

99,26(4)

1-4

Petri网系统

活性

可达图

陆维明

Petri 网系统活性的研究*

The Study of Petri Net System Liveness

陆维明 甄强

(中国科学院数学研究所 北京 100080)

N94

TP393

Abstract The paper is the continuation of [1],[2],[3], which is on the Petri net system important behaviour, liveness. In this paper we study the goal, the results and the future in liveness research. And our conjectures are also here.

Keywords Petri Net, Liveness, Subclass, Liveness conjecture, Algorithm

随着 Petri 网在平行计算、通讯系统、计算机集成制造系统等领域的广泛应用,在以 Petri 网为实际系统建立模型之后,人们很关心模型系统各种性质与行为,其中,活性是最关心的性质之一。

我们知道 Petri 网系统是动态系统的静态描述,从它可以很容易得到系统的状态转换图,一般称 Petri 网系统的可达图^[1](系统无界时,得覆盖图^[2])。实质上,可达图是动态系统的动态描述;系统有多少种不同状态(不考虑系统无界时),可达图就有多少个结点;结点间由有向弧连结,表明从一种状态转换为另一种状态发生了什么动作(一种或若干种),且标明于有向弧上。很明显,从 Petri 网系统的可达图是可以获取系统许多性质的;系统的各种不变性、活性(但不包括结构活性)、有界性(包括安全性)、公平性等。

可惜的是,可达图的结点个数是静态描述中位置结点数 n 的 2^n 数量级,这就意味着在 Petri 网系统可达图中获取系统性质时其算法的时间复杂度是 n 的指数形式,难于付诸实用。

可喜的是,网人对于 Petri 网的一些子类找到了判定其活性的多项式算法,并且近年又有一些新的结果,前景光明。

为此,我们值得在此短文中简要回顾网人已取得的对活性研究的一些重要结果,也介绍近年的新结果,更要讨论未来的设想并提出我们的活性猜想。

1 基本概念^[4]

为了使各方面的读者均可理解这里讨论的内容,但又不使文章趋于冗长,引入最必要的概念。

(1) Petri 网系统 $\Sigma = (N, M_0)$ 是 Petri 网系统,满足: $N = (P, T; F)$ 是 Petri 网,其中 P, T, F 分别为位置、变迁与流关系; M_0 是系统初始标识。如图 1 是一个 Petri 网系统,可能是为四季(春、夏、秋、冬)变化建立的一种模型。

(2) 实施与前向可达集 R 记 $\Sigma = (N, M_0)$ 为 Petri 网系统, M 是标识:

(2.1) 若 $\exists t \in TV, p \in \bullet t, M(p) \geq 1$, 则称 T 元素 t 在 M 可实施,记为 $M[t]$;

(2.2) 若 $M[t]$ and 实施 t , 则按流关系 F 产生下一标识 M' , 记为 $M[t]M'$;

(2.3) M 的前向可达集 $R(M)$, 满足: i) $M \in R(M)$; ii) 若有标识 $M', t \in T$ 使 $M[t]M'$ 则 $M' \in R(M)$ and $R(M') \subseteq R(M)$ 。

对图 1, 其 M_0 是 $(1, 0, 0, 0)$, 这时 t_1 可实施, t_1 实施后产生下一标识 M_1 是 $(0, 1, 0, 0)$, t_2 实施后得 $M_2(0, 0, 1, 0)$, 往下 $(0, 0, 0, 1)$ 为 M_3 ; 显然有 $R(M_0) = \{M_0, M_1, M_2, M_3\}$ 且 $R(M_0) = R(M_1) = R(M_2) = R(M_3)$, 为简短, R 用了递归定义。

(3) 活的 Petri 网系统 $\Sigma = (N, M_0)$ 是活的 Petri 网系统, 满足: $\forall M \in R(M_0) \forall t \in T \exists M' \in R(M), M'[t]$ 。有时简称网系统活; T 元素是系统的功

* 国家自然科学基金资助; 中国科学院管理、决策与信息系统开放实验室(MADIS)支持。陆维明 研究员, 博士导师, 研究兴趣为 Petri 网, 软件工程, 算法设计与分析, 甄强 博士, 研究兴趣为 Petri 网, 通信系统。

能件,活的网系统意味着在任何状态下任一功能件均有发挥效用的可能性。图1的网系统是活的,它若描写四季,年一定周而复始循环无穷。

(4) 状态机(SM), 标识图(MG), 自由选择网(FC), 扩展自由选择网(EFC) 和非对称选择网(AC)

令 $N=(P, T; F)$ 是 Petri 网:

(4.1) N 是 SM, 满足: $\forall t \in T, |\cdot t| = |t \cdot| = 1$;

(4.2) N 是 MG, 满足: $\forall p \in P, |\cdot p| = |p \cdot| = 1$;

(4.3) N 是 FC, 满足: $\forall p \in P, |p \cdot| > 1 \Rightarrow \cdot(p \cdot) = \{p\}$;

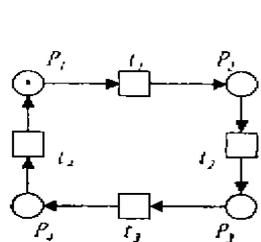


图1 一个 Petri 网系统

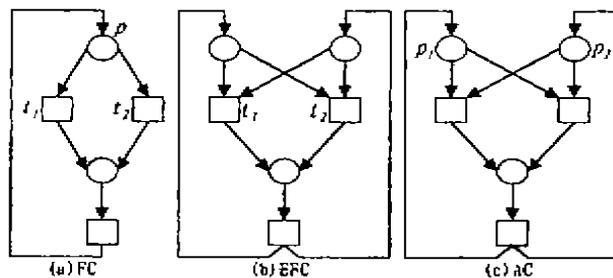


图2 网类 FC, EFC, AC 的图例

2 一些活性研究的重要结果

网人的研究与大多数工作一样从简单的,容易的做起,然后总结归纳,向高、难的问题发起攻击。

(1) 状态机系统的活性^[4] 令 $\Sigma=(N, M_0)$ 是 SM 系统,它是活的, iff 状态机 N 是强连通的 and M_0 中至少含有一个标志。

图1中的 SM 系统按此充分必要条件判定是活的;也易于理解,其活性判定算法是多项式时间复杂度的。

(2) 标识图系统的活性^[5] 令 $\Sigma=(N, M_0)$ 是 MG 系统,它是活的, iff 标识图 N 是强连通的 and N 的每个有向环中至少含有一个标志。

图1中的 MG 系统也可按此充要条件来判定其活性;判定条件在图论中已有精细研究,算法是多项式的。

(3) 自由选择网系统的活性^[6] 令 $\Sigma=(N, M_0)$ 是 FC 系统,它是活的, iff N 的每个极小死锁中均包含一个含有标志的陷阱。

文[6]引入死锁($N=(P, T; F)$ 是 Petri 网, $H \subseteq P$ 是一个死锁, 满足: $H \neq \emptyset$ and $\cdot H \subseteq H \cdot$; $H \subseteq P$ 是一个极小死锁, 满足: H 是一个死锁 and $\forall H' \subset$

(4.4) N 是 EFC, 满足: $\forall p_1, p_2 \in P, p_1 \cdot \cap p_2 \cdot \neq \emptyset \Rightarrow p_1 \cdot = p_2 \cdot$;

(4.5) N 是 AC, 满足: $\forall p_1, p_2 \in P, p_1 \cdot \cap p_2 \cdot \neq \emptyset \Rightarrow p_1 \cdot \subseteq p_2 \cdot$ or $p_2 \cdot \subseteq p_1 \cdot$ 。

对图1的网系统,将 M_0 , 即 p_1 中的标志拿掉就是网,容易验证它是 SM, 又是 MG, 当然肯定是包含于 FC, EFC, AC 的定义之中。图2中列出三个网,分别是 FC, EFC, AC。也可验证图中 EFC 不是 FC, 图中 AC 不是 EFC, 更不是 FC。这里引入的一些 Petri 网的子类,其目的是讨论具有多项式时间复杂性的活性判定算法,否则在可达图上就可获取活性信息。

H, H' 不是死锁)与陷阱($R \subseteq P$ 是一个陷阱, 满足: $R \neq \emptyset$ and $R \cdot \subseteq R$)。这两种 Petri 网中的 P 元素子集,用以证明系统的活性,很有创意。可以理解, Petri 网系统运行时,死锁这个 P 元素子集所包含的标志数不会增加,因为 $\cdot H \subseteq H \cdot$, 标志数只有减少的可能性;相反,网系统运行时,陷阱这个 P 元素子集所包含的标志数不会减少,因为 $R \cdot \subseteq R$, 标志数只有增加的可能性。

FC 系统的活性判定对于有界(\exists 正整数 $k \forall M \in R(M_0) \forall p \in P; M(p) \leq k$) 情况下有多项式算法^[7,8],而对于无界 FC 系统已证明没有多项式活性判定算法^[9],这与极小死锁的寻找有关。本文往下论及比 FC 系统来得大的网类时所谈的多项式算法都是指在有界的情形下的。

(4) 扩展自由选择网系统的活性^[6] 令 Σ 是 EFC 系统,它是活的, iff N 的每个极小死锁中均包含一个含有标志的陷阱。

图3将讨论过的网子类的大小关系表示出来,网人一直在思考比 EFC 更大的网子类中的活性判定问题,近年来,一些研究人员在语义更丰富这个方向上做工作,即把加权(Weighted)引入 MG, FC 与 EFC;另一个方向是将研究引入 AC 网系统范围。这

些工作正是下节要讨论的。

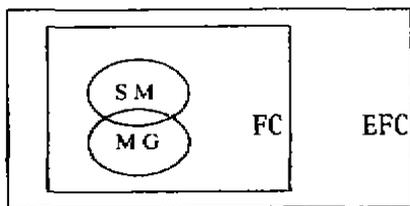


图3 四种Petri网子类的大小关系

3 近年的新成果

Petri网系统加权之后,语义丰富了,但研究起来更困难,需要有更高,更深的证明技巧。从某种意义上说,它们的证明技术比结果更重要;为了不致陷入证明细节,这里主要列出其结论。

$N_w = (P, N; F, W)$ 是加权Petri网,其中 $N = (P, N; F)$ 是Petri网, W 是 F 至不含零自然数集合的影射,称有向弧 F 上的权。显然,Petri网隐含着 $W: F \rightarrow 1$ 。

(1)加权标识图(WMG)系统活性^[3] 令 $\Sigma = (N_w, M_0)$ 是WMG系统,它是活的,iff N_w 中每个有向环 C 生成的系统 $(C, M_0|_C)$ 是活的。

找有向环与判定环的活性均是多项式算法可解决的。

(2)加权自由选择网(WFC)系统活性^[10,11] 令 $\Sigma = (N_w, M_0)$ 是WFC系统,它是活的,iff N_w 中每个极小死锁生成的系统是活的。

这个充分必要条件使我们用分而治之的方式判定WFC系统活性,复杂性会降低。

(3)加权扩展自由选择网(WEFC)系统活性^[12] 令 $\Sigma = (N_w, M_0)$ 是WEFC系统,它是活的,iff N_w 中每个极小死锁生成的系统是活的。

看来这个结果与WFC的结果一致,可惜,至今没有给出多项式判定算法,难就难在‘给出’两个字上,因为算法是具体的东西。

对SM, MG(WMG), FC(WFC), EFC(WEFC)系统的研究成果作分析之后,网人感到它们有一种共同的性质,即活性满足单调性(Petri网系统 $\Sigma_0 = (N, M_0)$,活性满足单调性的条件是若 Σ_0 活,则 $\forall M_i > M_0, \Sigma_i = (N, M_i)$ 也活)。此概念在文[13]给网人指出在更大的网类—非对称选择网—中研究活性的方向,也为我们的猜想提供了思想。

(4)非对称网系统活性的单调性研究^[13] 令 $\Sigma = (N, M_0)$ 是AC系统,它的活性满足单调性,iff 每个极小死锁一定有含标志的陷阱。

图4中为一个活性不满足单调性的非对称选择网系统,它是活的,但若在 p 中加一个标志,产生的新系统就不是活的。接上所引的定理,在这AC系统中有极小死锁 $D = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ (因为 $\cdot D \subset D \cdot$),但 D 中没有含有标志的陷阱,因此,未满足活性的单调性定理要求。

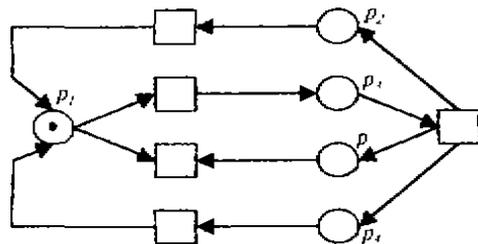


图4 对AC系统活性的单调性定理的示例

(5)非对称网系统活性的单调性的进一步研究^[13] 令 $\Sigma = (N, M_0)$ 是AC系统:

(5.1)若 N 是I型AC,即满足 $\forall p, q \in P, p \cdot \cap q \cdot \neq \emptyset$ and $p \cdot \subset q \cdot \Rightarrow \cdot p = \cdot q$,则 Σ 的活性具有单调性;

(5.2)若 N 是II型AC,即满足 $\forall p, q \in P, p \cdot \cap q \cdot \neq \emptyset$ and $p \cdot \subset q \cdot \Rightarrow \forall t_1, t_2 \in q \cdot, t_1 \cdot = t_2 \cdot$,则 Σ 的活性具有单调性。

为了寻找AC网系统中活性具有单调性的部分,对到达‘非自由选择’这个情况前的结构或发生了‘非自由选择’情况后的结构分别做了一些界定,分别获得I型与II型AC系统,它们的活性已被证明均具有单调性。

(6)活性具有单调性的非对称选择网系统的活性^[13] 令 $N = (P, T; F)$ 是I或II型AC,它是结构活的(一个Petri网 N 是结构活的,满足:存在标识 M ,使 (N, M) 活),iff N 的每个极小死锁均包含陷阱。

判定有界的I型或II型AC结构活的算法是多项式时间复杂度的。看来,网人从活性具有单调性这个概念出发,已经走出‘自由选择’的束缚,进入了非对称选择网类,图5正是这一事实的图示。

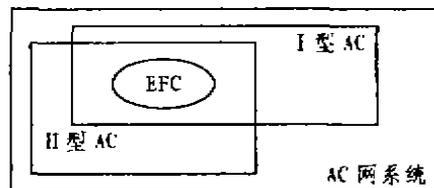


图5 从自由选择网系统走向非对称选择网系统的网类大小关系

4 讨论与猜想

现在可以归纳一下网人研究 Petri 网系统的活性到底想达到什么目标。

(1) 活性问题完全解决的目标与方案设想

(1.1) 转换或化简在可达图上可以得到的活性分析,如本文一开始所述,在可达图上判定系统活性一般情况下算法是指数复杂度的;转换或化简均是重要的研究,虽不能与 NP 完全问题并论,但对最终寻找具多项式判定算法的最大 Petri 网子类有帮助。

(1.2) 可达图上的并行计算。Petri 网本身就是为并发、并行而生的,在可达图上作并行计算以确定系统活性可以降低算法复杂度,其重要性不言而喻。

(1.3) 寻找判定某些 Petri 网子类活性的多项式时间算法。3(3)就留下了这种悬念。

(1.4) 寻找其活性判定具多项式算法的最大 Petri 网子类。这好比是在 Petri 网系统中划上一道粗重的界线;在其上网人不必费力再去寻找多项式算法;在其下网人应当提供实用的算法进一步推动应用。

(1.5) 证明方法的改进。

(1.6) 革命^[14,15]。有网人完全从 Petri 网系统可重复执行性质出发,结合研究网结构中的冲突结构($\exists p, |p \cdot| > 1$ 就称此为冲突结构,它不是初等网系统中冲突的概念)的种种情况,并已获得许多结果,可望有更好的结果问世。也有网人从控制论角度出发,考虑系统不是活的以用于需要它们的应用领域,或添加控制以使系统具有自身不具备的性质。这些对于本文主要内容而言是一种革命。

(2) 猜想

(2.1) 活性不具有单调性的 Petri 网系统其活性判定算法一定不是多项式时间复杂度的;

(2.2) 最大 Petri 网子类(其活性判定具有多项式算法)在有界 AC 网系统中,如图 6 中虚线所示。

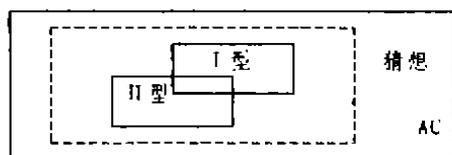


图 6 最大 Petri 网子类的猜想示意

我们找到了一个多项式算法^[16]用以对输入的 AC 网系统作分析;若输出‘是’,则系统是活的,有

界的,活性满足单调性;若输出‘否’,则系统不同时具备这三个性质。虽然这并未解决猜想(2.2),但至少接近了一步。

(2.3)对 WFC,WEFC 均可找到实用的活性判定算法。

结论 Petri 网系统的活性问题是惹人注目的重要问题;不断取得进展,仍面临挑战。这正是网人的幸运之所在。

参考文献

- 1 陆维明. Petri 网研究在中国. 计算机科学, 1992, 19(3)
- 2 陆维明, 林闯. Petri 网研究: 机遇与挑战. 计算机科学, 1994, 21(4)
- 3 陆维明. Petri 网与 DNA 计算. 计算机科学, 1998, 25(1)
- 4 Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. Proc. of IEEE, 1989, 77(4): 541~580
- 5 Commoner F, et al. Marked Directed Graphs. J. Comput. Syst. Sci., 1971, 5: 511~523
- 6 Hack M. Analysis of Production Schemata by Petri Nets: [MS Thesis]. Cambridge, Mass.: MIT, Dept. E. E., 1972
- 7 Esparza J, et al. Minimal Deadlocks in Free Choice Nets. Hildesheimer Informatik-Berichte, No. 1, Univ. Hildesheim, July 1989
- 8 Desel J, Esparza J. Free Choice Petri Nets. Cambridge University Press, 1995
- 9 Teruel E, et al. On Weighted T Systems. Lecture Notes on Computer Science (LNCS) 616. Springer, 1992, 348~366
- 10 谢贤德. 带权值自由选择网的活性研究: [硕士论文]. 中国科学院数学所, 1996
- 11 Cao C. Liveness Characterization for GFC systems (I), (II). Science in China (Series E), 1996, 39(2): 196~216
- 12 Zhen Q, Lu W. On Liveness and Safeness for Weighted Extended FC Nets. Chinese Journal of Advanced Software Research
- 13 甄强, 陆维明. 论非对称选择网的活性. 软件学报, 1998, 9(5): 354~359
- 14 吴哲辉. 私人通讯. 1998
- 15 蒋昌俊. 私人通讯. 1998
- 16 Zhen Q, Lu W. On Liveness and Safeness of Asymmetric Choice Nets. Submitted, 1998