信念修正 人工智能 AGM 专家系统

计算机科学 1999Vol. 26№.7

8-13

信念修正的各种方法之比较*)

Comparison between Approaches for Belief Revision

栾尚敏 李 未

（北京航空航天大学计算机科学与工程系 北京 100083）

TP18

Abstract In this paper, we firstly present various approaches for belief revision, including AGM's approach, theory base approach, syntax-based approach, model-based approach, sequence and limit approach and iterated approach. The prototype systems for belief revision are also discussed here. Then we discuss the relationships between these approaches.

Keywords Belief revision, Prototype system, Iterated revision

自从1956年提出了"人工智能"以来，人们已在这一领域做了大量的工作，很多专家系统已经非常成功地得到了应用。当前哲学和人工智能领域的热点之一就是信念修正(belief revision)，下面我们用文[1]中的例子来说明信念修正的意义。假设有如下的四个命题

A：所有欧洲的企鹅都是白色的。

B：在陷井中捕着的鸟是企鹅。

C：在陷井中捕着的鸟是瑞典的。

A_1：瑞典是欧洲的一部分。

根据上面的知识，可以推出如下的结论 B_1：在陷井中捕着的鸟是白色的。

假设我们在陷井中捕着到的鸟是黑色的，也就是说我们必须接受事实 $\neg B_1$。若将 $\neg B_1$ 加入到上面的信念集中，则就不协调了。为了保持信念集的协调性，必须从原来的知识库中删除一些事实或规则，使得信念集保持它的协调性。上面的例子可以删除A，就可以使得信念集是协调的。事实上，只要将A作如下的修改就可以了：除瑞典的企鹅外，所有欧洲其它的企鹅都是白色的。

需要说明的是，对于信念修正这一术语，存在各种不同的名字，例如有的称为真值维护，有的称为知识库维护。若将信念集限制在有限集上，并且不要求它是逻辑闭包，则信念集就是知识库，所以这里对它们不进行区分。本文采用文[2]中的记号。

人们对信念修正进行了深入的研究并取得了一定的结果，在这些研究结果中，AGM的方法[1,3-6]、基于理论基(theory base)的方法[7-12]、基于模型的方法[13-18]、基于公式的方法[19-22]、序列极限的方法[23-25]和迭代的方法[26-28]都占有重要的地位。文[29,30]给出了用于信念修正的一些系统。

1 AGM的方法

Alchourron，Gärdenfors和Markinson[3]给出了信念修正的一种方法，人们称为AGM的方法。在AGM的方法中，若语句集 Γ 是一个理论闭包，则称 Γ 为信念集。所谓 Γ 是理论闭包，是指对语言 L 的任意一个语句 B，如果 $\Gamma \vdash B$，就有 $B \in \Gamma$。AGM将信念修改分为三种：

扩充：将一个新语句 B 及其逻辑结论一起加入到信念集 Γ 中，称为扩充，记为 $\Gamma + B$ 或 Γ_B^+。

约减：将语句 B 及与其相关的逻辑结论一起从信念集 Γ 中删除，使得删除后的语句集仍然是一个逻辑闭包，则称该操作为约减，记为 $\Gamma\text{-}B$ 或 Γ_B^-。

修正：对于与 Γ 不协调的公式 A，当加入到信念集 Γ 中时，需要删除信念集 Γ 中的一些语句，使得修改后的信念集和 A 是协调的，且在逻辑结论的意义下是封闭的，把这种操作记为 $\Gamma * A$ 或 Γ_A^*。

在这三种操作中，扩充操作是最简单的一种操作，根据Gärdenfors[4]，约减和修正可以通过下述两个等式相互转化，

Levi 等式：$\Gamma_A^* = (\Gamma_{\neg A}^-)_A^+$

*）国家自然科学基金资助项目。

Harper 等式：$\Gamma_A^- = \Gamma \cap \Gamma_{\neg A}^*$

设 $\Gamma_\perp$ 是所有公式的集合，AGM[3]给出的关于修正的合理公设(rational postulate)有：

(Γ^*1)$\Gamma_A^* = Th(\Gamma_A^*)$
(Γ^*2)$A \in \Gamma_A^*$
(Γ^*3)如果 $\neg A \notin Th(A)$，则 $\Gamma_A^* = Th(\Gamma \cup \{A\})$
(Γ^*4)若 $\neg A \notin th(\emptyset)$，则 $Th(\Gamma_A^*)$ 协调
(Γ^*5)若 $Th(A) = Th(B)$，则 $\Gamma_A^* = \Gamma_B^*$
(Γ^*6)$\Gamma_A^* \cap \Gamma = \Gamma_{\neg A}^-$
(Γ^*7)$\Gamma_{A \wedge B}^* \subseteq (\Gamma_A^*) \cup \{B\}$
(Γ^*8)$(\Gamma_A^*) \cup \{B\} \subseteq \Gamma_{A \wedge B}^*$

Katsuno 和 Mendelzon[5]对上述的公设进行了修改，给出了与这八条公设等价的六条公设，限于篇幅，这里不再重复。

人们将真值维护的方法称为是传统的方法，把 AGM 的方法称为连贯的方法，所谓连贯，是因为这种方法将人们的连续认识过程划分成一个状态序列，在这个状态序列中，两个相邻的状态之间的变化很小。在给出了上述公设之后，人们给出了一些构造性的方法，这些构造性的方法有最大一致子集修正[3]，部分交集修正[3]，全部交集修正[3]，安全修正[4]，Systems of spheres[4]，认识可信度的方法(epistemic entrenchment)[6]。

最大一致子集修正，也称为极大选择修正，这种方法需要一个选择函数 f，该方法可以形式的如下表示：$\Gamma_B^* = (f(\Gamma \odot B))_B^+$。对于如何定义选择函数，文[1]和[3]中都给出了详细的讨论，这里不再重复。这种方法满足 AGM 假设的公设(Γ^*1)～(Γ^*6)。对于在 Γ 的幂集上的偏序关系，如果选择函数 f 总是选择 $A \perp x$ 中的关于该序是最大的元素，则极大选择修正也满足公设(Γ^*7)和(Γ^*8)：

全部交集修正：若 $\Gamma \odot A$ 不为空，则就是 $\Gamma \odot A$ 中所有元素的交集，否则就是 Γ。即：$\Gamma * A = (\cap(\Gamma \odot A))_A^+$。该修正方法满足公设($\Gamma^*1$)～($\Gamma^*6$)，完全交集修正有时会使得集合 $\Gamma * A$ 中的元素很少。

部分交集修正。设 Γ 是一个命题的集合，A 是一个命题，g 是一个函数，它使得如果 $\Gamma \odot A$ 不是空集，则 $g(\Gamma \odot A)$ 不是空集，否则 $g(\Gamma \odot A) = \{\Gamma\}$，把 g 称为选择函数。部分交集修正定义如下：$\Gamma * A = (\cap(g(\Gamma \odot A)))_A^+$。可以看到部分交集修正是依赖于选择函数 g 的，并且极大选择修正和全部交集修正是部分交集修正的特殊情况。部分交集修正满足公设(Γ^*1)～(Γ^*6)。AGM[3]进一步的限制部分交集修正方法中的选择函数 g 为：g 总是选择关于 A 的幂集上的关系的最大元素，则称为关系部分交集修正；关系部分交集修正还满足(Γ^*7)。在关系部分交集修正中，如果进一步限制 A 的幂集上的关系为传递的，则称这种修正方法为传递关系部分交集修正，这种方法满足公设(Γ^*1)～(Γ^*8)。

认识牢固程度的方法基于这样的思想：在信念集中的一些信念比其它的信念更有用或更重要，对于这样的信念赋予一较高的认识牢固度(degree of epistemic entrenchment)，这个值并不受具体约减和修正方法的影响。在进行信念修正时，必须首先确定信念的认识牢固度，然后删除那些认识牢固度小的信念。对于认识的牢固度很难定量描述，所以人们用序(ordering)来描述各信念之间的相对重要性，人们把这种序关系称为认识牢固关系。语言 L 中的两个语句 A 和 B，认识牢固关系 $\leqslant_E$，$A \leqslant_E B$ 表示 B 至少和 A 有相同的认识牢固度；$A <_E B$ 当且仅当 $A \leqslant_E B$ 成立，但 $B \leqslant_E A$ 不成立；$A =_E B$ 当且仅当 $A \leqslant_E B$ 和 $B \leqslant_E A$ 均成立。认识牢固关系满足如下假设：

(EE1)：如果 $A \leqslant_E B$ 和 $B \leqslant_E C$ 成立，则 $A \leqslant_E C$ 成立。(传递性)
(EE2)：如果 $A \vdash B$ 成立，则 $A \leqslant_E B$ 成立。(dominance 假设)
(EE3)：对于任意 A, B，$A \leqslant_E A \wedge B$ 或 $B \leqslant_E A \wedge B$ 成立。
(EE4)：若 $\Gamma \neq \Gamma_\perp$，$A \notin \Gamma$ 当且仅当对于任意 B，$A \leqslant_E B$。
(EE5)：如果对于任意 B，$B \leqslant_E A$ 成立，则 $\vdash A$。

这样，基于认识牢固度的修正就可如下定义：

(C^*)$B \in \Gamma_A^*$ 当且仅当 $B \in \Gamma$，并且或者 $\vdash \neg A$ 成立，或者 $\neg A <_E A \rightarrow B$ 成立。

如果关系 $\leqslant_E$ 满足(EE1)～(EE5)，则由(C^*)所定义的修正方法满足公设(Γ^*1)～(Γ^*8)。

文[4]中讨论了 Systems of spheres 的方法，这种方法是基于 L 的所有最大一致扩展的集合 M_L 的。设 Γ 是一个语句的集合，用[Γ]表示 Γ 的最大协调扩展的集合，即：$[\Gamma] = \{\Gamma' \in M_L | \Gamma \subset \Gamma'\}$，对于一个语句 A，我们用[A]表示[$\{A\}$]，设 $t(S) = \cap S$。假设信念集 Γ 由 $\Delta = [\Gamma]$ 来描述，这样就可以定义一个 spheres 系统 S，它的中心是 Δ，使得 S 是一个具有如下性质的 M_L 的子集的集合：

(S1)S 由 $\subseteq$ 完全定序。
(S2)$\Gamma \in S$ 并且对于所有的 $\Gamma_1 \in S$，$\Gamma \subset \Gamma_1$(Γ 是 $\subseteq$—*minimal*)。
(S3)$M_L \in S$(M_L 是 $\subset$—*maximal*)。
(S4)如果 A 是一个语句，并且在 S 中存在某些 sphere 和[A]相交，则在 S 中存在一个最小的 sphere 和[A]相交，将该 sphere 记为 $c(A)$。

这样也就可以定义函数为：$f_S(A) = [A] \cap c(A)$，进一步地定义修正函数 $\Gamma_A^* = t(f_S(A))$，该修正函数满足 AGM 的公设(Γ^*1)～(Γ^*8)。并且对于任

维普资讯 http://www.cqvip.com

维普资讯 http://www.cqvip.com

意的满足 AGM 的公设$(\Gamma^{*}1)\sim(\Gamma^{*}8)$的修正函数 $t(f_{S}(A))=\Gamma_{A}^{*}$,均存在一个 sphere 系统 S。

安全修正:对于一个信念集 Γ,设$<_{S}$ 是 Γ 上的一个偏序关系,Γ 中的一个元素 B 关于 A 是安全的当且仅当 Γ 的每一个蕴涵 A 的最小子集不包含 B,或者至少包含一个 C 使得 $C<_{S}B$。用 Γ/A 表示 Γ 的所有关于 A 安全的语句集,则定义安全约减为:$\Gamma_{A}^{-}=Th(\Gamma/A)$。根据 Levi 等式就可以得到如下的修正:$\Gamma_{A}^{*}=(\Gamma_{\neg A}^{-})_{A}^{+}$ 安全修正满足公设$(\Gamma^{*}1)\sim(\Gamma^{*}8)$。

2 基于理论基的方法

我们曾经指出过 AGM 的方法是基于理论闭包的,这种方法显然有其缺点,因为一个有限的信念集的闭包不一定是有限的,所以很难找到一种表示信念集的方法。人们进一步对信念集不是理论闭包的情况进行了研究,把这种情况称为基于理论基的方法。首先由 Nebel[7]给出了如下的方法。设 Γ 是一个理论基,如下定义修正:

$$\Gamma_{A}^{*}=\begin{cases}\left(\bigvee_{\Gamma_{1}\in(\Gamma\odot\neg A)}\Gamma_{1}\right)\wedge A & \text{如果 } \nvdash\neg A\\ \Gamma\wedge A & \text{否则}\end{cases}$$

Nebel[7]也给出了理论基上的部分交集修正,选择函数 f_{B} 为:

$$f_{B}(A\odot x)=\{C\in(A\odot x)\mid\forall C'\in A\odot x:C'\cap B\not\supset C\cap B\}$$

使用选择函数 S_{B} 的部分交集修正满足公设$(\Gamma^{*}1)\sim(\Gamma^{*}7)$。

设$\leqslant$是 Γ 上的一个序关系,定义 2^{Γ} 上的关系 $\sqsubseteq$:

$\Gamma_{1}\sqsubseteq\Gamma_{2}$ 当且仅当$\forall A\in(\Gamma_{1}\backslash\Gamma_{2})\exists B\in(\Gamma_{2}\backslash\Gamma_{1})$:$A\leqslant B$

在这个关系的基础上定义如下的选择函数:

$$S_{\Gamma_{1},\leqslant}(\Gamma\odot A)=\{\Gamma_{2}\in(\Gamma\odot A)\mid\forall\Gamma'\in(\Gamma\odot A):\Gamma'\cap\Gamma_{1}\sqsubseteq\Gamma_{2}\cap\Gamma_{1}\}$$

使用选择函数 $S_{B,\leqslant}$的部分交集修正满足公设$(\Gamma^{*}1)\sim(\Gamma^{*}7)$。

Hansson[8]也给出了理论基上的两种修正方法:全部最小修正和部分最小修正。设 Γ 是一个理论基,则对于 $n\geqslant1$,用 $\bigvee_{n}\Gamma$ 表示 Γ 中最多 n 个不同的元素的析取。

$\Gamma_{n}=(\bigvee_{n}\Gamma)_{A}^{-}$
$\Gamma'_{1}=\Gamma_{1}$
$\Gamma'_{n+1}=\Gamma'_{n}\cup(\Gamma_{n+1}-Th(\Gamma'_{n}))$
$\Gamma_{A}^{-}=\bigcup_{i}\Gamma'_{i}$
$\Gamma_{A}^{*}=(\Gamma_{\neg A}^{-})_{A}^{+}$

这里一若是全部交集约减,则称为 A 对 Γ 的全部最小修正,一若是部分交集约减,则称为 A 对 Γ 的部分最小修正。

Fuhrman[9]给出了一种有限理论基的方法。设信念集 Γ 可以由理论基 Δ 来表示,即 $\Gamma=Th(\Delta)$,要从 Γ 中约减 A,首先需要找出 Δ 中在推导出 A 所必需的语句,这些必需的语句组成集合 Γ_{1},若 Γ_{1} 还满足如下条件:(1)$\Gamma\subseteq\Delta$;(2)$A\in Th(\Gamma_{1})$;(3)如果 $\Gamma'\subset\Gamma_{1}$,则 $A\notin Th(\Gamma')$,则称 Γ_{1} 是 A 的必需集(entailment set),所有这种必需集组成的集合记为 $E(A,\Delta)$。要从 A 的每一个必需的集合中删除一个元素,且只能删除一个元素。究竟删除哪个元素是由一个参考关系$<$决定的。这个序是非循环的,这样保证在每一个必需集中存在最小元素。约减操作就是从基中删除这些极小元素。根据 Levi 等式,就可以得到理论基上的一种修正方法。若 B 是封闭的,则满足公设$(\Gamma^{*}1)\sim(\Gamma^{*}6)$;若不是封闭的,则不满足$(\Gamma^{*}6)$。

Rott[10]将序对$\langle\Gamma,\leqslant_{R}\rangle$称为 E-基,这里 Γ 是一语句集,Γ 上的序关系$\leqslant_{R}$是自反的,传递的和连接的。一个 Γ-割是 Γ 的满足如下条件的任何一个子集 Δ:若 $A\in\Delta$,且 $A\leqslant_{R}B$,则 $B\in\Delta$。可以从 E-base$\langle\Gamma,\leqslant_{R}\rangle$中得到牢固关系$\leqslant_{E}$:对于任意语句 A 和 B,$A\leqslant_{E}B$ 当且仅当对于所有的 Γ-割 Δ,若 $A\in Th(\Delta)$,则 $B\in Th(\Delta)$。

定义$\equiv_{R}$ 为$\leqslant_{R}\cap\leqslant_{R}^{-1}$,这样$\equiv_{R}$ 将有限集 Γ 分为 $n+1$ 个有限的等价类 $\Gamma_{0},\Gamma_{1},\cdots,\Gamma_{n}$,对于下标 i,j,若 $A\in\Gamma_{i}$,$B\in\Gamma_{j}$,则 $A\leqslant_{R}B$ 当且仅当 $i\leqslant j$。由 E-base$\langle\Gamma,\leqslant_{R}\rangle$得到的牢固关系$\leqslant_{E}$形成的等价类记为 $\Gamma'_{0},\Gamma'_{1},\cdots,\Gamma'_{n}$,如下得到:$\Gamma'_{i}=Th(\bigcup_{j\geqslant i}\Gamma_{j})-Th(\bigcup_{j\geqslant i+1}\Gamma_{j})$,$i=1,2,\cdots,n-1$,$\Gamma_{n}=Th(\emptyset)$。将集合 Γ_{i} 中的每一个元素都标记为 i,这个整数 i 称为秩。

Williams[11]给出了另外一种称为隐蔽(ensconcement)关系的方法。一个认知状态由语句集 Γ 和 Γ 上的序关系$\leqslant_{W}$来描述,并且$\leqslant_{W}$满足如下条件:(对于所有的 $B\in\Gamma$,$\{A\in\Gamma:B<_{W}A\}\nvdash B$)

$B\in\Gamma_{A}^{-}$ 当且仅当 $B\in\Gamma$ 并且 $\dot{\bigcup}_{r=rank(A)+1}\cup\{\neg A\}\vdash B$ 或$\vdash A$

也就是定义了如下的约减操作:$\Gamma_{A}^{-}=\Gamma\cap(Th(\Gamma)_{A}^{-})$。这里一是由$\leqslant_{W}$产生的牢固关系所确定的约减。根据 Levi 等式,修正操作为:$(Th(\Gamma))_{A}^{*}=Th(\Gamma_{\neg A}^{-}\cup\{A\})$。

Wobcke[12]给出了称为最保守牢固度的方法.

维普资讯 http://www.cqvip.com

给定一个理论基 Γ 和 Γ 上的一个满足(EE1)～(EE3)的序$\leqslant_r$，和$\leqslant_r$ 相一致的牢固度$\leqslant e$ 如下定义：对于所有的 $A,B\in\Gamma$，若 $A\leqslant_r B$ 成立，则 $A\leqslant eB$。设$\leqslant e$ 和$\leqslant' e$ 是和$\leqslant_r$ 相一致的两个牢固度，若对于任意的 B，$B\leqslant eA$ 和 $B\leqslant' eA$ 成立，就有$\{C:C\leqslant' eA\}\subseteq\{C:C\leqslant eA\}$和$\{C:C\leqslant' eA\}\neq\{C:C\leqslant eA\}$，则称$\leqslant e$ 比$\leqslant' e$ 更保守。和$\leqslant_r$ 相一致的最保守的牢固度是与$\leqslant_r$ 相一致的牢固度$\leqslant e$，且满足：对任意与$\leqslant_r$ 相一致的牢固度$\leqslant' e$，$\leqslant e$ 比$\leqslant' e$ 更保守。

3 基于模型的方法

Dalal[13]在研究信念修正时提出了一些原则，这些原则有：适当的表示，与语法无关性，新信念的重要性，原有知识的持久性，公平性。

基于模型方法的求解步骤一般是求出经过修正后的信念集的某些模型，然后通过这些模型再求得修正的信念集。对基于模型的方法，人们已经做了很多工作，这些工作的最大的不同就是对模型间的距离的定义。对于距离的定义有两种方法，一种是基于基数的方法，即在比较模型之间的不同时是用模型间的不同原子的个数来进行比较；另一种是基于包含关系的，即在比较模型之间的关系是用集合之间的包含关系来定义的。下面主要介绍各种不同的方法的距离的定义。对于一个语句集 Γ，用 $Mod(\Gamma)$来表示 Γ 的语句集的模型的集合，$Mod(A)$表示 $Mod(\{A\})$。$S_1\ominus S_2$ 表示集合 S_1 和 S_2 的对称差。

Dalal[13]关于距离的定义是：

$$\mu(\Gamma,A)=min\{|M\ominus M_1|\,|M\in Mod(\Gamma),M_1\in Mod(A)\}$$

也就是说 $\mu(\Gamma,A)$是 Γ 的模型和 A 的模型之间的不同的原子数的最小个数，

$$Mod(\Gamma_A^*)=\{M\in Mod(A)\,|\,\exists\ M_1\in Mod(\Gamma),|M\ominus M_1|=\mu(\Gamma,A)\}$$

Dalal 的方法满足公设(Γ^*1)～(Γ^*6)。

Satoh[14]给出了基于模型的信念修正，这种方法是如下定义的：

$$\mu(A,A_1)=min_{\subseteq}\{M\ominus M_1\,|\,M\in Mod(A),M_1\in Mod(A_1)\}$$

$$Mod(\Gamma_A^*)=\{M\in Mod(A)\,|\,\exists\ M_1\in Mod(\Gamma),M\ominus M_1\in\mu(\Gamma,A)\}$$

Satoh 的方法满足公设(Γ^*1)～(Γ^*5)，但不满足(Γ^*6)[15]。

Borgida[16]给出的基于模型的信念集修正，这种方法是基于基数的方法，如下定义模型之间的距离：(设 M 是一个模型，A 是一个公式)

$$\mu_M(A)=min_{\subseteq}(\{M\ominus M_1\,|\,M_1\in Mod(A)\})$$

$$Mod(\Gamma_A^*)=\bigcup_{M\in Mod(\Gamma)}\{M_1\in Mod(\Gamma)\,|\,M\ominus M_1\in\mu_M(A)\}$$

Borgida 的方法满足公设(Γ^*1)～(Γ^*5)，但不满足(Γ^*6)[15]。

Weber[17]给出的基于模型的方法是如下定义模型间的距离的：设 A，A_1 是两个公式，则：

$$\mu_w(A,A_1)=\{x\,|\,\exists\ D\in\mu(A,A_1),x\in D\}$$

$$Mod(\Gamma_A^*)=\{M\in Mod(A)\,|\,\exists\ M_1\in Mod(\Gamma),M-\mu_w(\Gamma,A)=M_1-\mu_w(\Gamma,A)\}$$

Weber 的方法满足公设(Γ^*1)～(Γ^*4)，但不满足(Γ^*6)[5]。

Forbus[18]的方法是如下定义的：(设 M 是一个模型，A 是一个公式)

$$\mu_M(A)=min(\{|M\ominus M_1|\,|M_1\in Mod(A)\})$$

$$Mod(\Gamma_A^*)=\bigcup_{M\in Mod(\Gamma)}\{M_1\in Mod(\Gamma)\,|\,|M\ominus M_1|=\mu_M(A)\}$$

4 基于公式的方法

基于公式的方法中有 Fagin 的方法[19]，叉积的方法[11]，WIDTIO 的方法[20]。

Fagin，Ullman 和 Vardi 给出了一种基于公式的信念修正的方法如下：

$$\Gamma_A^{*G}=\{\Gamma'\cup\{A\}\,|\,\Gamma'\in\Gamma\odot A\}$$

而叉积的方法是如下定义的。设 $\Gamma_A^{*G}=\{\Gamma_1,\Gamma_2,\cdots,\Gamma_m\}$，则 $\Gamma_A^{*C}=\{A_1\vee A_2\vee\cdots\vee A_m\,|\,A_i\in\Gamma_i,1\leqslant i\leqslant m\}$

WIDTIO 的方法如下定义为：

$$\Gamma_A^{*w}=\bigcap_{\Gamma_i\in\Gamma\odot A}\Gamma_i\cup\{A\}$$

马绍汉和陶雪红[21]以及陶雪红等[22]也对基于公式的信念修正给予了研究，给出了修正的一种方法，该方法在公式个数远小于变元个数的情况下是一个多项式时间的算法，并且该方法是针对命题逻辑的。设 Γ 是一个协调的语句集，A 是一个要加入到 Γ 中的公式。这个算法的基本思想是：首先列出 Γ 中的公式以及 A 的真值表，根据这真值表可以判断出在什么样的真值赋值的情况下公式 A 的值为真，对于一个使 A 为真的真值赋值，设 Γ 中关于该真值赋值为真的语句集为 Γ，然后检查 Γ 是否为极大的，对于真值表中 A 为真的赋值都作如上处理，最后也就得到了所有的极大协调子集。事实上该方法也是对基于模型的方法的改进。

维普资讯 http://www.cqvip.com

5 序列极限的方法

李未教授[23−25]在1992年首先研究了多次修正的情况，提出了序列极限的方法，并给出了一种可以归约出信念集的一个最佳修正的方法，称为R-演算。这种方法的一个重要的特点就是可操作性。之后，Boutiher[27]也对进行多次修正的情况进行了研究，在1993年提出了迭代的方法，下一节将介绍这种方法。序列极限的方法首先给出了事实反驳，重构和序列极限的概念。

设$\Gamma\models A$，M为一个模型，如果$M\models\neg A$成立，则称M为一个关于A的事实反驳，记为：$\Gamma_{M(A)}\equiv\{A_i \mid A_i\in\Gamma, M\models A_i, M\models\neg A\}$。

如果对于A的任意一个与M不同的反驳M'，$\Gamma_{M'(A)}\subset\Gamma_{M(A)}$成立，则称$M$为一个理想事实反驳，记为$\overline{M}(\Gamma,A)$。用$\mathscr{R}(\Gamma,A)$表示所有理想事实反驳的集合。$\mathscr{R}(\Gamma,A)=\{\Gamma_{\overline{M}(A)} \mid \overline{M}$是$A$的理想事实反驳$\}$。

一个理论是否被接收，只取决于从理论中所推出的结果是否与事实相符合或与研究者的要求相一致，而不是取决于演绎推理规则或演绎推理过程。事实反驳是用数理逻辑中模型论的概念来刻画理论的逻辑结论与事实不相符合的一种方法。

设Γ，Γ'是两个理论，A是一个语句：

1）如果A是Γ的逻辑结论，则Γ'就是Γ自身，我们称为E-重构。

2）如果$\Gamma\models A$，并且A受到事实反驳，则Γ'为Δ，$\Delta\in R(\Gamma,A)$，我们称为R-重构。

3）如果A不满足1和2的条件，即Γ不能推出A，并且A也没有受到事实反驳，则Γ'是Γ自身，我们称为I-重构。

如果Γ'是Γ的E-重构或R-重构或I-重构，则称Γ'是Γ的重构。

对于序列$\Gamma_1,\Gamma_2,\cdots,\Gamma_n,\cdots$，若$\Gamma_{i+1}$是$\Gamma_i$的重构，$i>1$，则称该序列为信念进化序列，简称序列。如果$A(\Gamma_n,A)$中包含不只一个元素，则$\Gamma_n$的R-重构不是唯一的，因此信念的所有可能的历史将是一个树型结构，这个树的每一个分枝都是一个信念进化序列。

设$\{\Gamma_n\}$为一个信念进化序列，则语句集$\Gamma^{*}=\bigcap\limits_{n=1}^{\infty}\bigcup\limits_{m=n}^{\infty}\Gamma_m$称为序列$\{\Gamma\}$的上极限。语句集$\Gamma_{*}=\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}\bigcap\limits_{m=n}^{\infty}\Gamma_m$称为序列$\{\Gamma_n\}$的下限极。若$\Gamma^{*}=\Gamma_{*}$，则称序列$\Gamma_n$是收敛的，并称$\Gamma^{*}$或$\Gamma_{*}$为该序列的极限，记为$\lim\limits_{n\to\infty}\Gamma_n$。

李未教授还给出了产生进化序列的一个过程，证明了该过程所产生的进化序列都收敛。进一步地给出了求R-重构的一种方法称为R-演算，并讨论了R-演算在Horn子句上的可实现性。

6 迭代的方法

后来人们对多次进行信念修正的过程进行了研究，还给出了所谓的迭代信念修正。Darwiche和Pearl[26]首先扩展了AGM的公设，增加了如下的四条公设：

C1：如果$A\models B$，则$(\Gamma^{*}_{B})^{*}_{A}=\Gamma^{*}_{A}$

C2：如果$A\models\neg B$，则$(\Gamma^{*}_{B})^{*}_{A}=\Gamma^{*}_{A}$

C3：如果$B\in\Gamma^{*}_{A}$，则$B\in(\Gamma^{*}_{B})^{*}_{A}$

C4：如果$\neg B\notin\Gamma^{*}_{A}$，则$\neg B\notin(\Gamma^{*}_{B})^{*}_{A}$

然后给出了一种满足这些公设的操作，这种操作是基于顺序条件函数，或称为秩。顺序条件函数是可能世界的集合到序数的集合上的函数，并且使得某些世界赋予最小的序数0。直观上讲，这个序数描述了一个世界可能的程度，序数越小，该世界的可能性越大。将秩扩充到命题上来为：$k(A)=min\{k(\Gamma) \mid \Gamma\models A\}$；该式蕴含了：$k(A\vee B)=min(k(A),k(B))$。如果命题$A$的$\neg A$的秩大于0，则称该秩接受了命题$\mu$。对于序对$(A,m)$，这里$A$是一个命题，$m$是$A$的曾经修正过的似然可能性的度。

$$k_{(A,m)}(\Gamma)=\begin{cases}k(\Gamma)-k(A) & if \quad \Gamma\models A\\ k(\Gamma)-k(\neg A)+m & if \quad \Gamma\not\models A\end{cases}$$

这样，如下定义修正就满足公设(R*1)～(R*6)和(C1)～(C4)。

$$(k\cdot A)(\Gamma)=k_{(A,k(\neg A)+1)}(\Gamma)$$

$$\begin{cases}k(\Gamma)-k(A) & if \quad \Gamma\models A\\ k(\Gamma)+1 & if \quad \Gamma\not\models A\end{cases}$$

Boutiher[27]给出了一种称为自然修正的方法。自然修正的方法是在保证$\preceq*B$满足$\preceq$的前提下，对$\preceq$进行最小的修改。

Lehman[28]将通过正序列σ得到的信念集记为Bel(σ)，用σ和ρ表示修正序列，$\cdot$表示修正序列间的连接，迭代修正的公设为：

I1：$Bel(\sigma)$是一个协调的信念集

I2：$A\in Bel(\sigma\cdot A)$

I3：If $B\in Bel(\sigma\cdot A)$, then $A\Rightarrow B\in Bel(\sigma)$

I4：If $A\in Bel(\sigma)$, then $Bel(\sigma\cdot A\cdot\rho)=Bel(\sigma\cdot\rho)$

I5：If $B\vdash A$, then $Bel(\sigma\cdot A\cdot B\cdot\rho)=Bel(\sigma\cdot B\cdot\rho)$

I6：If $\neg A\in Bel(\sigma\cdot A)$, then $Bel(\sigma\cdot A\cdot B\cdot\rho)=Bel(\sigma\cdot A\cdot A\wedge B\cdot\rho)$

I7：$Bel(\sigma\cdot\neg A\cdot A)\subseteq Cl(Bel(\sigma)\cup\{A\})$

7 用于信念修正的系统

Dixon[25]给出了信念修正的一个系统。他首先对Wobcke[12]的理论基的方法进一步地进行了限

维普资讯 http://www.cqvip.com

制，也就是限制理论基为有限基，然后给出了 Wobcke 所讨论的最保守的认识可信度的方法的一种构造性的方法。对于每一个信念都赋给它一个整数，称为该信念的秩，一个信念的秩越大它的可信度越大，并且假设在信念集中，定理的秩是最大的。若定理的秩为 n，则可以将信念集分为如下的集合：$\Gamma_1, \Gamma_2, \cdots, \Gamma_n$，集合 Γ_i 中的信念的秩为 i，也就是说将信念集 Γ 中的信念按照秩的大小进行分类，秩相同的在同一个集合中，当然在上述的集合中可能有些集合是空集。令

$$\overline{\Gamma}_i = \bigcup_{j=i}^{n} \Gamma_j$$

信念 A 的秩如下确定：

$$rank(\Gamma, A) = \begin{cases} max(i : \overline{\Gamma}_i \vdash A) & if\ \overline{\Gamma}_i \vdash A \\ 0 & if\ \overline{\Gamma}_i \nvdash A \end{cases}$$

则由基的划分而决定的最保守的认识可信度可以如下定义：

$$A \leqslant_E B \ iff\ rank(\Gamma, A) \leqslant rank(\Gamma, B)$$

Dixon 根据如下的性质构造了一个约减的过程：

$$B \in \Gamma_A^- \ iff\ B \in \Gamma \text{ 且 } \vdash A \text{ 或 } A <_E A \vee B \text{ 成立}$$

再根据 Levi 等式就可以得到一个修正过程。Dixon 详细地讨论了系统的实现方法。在该系统中，对于一个新的信念的认知可信度，是由用户给定的。

Damasio，Nejdl 和 Pereira[30] 给出了一个称为 REVISE 的用于扩充逻辑程序设计系统的信念集修正的系统，其基本思想是求出一个逻辑程序能推出的所有的结论，根据这一结果来消除矛盾。消除矛盾的方法并不是从信念集中删除一些规则而是在信念集中增加一些规则。

以上叙述的是信念修正方面的主要研究工作，人们还对各种非单调逻辑和信念修正的关系，模态逻辑和信念修正的关系，信念修正和反事实间的关系等等进行了研究。关于命题逻辑上信念修正的复杂性，人们也给予了研究，限于篇幅这里就不再介绍，请读者参阅有关文献。

结束语 通过前面的介绍可以看到如下的几点：

1）本文介绍信念修正的各种方法都遵循极小修改的原则，但对极小的定义不同，例如真值维护的方法，AGM 的方法，基于理论基的方法，序列极限的方法以及基于公式的方法是针对语句集的基数来定义的，基于模型的方法是针对模型来定义的。

2）本文所介绍的方法中，除序列极限的方法和迭代的方法外，都是研究的进行一次修正时的性质，而序列极限的方法和迭代的方法研究了信念修正序列的性质。

3）它们研究的范围不同，有的方法是针对命题逻辑的，有的方法是针对一阶逻辑的。

4）李未教授的序列极限的方法将信念集限制在有限的语句集上，并且不要求信念集是逻辑闭包，所以信念集就是一个知识库，其方法具有可操作性。这是其它方法所不具备的。

但这些方法不能真正在计算机上实现，探讨其可编程可实现的途径有着重要的意义，我们将在以后的文章中介绍我们在这方面取得的结果。

参考文献

1 Gärdenfors, P. Belief Revision: An Introduction. In: Gärdenfors P, ed. Belief Revision. Cambridge University Press, 1992. 1～28

2 Gallier J H. Logic for Computer Science, Foundations of Automatic Theorem Proving. John Wilsey & Sons, 1987

3 Alchourron C E, et al. On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions. The J. of Symbolic Logic, 1985, 50(2): 510～530

4 Gärdenfors P. Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States. The MIT Press, Cambridge, 1988

5 Katsuno H, Mendelzon A O. Propositional Knowledge base Revision and Minimal Change. AI, 1991, 52: 263～294

6 Gärdenfors P, Makinson D. Revisions of Knowledge Systems Using Epistemic Entrenchment. In: Proc. of the Second Conf. on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge. 1988. 83～95

7 Nebel B. A Knowledge Level Analysis of Belief Revision. In: Proc. of the first Interl. Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Morgan Kaufman, 1989 301～311

8 *Hansson S O New Operators for Theory Change* Theoria, 1989, 50 114～132

9 Fuhrman A. Theory Contraction Through Base Contraction. J. of Philosophical Logic, 1991. 20: 175～203

10 Rott H. A Nonmonotonic Conditional Logic for Belief Revision I, In: Fuhrman A, Morreau M, eds. The Logic of Theory Change. Springer-Verlag, Berlin, 1991. 135～181

11 Williams M. Two Operators for Theory Base Change. In: Proc. of the Fifth Australian Joint Conf. on AI. 1992. 256～265

12 Wobcke W R. A Belief Revision Approach to Nonmonotonic Reasoning Same to [11]

（下转封四）

维普资讯 http://www.cqvip.com

（上接第13页）

13 Dalal M. Investigations into a Theory of Knowledge Base Revision, Preliminary Report. In: Proc. of the Seventh National Conf. on AI. 1988. 475～479
14 Satoh K. Nonmonotonic Reasoning by Minimal Belief Revision. In: Proc. of Interl. Conf. on Fifth Generation Computer System. Tokyo, 1988. 455～462
15 Katsuno H, Mendelzon A O. An Unified View of Propositional Knowledge Base Updates. In: Proc. IJCAI-89 Detroit, MI, 1989 1413～1419
16 Borgida A. Language features for flexible handling of exception in information systems. ACM Trans. Database Syst. 1985, 10: 536～603
17 Weber A. Updating Propositional Formulas. In: Proc. First Conf. on Expert Database Systems. 1986. 487～500
18 Forbus K D. Introducing Actions into Qualitative Simulation. In: Proc Intl. Joint Conf on AI. 1989. 1273～1278
19 Fagin R, et al. On the Semantics of Updates in Databases. In: Proc. PODS-83. 1983. 352～365
20 Ginsberg M L, Smith D E. Reasoning about Action I: a Possible Worlds Approach AI, 1988, 35: 165～195
21 马绍汉，陶雪红．知识库更新的研究．计算机科学，1995，22(3)32～36
22 陶雪红，孙伟，马绍汉．命题知识库更新的算法及其复杂性．软件学报，1996，7(5)：300～305
23 李未．一个开放的逻辑系统．中国科学(A辑)，1992，22(10)：1103～1113
24 Li Wei, et al. R-calculus: A Logical Approach for Knowledge Base Maintenance. Intl. J. of Artificial Intelligence Tools, 1995, 4(1～2): 177～200
25 Li Wei. A Logical Framework for Knowledge Base Maintenance. J. of Comput. Sci. & Technol. 1995, 10(3): 194～205
26 Darwiche A, Pearl J. On the Logic of Iterated Belief Revision. AI, 1997, 89(1～2): 1～29
27 Boutilier C. Revision Sequences and Nested Conditionals In: Proc. IJCAI-93 519～525
28 Lehman D. Belief Revision, Revised In: Proc. of Fourteenth Intl Joint Conf. on AI. 1995. 1534～1540
29 Dixon S E. Belief Revision: A Computational Approach: [PhD. Thesis]. University of Sydney, 1994
30 Damásio C V, et al. REVISE: An Extended Logic Programming Systems for Revising Knowledge Bases. In: Proc. of the Intl. Conf. on Knowledge Representation and Reasoning. Bonn, 1994. 607～618

计算机科学

（1974年1月创刊）
第26卷第7期（月刊）
1999年7月25日出版
中国标准刊号：ISSN 1002-137X / CN51—1239/TP
定价：7.50元　国外定价：5美元
邮发代号：78—68
发行范围：国内外公开

主管单位：国家科学技术部
主办单位：国家科技部西南信息中心
编辑出版：《计算机科学》杂志社
重庆市渝中区胜利路132号　邮政编码：400013
电话：(023) 63500828　传真：(023) 63502473
主　　编：朱宗元
印 刷 者：国家科技部西南信息中心印刷厂
总发行处：重庆市邮政局
订 购 处：全国各地邮政局
国外总发行：中国国际图书贸易总公司（北京399信箱）
国外代号：6210M