

# 基于伊藤算法的改进人工蜂群算法

赵志勇 李元香 喻 飞

(武汉大学计算机学院 武汉 430072) (武汉大学软件工程国家重点实验室 武汉 430072)

**摘要** 针对人工蜂群算法(ABC)在求解复杂问题时出现的收敛速度慢、易陷入局部最优的缺点,在布朗运动和伊藤随机过程的启示下,借鉴伊藤算法的设计思想,提出了一种基于布朗运动的改进人工蜂群优化算法(BMABC)。在采蜜蜂和观察蜂阶段分别设计了不同的漂移算子和波动算子。漂移算子保证算法向着最优解的位置漂移,波动算子保证了解的多样性。分别使用 ABC、GABC 和 BMABC 对 5 个经典函数进行了测试。实验结果表明, BMABC 算法具有收敛速度快、收敛精度高的特点,并具有良好的稳定性。

**关键词** 人工蜂群算法, 布朗运动, 伊藤随机过程, 伊藤算法

**中图法分类号** TP273 **文献标识码** A

## Artificial Bee Colony Algorithm Based on Ito Algorithm

ZHAO Zhi-yong LI Yuan-xiang YU Fei

(School of Computer, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

(State Key Laboratory of Software Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract** When resolving complex problems, the artificial bee colony (ABC) has some disadvantages of slow convergence rate and easy to fall into local optimization, with the inspiration of the Brownian motion and Ito process, and imitating the designed idea of Ito algorithm, this paper proposed a improved artificial bee colony based on Ito algorithm (BMABC). We designed different drift operator and fluctuation operator in the phases of the employed bees and the on-lookers respectively. The drift operator ensures the drift direction to the optimal solution. The fluctuation operator ensures the diversity of the solutions. ABC, GABC and BMABC were tested by five classic functions. Experimental results show that BMABC retains the fast convergence and high convergence precision characteristics, as well as better stability.

**Keywords** Artificial bee colony algorithm, Brownian motion, Ito process, Ito algorithm

## 1 引言

人工蜂群算法(Artificial Bee Colony, ABC)是由 Karaboga<sup>[1]</sup>于 2005 年提出的一种新颖的基于群智能的全局优化算法,其直观背景来源于蜂群的采蜜行为,蜜蜂根据各自的分工进行不同的活动,并实现蜂群信息的共享和交流,从而找到问题的最优解。Karaboga 和 Basturk 已经将 ABC 算法成功地应用于函数的无约束数值优化问题,并且得到了较好的优化结果<sup>[2]</sup>。目前,该算法已广泛应用于函数优化<sup>[3-4]</sup>和实际应用领域<sup>[5-9]</sup>。

标准的 ABC 算法同演化算法、粒子群算法以及蚁群算法等其他元启发式优化算法一样都存在着早熟收敛的问题,标准 ABC 容易陷入局部最优而且后期收敛速度较慢。为了解决这些问题,使 ABC 算法的性能得到进一步的提升,许多学者对标准的 ABC 算法从很多方面进行了改进。Zhu Guopu

和 Kwong S<sup>[10]</sup>提出一个改进的人工蜂群算法(GABC),该算法利用了全局最优解改进 ABC 算法的搜索模式来提高局部搜索能力;Mohammad 等<sup>[11]</sup>提出了一种基于指数分布式的自适应变步长机制的人工蜂群算法,使算法搜索方程中的搜索步长自适应变化,以动态地控制蜂群的开发和探索;Shi 等<sup>[12]</sup>提出了一种基于 PSO 和 ABC 的混合算法,为了使粒子群和蜂群之间交互式地分享信息,引入两种信息交换机制,以提高算法的整体寻优能力;罗钧等<sup>[13]</sup>提出了基于分段搜索策略的改进蜂群算法,即采用“分段搜索”方式对食物源进行贪婪更新,以提高食物源更新的成功率,同时,招募所有观察蜂选择当前最优食物源,以实现最优食物源的充分优化。

为了提高人工蜂群算法的收敛速度和全局搜索能力,受到以上思想的启发,本文提出了一种基于伊藤算法的改进人工蜂群优化算法,通过对布朗运动的抽象,并借鉴伊藤算法的设计思想,在改进的人工蜂群算法中提出了适合人工蜂群算

本文受国家自然科学基金项目(61070009)资助。

赵志勇(1989—),男,硕士生,主要研究方向为智能计算,E-mail:zhaozhiyong1989@whu.edu.cn;李元香(1962—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为智能计算、并行计算等;喻飞(1981—),男,博士生,主要研究方向为智能计算、演化硬件等。

法的漂移算子和波动算子。通过解决一些典型的、复杂的全局优化问题,说明算法在收敛速度以及全局搜索能力上有较大提高并具有良好的稳定性。

## 2 标准人工蜂群算法

标准的 ABC 算法通过模拟实际蜜蜂的采蜜机制将人工蜂群分为 3 类:采蜜蜂、观察蜂和侦察蜂。整个蜂群的目标是寻找花蜜量最大的蜜源。在标准的 ABC 算法中,采蜜蜂利用先前的蜜源信息寻找新的蜜源并与观察蜂分享蜜源信息;观察蜂在蜂房中等待并依据采蜜蜂分享的信息寻找新的蜜源;侦察蜂的任务是寻找一个新的有价值的蜜源,它们在蜂房附近随机地寻找蜜源。

假设问题的解空间是  $D$  维的,采蜜蜂与观察蜂的个数都是  $SN$ ,采蜜蜂的个数或观察蜂的个数与蜜源的数量相等。则标准的 ABC 算法将优化问题的求解过程看成是在  $D$  维搜索空间中进行搜索。每个蜜源的位置代表问题的一个可能解,蜜源的花蜜量对应于相应的解的适应度。一个采蜜蜂与一个蜜源是相对应的。与第  $i$  个蜜源相对应的采蜜蜂依据公式(1)寻找新的蜜源。

$$x'_{id} = x_{id} + \phi_{id}(x_{id} - x_{kd}) \quad (1)$$

其中, $i=1,2,\dots,SN,D=1,2,\dots,D$ , $\phi_{id}$  是区间  $[-1,1]$  上的随机数, $k \neq i$ 。标准的 ABC 算法将新生成的可能解  $X'_i = \{x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{iD}\}$  与原来的解  $X_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}\}$  作比较,并采用贪婪选择策略保留较好的解。每一个观察蜂依据概率选择一个蜜源,概率公式为:

$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{j=1}^{SN} fit_j} \quad (2)$$

其中, $fit_i$  是可能解  $X_i$  的适应值。对于被选择的蜜源,观察蜂根据式(2)搜寻新的可能解。当所有的采蜜蜂和观察蜂都搜索完整个搜索空间时,如果一个蜜源的适应值在给定的步骤内(定义为控制参数“ $limit$ ”)没有被提高,则丢弃该蜜源,而与该蜜源相对应的采蜜蜂变成侦察蜂,侦察蜂通过式(3)搜索新的可能解。

$$x_{id} = x_d^{\min} + r(x_d^{\max} - x_d^{\min}) \quad (3)$$

其中, $r$  是区间  $[-1,1]$  上的随机数, $x_d^{\min}$  和  $x_d^{\max}$  是第  $d$  维的下界和上界。标准的 ABC 算法的主要步骤如下:

步骤 1 初始化;

步骤 2 重复以下过程;

(a) 将采蜜蜂与蜜源一一对应,根据式(1)更新蜜源信息,同时确定蜜源的花蜜量;

(b) 观察蜂根据采蜜蜂所提供的信息采用一定的选择策略选择蜜源,根据式(1)更新蜜源信息,同时确定蜜源的花蜜量;

(c) 确定侦察蜂,并根据式(3)寻找新的蜜源;

(d) 记忆迄今为止最好的蜜源;

步骤 3 判断终止条件是否成立。

## 3 伊藤算法

### 3.1 伊藤随机过程

令  $B(t) = (B_1(t), B_2(t), \dots, B_m(t))$  是  $m$  维标准布朗运

动,若随机过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  满足伊藤积分  $dX(t) = b(t, X(t))dt + \sum(t, X(t))dB(t)$ , 则称其为伊藤随机过程<sup>[14]</sup>。伊藤随机过程是由日本科学家伊藤清在布朗运动(又称为维纳过程)的基础上提出的带有布朗运动干扰项的随机微分方程。

1827 年,英国生物学家布朗根据观察花粉在液面上作无规则运动的物理现象最先提出了布朗运动(Brownian motion)。1905 年,爱因斯坦首次对这一现象的物理规律给出了一种数学的描述。1908 年,佩兰证明了布朗粒子作为一种巨分子系统的热学性质。1923 年,维纳给出了布朗运动的严格的数学理论,提出了在布朗运动空间上定义侧度,称为维纳测度。

### 3.2 伊藤算法

伊藤过程已广泛应用于经济、自控等领域,在实际的应用中,伊藤微分方程中的  $b(t, X(t))dt$  项常用来表示单位时间  $X$  的期望漂移, $b(t, X(t))$  称为漂移率,表示随机过程的总体趋势; $\sum(t, X(t))dB(t)$  表示变量变化轨迹上的波动, $\sum(t, X(t))$  为波动率。伊藤算法(Ito Algorithm, ITO)<sup>[14]</sup> 是董文永教授等人基于伊藤随机过程,通过抽象和模拟系统中粒子间的相互作用和粒子的运动过程提出的新算法。鉴于伊藤随机过程的两个特征,即随机扰动和漂移,随机扰动表示粒子的局部性能,而漂移则表示粒子宏观上的趋势,伊藤算法中设计了相应的波动算子和漂移算子。波动算子用来控制粒子的探索特性,可以使粒子在邻域内局部扰动;漂移算子用来控制粒子的移动方向,使粒子在宏观上朝着吸引子的方向移动。

## 4 基于伊藤算法的改进人工蜂群算法

在式(1)中,采蜜蜂和观察蜂的搜索方式并没有采用任何启发式信息,而就是在第  $i$  个蜜源周围随机选取一个蜜源,然后进行更新。那么随机选取好的蜜源和不好的蜜源的概率是相等的<sup>[10]</sup>,这很可能导致算法的局部开采能力较差。漂移算子可以控制粒子在宏观上朝着吸引子的方向移动,加速算法的收敛速度;波动算子可以使粒子在邻域内扰动,保证解的多样性,防止陷入局部最优。

### 4.1 带漂移算子和波动算子的采蜜蜂搜索方式

为了使观察蜂能够全面地搜索整个搜索空间,改进的 ABC 算法将个体历史最优解的信息引入到采蜜蜂的搜索模式中,采蜜蜂的更新式如式(4)所示,式中保留了式(1)的主要部分。

$$x'_{id} = x_{id} + \phi_{id}(x_{id} - x_{kd}) + \phi'_{id}(p_{pd} - x_{id}) \quad (4)$$

其中, $\phi'_{id}$  是区间  $[0,1]$  上的随机数, $p_{pd}$  为蜜蜂个体历史最优解。这里的  $p_{pd}$  称为吸引子, $\phi'_{id}$  为漂移系数, $(p_{pd} - x_{id})$  为漂移方向, $\phi_{id}(x_{id} - x_{kd})$  为波动项,其中  $\phi_{id}$  为波动系数。

### 4.2 带漂移算子和波动算子的观察蜂搜索方式

在式(4)中将个体历史最优解的信息引入到采蜜蜂的搜索模式中,以提高采蜜蜂在搜索空间中的搜索能力。本文中观察蜂采用不同于采蜜蜂的搜索模式,将全局最优解的信息

引入到观察蜂的搜索模式中,以提高算法的收敛速度,观察蜂的更新式如式(5)所示。

$$x'_{id} = x_{id} + \phi_{id}(x_{id} - x_{hd}) + \phi'_{id}(p_{gd} - x_{id}) \quad (5)$$

其中,  $\phi'_{id}$  是区间  $[0, 1]$  上的随机数,  $p_{gd}$  为全局最优解。这里的  $p_{gd}$  为吸引子,  $\phi'_{id}$  为漂移系数,  $(p_{gd} - x_{id})$  是漂移方向,  $\phi_{id}(x_{id} - x_{hd})$  为波动项, 其中  $\phi_{id}$  为波动系数。

与其他的演化算法(如遗传算法)对比,在标准 ABC 算法中采蜜蜂和观察蜂的搜索方式实质上如同遗传算法中的变异操作。通过引入不同的漂移算子,可以使采蜜蜂的搜索放射以一定的概率向着个体历史最优解的方向漂移,使观察蜂的搜索方式以一定的概率向着全局历史最优解的方向漂移,并在实际的操作中,通过用  $\phi_{id}$  和  $\phi'_{id}$  的不同取值来平衡变异操作与漂移操作,既保证了向全局最好解漂移的概率,又保证了了解的多样性,从而避免陷入局部最优。

#### 4.3 算法流程

引入漂移算子和波动算子之后,具有漂移和波动算子的人工蜂群算法(BMABC)的基本步骤描述如下:

步骤 1 初始化;

步骤 2 重复以下过程;

(a) 将采蜜蜂与蜜源一一对应,根据式(4)更新蜜源信息,同时确定蜜源的花蜜量;

(b) 观察蜂根据采蜜蜂所提供的信息采用一定的选择策略选择蜜源,根据式(5)更新蜜源信息,同时确定蜜源的花蜜量;

(c) 确定侦查蜂,并根据式(3)寻找新的蜜源;

(d) 记忆迄今为止最好的蜜源;

步骤 3 判断终止条件是否成立。

### 5 实验仿真与结果分析

#### 5.1 测试函数

为了测试本文提出的 BMABC 算法的性能,在本文的实验中,选用了 5 个经典的测试函数,分别为:  $f_1$  (Schaffer),  $f_2$  (Sphere),  $f_3$  (Griewank),  $f_4$  (Rastrigin) 和  $f_5$  (Rosenbrock), 表 1 给出了各个函数的形式及初始范围。

表 1 测试函数及取值

函数	形式	初值范围
$f_1$	$0.5 + \frac{\sin^2(\sqrt{x_1^2 + x_2^2}) - 0.5}{(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2}$	$[-100, 100]$
$f_2$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]$
$f_3$	$\frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n (x_i - 100)^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i - 100}{\sqrt{i}}) + 1$	$[-600, 600]$
$f_4$	$\sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$
$f_5$	$\sum_{i=1}^n 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2$	$[-10, 10]$

#### 5.2 对比算法及参数设置

本文将标准的 ABC 算法以及 Zhu GuoPu 等人在文献

[10] 中提出的改进的人工蜂群算法(GABC)作为本文提出的基于伊藤算法的改进人工蜂群算法(BMABC)的比较对象。

算法运行参数设置如下:在 ABC 算法、GABC 算法和 BMABC 算法中,采蜜蜂和观察蜂以及蜜源的数量均为 30,在文献[2]中, Karaboga 指出蜜蜂种群的大小以及控制参数“limit”对于标准 ABC 算法的作用,即当种群大小扩大时,算法会得到比较优的结果,然而种群的规模并不是无限增长,当种群的规模超出一定的范围时,算法的性能并不能得到明显的提升,控制参数“limit”采用文献[2]中的  $0.5 \times n_e \times D$ ;在 GABC 中随机参数选取文献[10]中取得的最优值 1.5;  $f_1, f_2, f_4$  和  $f_5$  的最大迭代次数  $T_{\max} = 2000$ ,  $f_3$  的最大迭代次数  $T_{\max} = 4000$ , 每个函数的维数是不同的,第 1 个函数的维数为 2,第 2 个函数的维数为 5,后 3 个函数的维数是 50。

#### 5.3 算法比较与分析

本文中采用平均最优适应值(Mean Best Fitness, MBF)、最优适应值的标准差(Standard Deviation, SD)作为算法性能测试和比较的指标。表 2 给出了 3 种算法独立运行 30 次后的平均值和标准差比较结果。

从表 2 中 MBF 的对比结果可以看出,对各个函数的求解中, BMABC 算法是 3 种算法中精度最高的。具体来说,对于函数  $f_1$  和  $f_5$ , BMABC 算法求解精度远远高于其它算法。对于函数  $f_3$  和  $f_4$ , BMABC 算法的求解精度远远高于标准 ABC 算法。通过 SD 的结果对比可知,对于函数  $f_1, f_3, f_4$  和  $f_5$ , BMABC 算法稳定性均高于其它算法,有较好的稳定性。

表 2 算法性能比较

函数	算法	MBF	SD
$f_1$	ABC	0.000992	0.001203
	GABC	3.1E-06	6.9734E-06
	BMABC	2.61E-10	8.32884E-10
$f_2$	ABC	1.4E-117	4.318E-117
	GABC	0	0
$f_3$	BMABC	9.3E-279	0
	ABC	0.001774	0.005069174
$f_4$	GABC	0.000739	0.002832
	BMABC	1.23E-07	6.76212E-07
$f_5$	ABC	9.195784	1.673954353
	GABC	0.294589	0.548517
	BMABC	1.29E-07	7.09069E-07
$f_5$	ABC	47.27831	30.47828
	GABC	46.3254	28.19908
	BMABC	5.033726	14.019

图 1—图 5 为 3 种算法对各函数寻优搜索的进化曲线。为了便于分析比较,纵坐标数值取为  $\log F(x)$ 。从图 1—图 5 可以看出,对于 5 个测试函数, BMABC 算法比标准 ABC 算法具有更快的收敛速度,且收敛精度也有明显的提高。对于函数  $f_1, f_3, f_4$  和  $f_5$ , BMABC 算法比 GABC 算法有更快的收敛速度,而对于函数  $f_1, f_5$ , BMABC 算法的收敛精度也比 GABC 算法高,对于函数  $f_2$ , GABC 算法的收敛速度略高于 BMABC 算法。相比 3 个算法,标准 ABC 算法在演化后期易陷入局部最优,而 GABC 算法虽然对标准 ABC 算法的性能有提升,但是在函数  $f_5$  上依然不是很理想, BMABC 算法在后期继续收敛,表现出很强的全局搜索能力。

算法精度及稳定性方面均有所提高。

## 参 考 文 献

- [1] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization[R]. Kayseri: Erciyes University, 2005
- [2] Karaboga D, Basturk B. On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. Applied soft computing, 2008, 8(1): 687-697
- [3] Karaboga D, Basturk B. Artificial Bee Colony (ABC) Optimization Algorithm for Solving Constrained Optimization Problems [C]// Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing. Cancun, 2007; 789-798
- [4] Karaboga D, Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization; artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. Journal of Global Optimization, 2007, 11(1): 459-471
- [5] Sundar S, Singh A, Rossi A. An Artificial Bee Colony Algorithm for the 0-1 Multidimensional Knapsack Problem[J]. Contemporary Computing, 2010, 94: 141-151
- [6] Pulikanti S, Singh A. An Artificial Bee Colony Algorithm for the Quadratic Knapsack Problem[J]. Neural Information Processing, 2009, 5864: 196-205
- [7] Pan Q-K, Tasgetiren M F, Suganthan P N, et al. A discrete artificial bee colony algorithm for the lot-streaming flow shop scheduling problem[J]. Information Sciences, 2011, 6(15): 2455-2468
- [8] Akay B, Karaboga D. Solving Integer Programming Problems by Using Artificial Bee Colony Algorithm[J]. AI\*IA 2009; Emergent Perspectives in Artificial Intelligence, 2009, 5883: 355-364
- [9] 李牧东, 熊伟, 郭龙. 基于人工蜂群算法的 DV-Hop 定位改进[J]. 计算机科学, 2013, 40(1): 33-36
- [10] Zhu G, Kwong S. Gbest-guided artificial bee colony algorithm for numerical function optimization [J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 12(1): 3166-3173
- [11] Alam M S, Ul Kabir M W, Islam M M. Self-adaptation of mutation step size in Artificial Bee Colony algorithm for continuous function optimization[C]// 2010 13<sup>th</sup> International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT). 2010: 69-74
- [12] S Xiao-hu, L Yan-wen, L Hai-jun, et al. An integrated algorithm based on artificial bee colony and particle swarm optimization [C]// 2010 Sixth International Conference on Natural Computation (ICNC). 2010: 2586-2590
- [13] 罗钧, 肖向海, 付丽, 等. 基于分段搜索策略的改进蜂群算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(9): 1402-1405
- [14] W Dong, D Zhang, Z Wei-cheng, et al. The Simulation Optimization Algorithm Based on the Ito Process[J]. Advanced Intelligent Computing Theories and Applications, 2007, 2: 115-124

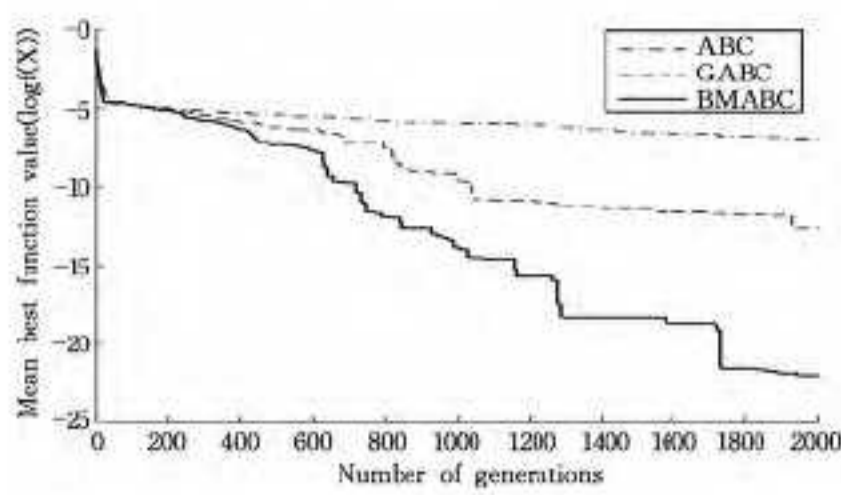


图 1 函数  $f_1$

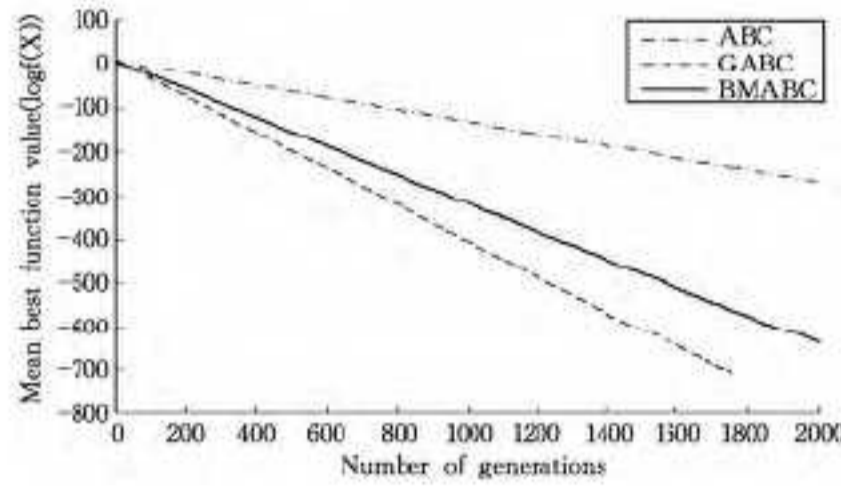


图 2 函数  $f_2$

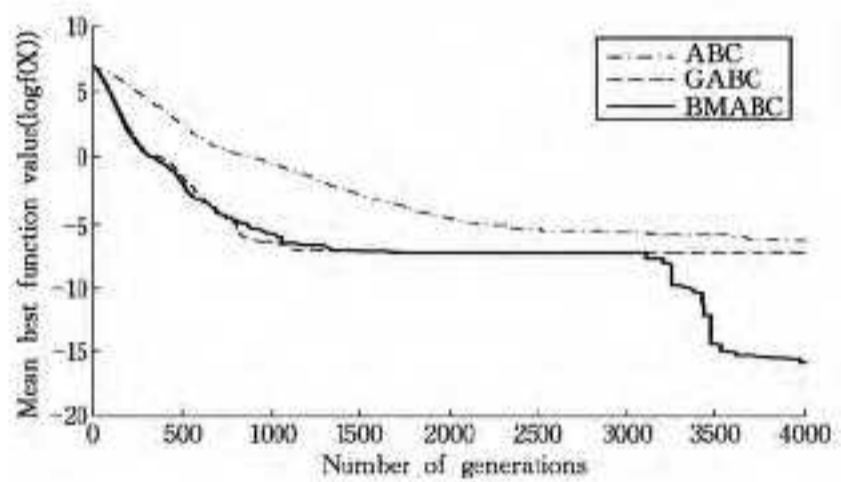


图 3 函数  $f_3$

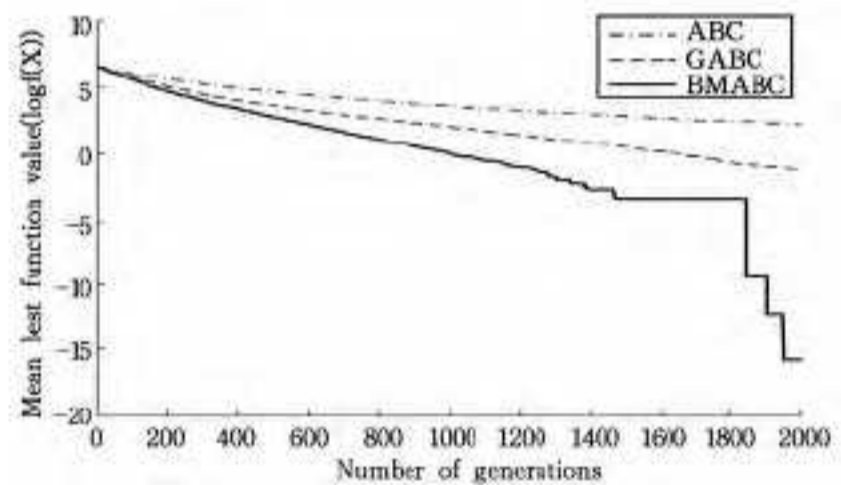


图 4 函数  $f_4$

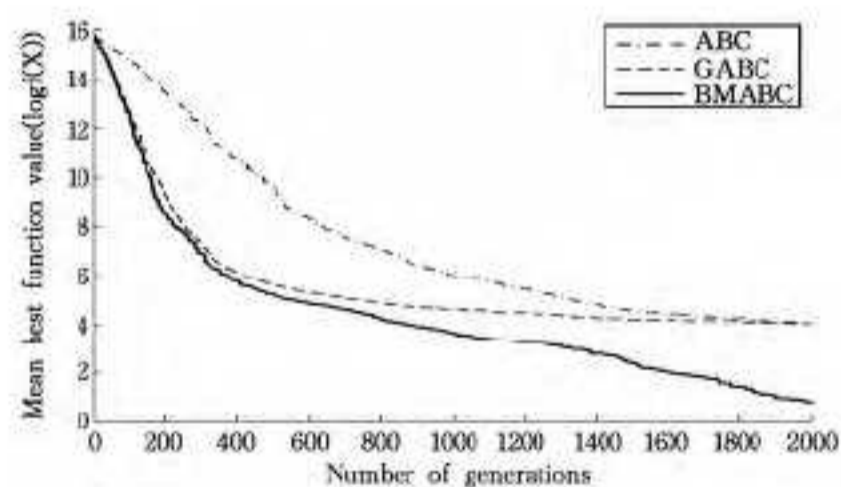


图 5 函数  $f_5$

以上的分析表明,与标准 ABC 算法相比,引入合理的漂移算子和波动算子的 BMABC 算法在求解复杂的函数优化问题时其性能和稳定性都有了很大的提升。

**结束语** 本文借鉴伊藤算法的设计思想,在标准 ABC 算法中引入漂移算子和波动算子的概念,并设计适合 ABC 算法的漂移算子和波动算子。通过“漂移”与“波动”操作在 ABC 算法局部开采和全局探索能力之间取得一定平衡。在常用的标准测试函数上的运行结果表明, BMABC 算法在收敛速度、