0 \\ c_i & d_i & 0 \\ 0 & 0 & s_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ f(x, y) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

为方便起见, 记

$$\begin{pmatrix} t \\ u \end{pmatrix} \equiv v_i(x, y) = \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, $(x, y) \in D_i \subset S$; $(t, u) \in R_i$ 。显然, 映射 v_i 是由 R_i 和 D_i 的大小和相对位置所确定的。 D_i 上的图像经 ω_i 映射后与 R_i 上的图像的均方误差 err_i 定义为:

$$err_i = (1/B_i^2) \sum_{(x, y) \in D_i} [f(x, y) - s_i f(v_i^{-1}(x, y) - o_i)]^2 \quad (6)$$

式中, $v_i^{-1}(x, y) \in D_i$; $(x, y) \in R_i$; v_i^{-1} 为 v_i 的逆映射。

根据拼贴定理, 为了使吸引子 A 与原图像尽量逼近, 在编码过程中, 应使每个值域块上的编码误差尽量小。对值域块 R_i 进行编码就是要寻找一个与其相似的子图 D_i 和一个相应的压缩映射 ω_i , 使得 err_i 满足给定的误差准则。所有值域块 $\{R_i\}$ 所对应的压缩映射的集合便构成了一个 IFS, 这个 IFS 的所有参数就是图像 F 的分形码。

由于 IFS 的吸引子是分形, 它的分辨率与尺度无关, 因此, 利用分形插值可以产生高分辨率图像。

首先对原始图像 F 在水平和垂直方向上都进行隔 n 点的均匀抽样, 得到一个大小为原图像 $1/n^2$ 的缩小图像 F' 。对 F' 采用基本分形编码, 假设由 M 个映射所构成的 IFS 的吸引子 A' 为 F' 的逼近, 于是可用放大 A' 来得到 F 的吸引子。将 A' 分别在横轴方向和纵轴方向各放大 n 倍, 等价于对 A' 中的每一点左乘矩阵 $M_{\omega_i} = \text{diag}[n, n, 1]$ 。用下式定义映射 ω'_i :

$$[t' \ u' \ z']^T = \omega'_i [x' \ y' \ f(x', y')]^T = \begin{bmatrix} a'_i & b'_i & 0 \\ c'_i & d'_i & 0 \\ 0 & 0 & s'_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ f(x', y') \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e'_i \\ f'_i \\ o'_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

在式(4)两边左乘 M_{ω_i} , 且令 $[t', u', z']^T = [nt, nu,$

$z]^T, [x', y']^T = [nx, ny]^T$ 并与式(7)比较得

$$\begin{bmatrix} a'_i & b'_i \\ c'_i & d'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[e', f']^T = [ne, nf_i]^T \quad (9)$$

由(7)~(9)所确定的 $\{\omega'_i\}$ 的吸引子即为原始图像F的逼近。

综上所述,分形插值图像编码的方法是,先将原始图像缩小进行分形编码得到映射 $\{\omega_i\}$,然后利用式(7)~(9)将 $\{\omega_i\}$ 变换为 $\{\omega'_i\}$,利用 $\{\omega'_i\}$ 迭代解码,得到原始图像。

四、实验结果与结论

依照上述方法,本文做了对比实验。实验对象是 $512 \times 512 \times 8$ 的Lena灰度图像。计算过程在Pentium586 100微机机上完成。

对原始图像F进行两次4:1抽样,得到大小分别为 256×256 和 128×128 的缩小图像G、H。对图像H采用基本的分形方块编码,方块取为 2×2 ,这样在具有一定压缩比的基础上,匹配精度高。对图像G采用多分辨匹配分形编码,每一待编码块的匹配域的中心,由前一次相应块的编码结果决定。在此基础上,进行分形插值,即在对图像G编码后,利用分形插值,得到编码结果。

实验结果见图2。其中(a)为原始图像;(b)为采用基本分形编码后恢复的图像,峰值信噪比为30.21,编码时间310分钟;(c)为多分辨匹配和分形插值混合编码恢复的图像,信噪比29.14,编码时间为13.5分钟。信噪比略有下降,压缩比不变,编码时间缩短了23倍。



(a) (b) (c)

图2 实验结果比较

分形图像压缩编码的压缩比和编码时间与失真度密切相关。若用较多时间,仔细分析图像,则能得到较小的失真;反之,要提高压缩比,缩短编码时间,必然带来较大的失真。如何折中考虑上述因素,则需根据实际场合而定。还可结合其它方法,可望得到更好的效果。

参考文献

- [1] B. B. Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982
- [2] M. F. Barnsley et al., A better way to compress images. BYTE Magazine, 13(1), 1988
- [3] 房育栋, 余英林. 快速分形图像压缩编码. 电子学报, 24(1)1996
- [4] A. E. Jacquin, Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations. IEEE Trans. on Image Processing, IP-1(1)1992
- [5] A. E. Jacquin, A novel fractal block-coding technique for digital images. In: Proc. ICASSP(4)1990
- [6] 曹雪虹, 毕厚杰. 基于区域的分形图像编码. 通信学报, 18(7)1997
- [7] M. F. Barnsley, et al., Fractal Image Compression. Wellesley: AK Peters, 1992

更正:

我刊1998 Vol. 25 No. 3 pp85-88所载论文“混沌动力学在智能信息处理中应用研究现状”之第一作者陈德钊与第三作者胡上序的工作单位有误,现更正为:浙江大学化工系。