

45-47, 58

点格神经网络

交替递归算法

人工智能

(10)

计算机科学1999Vol. 26No. 3

基于点格神经网络的一种交替递归新算法

A New Alternating Recursive Algorithm Based on a Cellular Neural Network

王炎* 刘光远** 廖晓峰* 虞厥邦* 邱玉辉**

(电子科技大学光电子技术系 成都610054)*

(西南师范大学计算机科学系 重庆400715)**

TP18

Abstract In this paper, a specific Cellular Neural Network(CNN) approximation to the second order hyperbolic wave equations is constructed, a new alternating recursive algorithm based on it is proposed. Computer simulation illustrate that it can guarantee to obtain the satisfy solution of partial differential equation by the means of CNN in real time. The testification by SIMULINK shows the correction of our results.

Keywords Cellular Neural Network, Second order hyperbolic wave equations, Alternating recursive

1. 引言

点格神经网络为仿真离散空间的时空动力学系统提供了一个可行性框架,特别是其联接方式比Hopfield型的网络简单得多,因此从更为重要的实用观点来看,它能提供模拟阵列计算机结构的VLSI实现,从而可构造一种通用的模拟(Analogic)计算机^[1],借以解决各种科学和工程问题。

用于求解偏微分方程的点格神经网络所描述的是一个空间离散时间动力学系统,其行为非常类似于空间连续系统。虽然空间离散不可避免地会引入一些误差,但在其它方面两个系统是定性相同的;它们均为连续时间动力学系统且状态变量、相互作用和参数的值都是连续的。在文[2,3]中L. O. Chua等首次提出了点格神经网络动力学系统并把它与热传导方程进行了一些比较,发现了它们之间的内在联系;在文[4~6]中提出用CNN求解各种类型的一阶偏微分方程;文[7]提出了解二维Navier-Stokes方程的双重时间CNN方法,并进行了仿真实验,然而上面所提出的解决各种偏微分方程的点格神经网络均为一阶动力学系统,文[8]的作者根据膜振动所形成的波的传播原理提出了MCNN神经网络用以描述实际系统中的多峰振荡行为,可以说,点格神经网络在方程求解和系统描述方面已显示了良好的应用前景,本文我们构造了一个具体求解二阶双曲波动方程的MCNN网络,为了求解这个点格神经网络,

我们提出了一种新的交替递归算法,分别求解了二阶线性和非线性问题,最后我们构造了一个具有11个神经元的CNN网络,用SIMULINK进行仿真,得到的网络的行为与算法所得是一致的,证明了算法的正确性。

2. 点格神经网络的模板实现

在此,我们以二阶波动方程为例来阐明点格神经网络的模板实现,考虑如下方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \phi(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + q(x, u) \quad 0 < x < X, t > 0 \quad (1)$$

式中 $u = u(x, t)$, 边界条件为:

$$a_0 u(0, t) + b_0 \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = c_0, \quad t > 0, b_0 \neq 0 \quad (2a)$$

$$a_1 u(X, t) + b_1 \frac{\partial u}{\partial x}(X, t) = c_1, \quad t > 0, b_1 \neq 0 \quad (2b)$$

初始条件为:

$$u(x, 0) = v(x) \quad 0 \leq x \leq X \quad (3a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = w(x) \quad 0 \leq x \leq X \quad (3b)$$

其中 $v(x), w(x)$ 是 x 的连续函数。

把区间 $0 \leq x \leq X$ 分为 $N+1$ 个子区间,每个子区间宽度为 h , 因此 $(N+1)h = X$, 于是空间微分(1)可用下面的有限差分代替:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = h^{-2} [u(x-h, t) - 2u(x, t) + u(x+h, t)] +$$

$$O(h^2) \quad (4)$$

微分方程(1)及(4)显然可应用于所有 $N+2$ 个

网格点,在时间层 $t=nk(n=1,2,\dots)$,由 $x=0$ 和 $x=X$ 就可分别引入点 $(-h,t)$ 和 $(X+h,t)$,因此用通常的方式,由边界条件可将导数逼近为:

$$\frac{du}{dx} = (2h)^{-1} [u(x+h,t) - u(x-h,t)] + O(h^2) \quad (5)$$

此外

$$u_{x-1}^n = -2h\gamma_0 + 2ha_0u_0^n + u_1^n + O(h^2) \quad (6)$$

而

$$u_{x+1}^n = 2h\gamma_1 - 2ha_1u_{N-1}^n + u_N^n + O(h^2) \quad (7)$$

在内点 $(-h,t)$ 和 $(X+h,t)$ 逼近于 u ,在(6)中,有 $a_0 = a_0/b_0$ 和 $\gamma_0 = c_0/b_0$,而在(7)中有 $a_1 = a_1/b_1$ 和 $\gamma_1 = c_1/b_1$.

因此应用(1)-(4)可导出下面的二阶 MCNN 网络:

$$\frac{d^2U(t)}{dt^2} = MBU(t) + \phi(x,U) + b \quad (8)$$

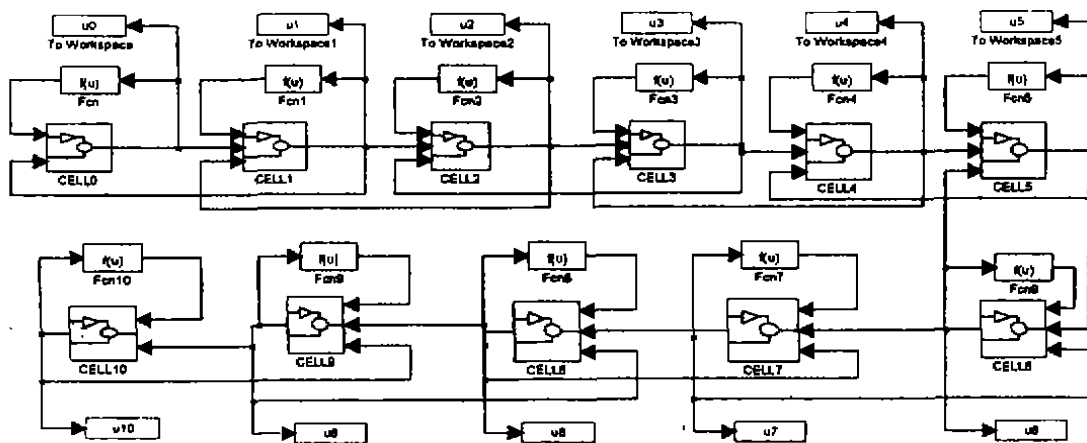


图1 CNN 网络结构图

3. 基于 CNN 的交替递归算法

在实际仿真中,必须对(8)式进行离散化.把时间变量 t 进行步长为 k 的离散化,因此 t 可写为 $t=nk$,这里 n 为整数.区域 $R=[0<x<X] \times [t>0]$ 且它的边界 ∂R 包含了线 $x=0, x=X$ 和 $t=0$,因此可在点 $(x_n, t_n) = (mh, nk)$ 处进行离散化,这里 $m=0, 1, 2, \dots; n=0, 1, 2, \dots$; 向量:

$$U(t) = U(nk) = [U_0^n, U_1^n, \dots, U_N^n, U_{N+1}^n]^T \quad (12)$$

决定了在每个时间层 $t=nk(n=0, 1, 2, \dots)$ 的值,在(12)中 U_i^n 记为在网点 (mh, nk) 的近似解,且逼近于 $u_i^n = u(mh, nk)$.

方程(8)式的 MCNN 网络具有一般形式:

这里 $M = \text{diag}(\phi_i)$ 是对角矩阵, $\phi_i = \phi(x_i)$, U 是 $N+2$ 维向量, B 是 $N+2$ 阶方阵:

$$B = h^{-2} \begin{bmatrix} 2ha_0 & -2 & 2 & & & 0 \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ 0 & & & & 2 & -(2+2ha_0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\phi = \phi(x, U(t))$ 是向量:

$$\phi^T = \phi(x, U(t)) = [\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{N+1}]^T \quad (10)$$

这里 $\phi_n = \phi(U_n)$, 且 b 是 $N+2$ 维常数向量

$$b = \left[-\frac{2\gamma_0}{h}, 0, \dots, 0, \frac{2\gamma_1}{h} \right]^T \quad (11)$$

以下是本节推导所得的 CNN 网络结构图,图中所示是 $N=9$ 的情形.

$$\frac{d^2U(t)}{dt} = f(t, U(t)) \quad t > 0 \quad (13)$$

且 $f(t, U(t)) = MBU(t) + \phi(x, U) + b$, 对于(13)的一族解为

$$U^{n+1} - 2U^n + U^{n-1} = k^2 [af^{n+1} + (1-2a)f^n + af^{n-1}] \quad (14)$$

这里用一般记号 $U^n = U(nk)$ 和 $f^n = f(nk, U^n)$.

在(14)中, a 是一参数, $0 \leq a \leq 1$, 对此显然有:

(i) $a=0$ 给出了显式求解公式:

$$U^{n+1} = 2U^n - U^{n-1} + k^2 f^n \quad (15)$$

(ii) $a=1/12$ 给出了优化隐式求解公式:

$$U^{n+1} = 2U^n - U^{n-1} + \frac{k^2}{12} (f^{n+1} + 10f^n + f^{n-1}) \quad (16)$$

通常显式递归公式(15)求解容易但稳定性差,

而隐式递归公式(16)求解难但稳定性好,为了克服前者之缺点并充分利用其优点,我们提出如下求解 MCNN 网络的交替递归算法,简称为 PECE 算法:

$$P: U_{n+1}^0 = 2U^n - U^{n-1} + k^2 f^n$$

$$E: f_{n+1}^0 = f(nk, U_{n+1}^0)$$

$$C: U_{n+1}^1 = 2U^n - U^{n-1} + \frac{k^2}{12} (f_{n+1}^0 + 10f^n + f^{n-1})$$

$$E: f_{n+1}^1 = f(nk, U_{n+1}^1)$$

然后令 $n=n+1, U^n = U_{n+1}^1, f^n = f_{n+1}^1$, 重复以上操作。

PECE 算法显然需要用 $n=1$ 情形作起始值, 这可由初始条件(3a), (3b)导出为:

$$U^0 = V \quad (17a)$$

$$U^1 = \left(I + \frac{1}{2} k^2 MB \right) V + kW + \frac{1}{2} k^2 \psi^0 + \frac{1}{2} k^2 b \quad (17b)$$

4. Dirichlet 边界条件

设在(2a), (2b), $b_0 = b_1 = 0$, 那么边界条件与(1)有形式:

$$u(0, t) = \beta_0 \quad (18a)$$

$$u(X, t) = \beta_1 \quad (18b)$$

这里 $\beta_0 = c_0/a_0, \beta_1 = c_1/a_1$, 显然在一个内点 (x_n, t_n) , 这里 $m=1, 2, \dots, N$ 和 $n=1, 2, \dots$,

MCNN 方法(1), (18), (3)可归结为初值问题:

$$\frac{d^2 U(t)}{dt^2} = AU(t) + \psi(U(t)) + c, t > 0 \quad (19)$$

$$U^0 = V \quad (20a)$$

$$U^1 = \left(I + \frac{1}{2} k^2 MA \right) V + kW + \frac{1}{2} k^2 \psi^0 + \frac{1}{2} k^2 c \quad (20b)$$

所有向量和矩阵均是 N 阶的, 且

$$A = h^{-2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -2 & 1 \\ 0 & & & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

而

$$c = \left[\frac{\beta_0}{h^2}, 0, \dots, 0, \frac{\beta_1}{h^2} \right]^T \quad (22)$$

5. 仿真实验

1° 用第三节的方法求解二阶线性双曲波动方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial u}{\partial t^2}, 0 \leq x \leq X, t > 0$$

初始条件: $u(x, 0) = \cos x, 0 \leq x \leq X$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = a \sin x, 0 \leq x \leq X$$

具有周期边界条件, 参数值给定为 $a=1, X=2\pi, N=19, h=\pi/10, T=100$, 分别用 PECE 算法和经典显式方法求解, 显式方法所求的解为周期波动, 其空间周期为 2π , 时间周期约为 6.3; 用 PECE 算法时最大迭代步长为 0.5456, 而显式方法的最大步长为 0.3150, 对 PECE 算法, 迭代步数为 184, 需时 0.38s; 显式方法需 318 步, 需时 0.82s, 显然, PECE 算法的稳定域有较大提高。

2° 求解二阶非线性双曲波动方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = gZ(x) \frac{\partial u}{\partial x^2} + \frac{1}{4} q^4 u, 0 \leq x \leq X, 0 < t < T$$

具有边界条件:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(X, t) = 0, 0 < t < T$$

初始条件:

$$u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{X}, 0 \leq x \leq X$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = -\pi^2 gZ(x)^{1/2} \cos\left(\frac{\pi x}{X}\right), 0 \leq x \leq X$$

在这个问题中深度函数: $Z(x) = Z^* \left[2 + \cos \frac{2\pi x}{X} \right]$, g 为加速度, 且 $q = q(x, u)$ 是底部摩擦系数, 定义为 $q = \frac{g|u|}{c^2 Z}$, c 是 Chezy 系数, $\psi_u = \left(\frac{g^2}{4c^4 Z^2} \right) |u_u|^2 u_u$, 参数值给为: $X=100, g=9.81, Z^*=10, c=50$, 空间步长 $h=10, N=9$, 时间步长为 $k=0.01$, 仿真结果得到, 方程的解为周期波动, 空间周期为 200, 时间周期约 13.8, 最大峰值为 100, 迭代 1 万次, 需时 9.39s。

结论 文中利用有限差分离散法得到的模板构造了一个点格神经网络, 并提出了基于点格神经网络的一种交替递归新算法。仿真实验中成功地解决了具有代表性的线性和非线性二阶双曲波动方程的求解。由于所提算法是基于点格神经网络实现的, 而此种网络又易于 VLSI 的实现, 这就为神经计算机求解上述问题提供了算法基础。

参考文献

- 1 Roska T, Chua L O. The CNN universal machine: Analogic array computer. IEEE Trans CAS-I, 1993, 40 (3): 163~173
- 2 Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: Theory

(下转第 58 页)

译模块将获取的英文信息翻译为中文,是该系统的关键环节。除此之外还有通信联网、CACHE 管理以及本地磁盘管理等模块来改善系统的传输性能并对脱机浏览提供支持。

“智能中文浏览器”的基本结构划分如下图所示:

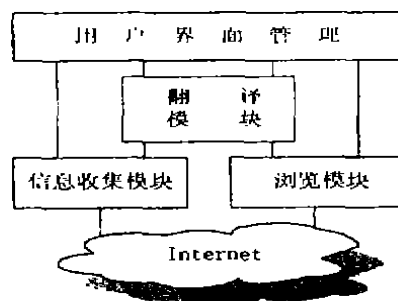


图2 结构划分

4. 发展前景

Push 技术为信息资源的获取提出了更为合理的服务模型,但其发展还不十分成熟,存在着一些问题,如“信息垃圾”问题和带宽浪费问题。因此,寻找一种新的网络通信技术来改善这种现状是 Push 技术进一步发展的首要任务。

多目广播(IP Multicast)是九十年代新推出的网络通信技术,它提供了一种优于传统 Client/Server 模型的通信方式。多目广播可以在网络上为要求大量带宽的应用提供新的途径,并将从根本上改变网络的体系结构。

多目广播以一种优化的方式进行多点到多点间的数据交换。无论有多少用户,数据的发送仅有一

次,必要时在网络上进行数据复制从而减少冗余的网络流量,因此,多目广播提高了网络接口吞吐率和网络资源利用率,为发送大量数据包提供了一种有效的方法。

多目广播与单点传送相比具有很多优点,如:1)节省了传送相同数据量所需的网络带宽;2)允许完全被动的和透明的通信,即接受者可以不知道谁是服务器,服务器也不用考虑谁是信息的接受者;3)易于扩充为大规模的用户组,如欲接收同一条信息的一千个用户。

基于多目广播的 Push 技术将原有的多个单点传送转变为多目广播,利用多目广播的优点解决了在主动服务过程中造成的大量带宽占用问题,在支持多目广播的物理网络中 Push 服务器才可充分发挥优势。因此,可靠的多目广播技术为 Push 应用带来了一个发展的新契机。目前,多目广播技术仍处于研究阶段。如何有效地发展 Push 技术,提高信息获取的效率将是一个新的挑战。

参考文献

- 1 Buchwitz L. Monitoring Competitive Intelligence Using Internet Push Technology. Competitive Intelligence Review, 1997
- 2 Push Technology hybrid application cookbooks, Intel Corporation, 1997
- 3 Andrews W. Planning for Push. Internet World, May 1997
- 4 Davey T. Push Meet Search. Information Week, 1997 4
- 5 Johnson V, Johnson M. How IP Multicast Works. IP Multicast Initiative(IPMI)

(上接第47页)

- IEEE Trans CAS, 1988, 35(10):1257~1272
- 3 Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: Application. IEEE Trans. CAS, 1988, 35(10):1273~1290
 - 4 Chua L O, Roska T. The CNN paradigm. IEEE Trans. CAS, 1993, 40(1):147~156
 - 5 Roska T, Wolf D, Kozek T, Terzjaff R, Chua L O. Solving partial differential equations by CNN. In: Proc. 11th Eur. Conf. on Circuit Theory and Design. Davos, 1993. 1477~1482
 - 6 Gobowic D, Xaghloul M E. Analog cellular network with application to partial differential equations. In: • 58 •

Proc. IEEE. Int. Symp. on Circuits and Systems, 1994 359~367

- 7 Kozek T, Roska T. A double time scale CNN for solving two-dimensional Navier-Stokes equations. International Journal of Circuit Theory and Application, 1996, 24:49~55
- 8 Henseler J, Membran P J B. A Cellular Neural Network Model Based on a Vibrating Membrane. International Journal of Circuit Theory and Application, 1992, 20:483~496