

计算机视觉

目标识别

不变量

20

计算机科学 2000 Vol. 27 No. 12

图像识别

# 基于目标不变量的识别方法研究

On the Methods of the Object Recognition Based on the Invariant

81-85

吴刚 杨敬安<sup>\*</sup> 李道伦

合肥工业大学人工智能研究所 合肥 230009

TP391.41

**Abstract** The object recognition based on the object invariant is the most active research area in computer vision. This paper summarizes the invariant theory and a variety of the invariants by now, and compares their advantages and disadvantages. Furthermore, the paper suggests some future research directions on the invariant theory and discusses its application in the computer vision and the content based image retrieval.

**Keywords** Invariant, Pattern recognition, Computer vision, Feature extraction, Image retrieval

## 一、引言

不变量理论在 80 年代末引入计算机视觉领域, 1991 年召开了不变量在计算机视觉应用方面的国际研讨会。目前, 对这一课题的研究引起了国内外学者的极大兴趣<sup>[1,2]</sup>。视觉不变量理论的优点在于它对目标形状的描述不受目标物体的姿态、透视投影和摄像机内部参数的影响。同时它可以冗余地表示目标全局结构特征, 当发生部分遮挡时, 可以从剩余部分计算出表示全局的结构不变信息。

不变量是几何学研究的内容。把欧氏不变量作为研究内容的是欧氏几何, 如矢量的长度和夹角不变量; 把仿射不变量作为研究内容的是仿射几何, 如简比不变量; 把射影不变量作为研究内容的是射影几何, 如交比不变量。物体的成像过程较为精确的描述是仿射变换和射影变换, 因而计算出物体图像的仿射不变量或射影不变量, 可以不通过恢复物体的三维形状和位置直接识别图像中的物体。这和 Marr 的三维重建再识别物体的方法相比较无论是在要求的条件, 还是计算复杂性、可靠性和适用范围方面都优越得多。近几年来, 基于内容的图像数据查询、数字图书馆、基于内容的图像自动索引等成为很热门的研究和应用课题, 而解决这些课题的关键是图像中物体的自动识别和分类。根据物体的二维图像提取相应的特征不变量进行识别和分类是一个十分重要的研究方向。本文综述了不变量的基本理论和一些重要不变量事例, 并分析了它们的优缺点, 指出不变量理论存在的问题和未来重

要研究方向。同时论述了不变量理论在计算机视觉和基于内容的图像数据检索等领域的应用及前景。

## 二、不变量理论

### 2.1 不变量的定义

由几何学知道, 射影变换保持直线、直线与点的结合性以及直线上点列的交比不变, 仿射变换除具有以上不变性还保持了直线的平行性, 直线上点列的简比不变, 欧氏变换除具有仿射不变性外还保持两条直线的夹角不变, 任意两点的距离不变。这些不变量都是由一些几何元素的参数计算出来的量, 如由点的坐标计算出两点的距离等。

不变量的严格数学定义为: 一组几何元素由  $k$  个参数组成的向量  $p_i$  表示, 若  $T$  为某一变换,  $T \in G$ ,  $G$  为某一变换群, 这组几何元素经  $T$  变换后, 其参数组成的向量由  $p_i$  变为  $p_i'$  ( $p_i, p_i'$  均为  $k$  维向量), 如果  $I(p_i) = I(Tp_i) = I(p_i')$ , 则称函数  $I(p)$  为在变换群  $G$  下的不变量。由定义可见,  $I(p)$  为由参数计算出来的标量, 可以是实数或复数, 而且只要变换  $T$  属于同一变换群  $G$ ,  $I(p)$  与变换  $T$  的具体参数无关。

### 2.2 相同维变换空间的不变量

对于平面物体, 它在画面上的投影也为二维平面, 它们之间的关系为仿射变换或射影变换。文[3]给出了如何估计平面图形上几何不变量个数的方法。若空间平面有  $n$  个点,  $x_i = (x_i, y_i, 1)'$ , ( $i = 1, \dots, n$ ), 它在图像画面上的投影点为  $u_i = (u_i, v_i, 1)'$ , ( $i = 1, \dots, n$ )。如果变换为射影变换, 则有:  $pu_i = Mx_i$ , 由于是两维射影变

吴刚 博士生, 主要研究方向为图像分析与理解, 神经网络、人工智能等。杨敬安 博士生导师, 主要研究图像理解, 模式识别, 计算机视觉, 人工智能与知识工程, 进化计算与进化机器人等。

换,则  $M$  为  $3 \times 3$  的可逆矩阵,该矩阵方程包含描述  $x$  与  $u$  关系的  $2n$  个方程,而  $M$  矩阵包含  $3 \times 3 - 1 = 8$  个独立参数,若  $2n > 8$ ,则可在  $2n$  个方程中选取 8 个方程解出  $M$  矩阵系数,于是这些系数被表述为  $x$  与  $u$  的函数,将这些系数代入剩下的  $2n - 8$  个方程中得到与  $M$  矩阵元素无关的恒等式,记为  $f_k(u_1, v_1, \dots, u_n, v_n, x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) = 0, (k=1, \dots, 2n-8)$ ,若上式可分离为  $I_k(u_1, v_1, \dots, u_n, v_n) = I_k(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ ,则用  $u$  计算的  $I_k$  与用  $x$  计算的  $I_k$  恒等,即  $I_k, (k=1, \dots, 2n-8)$  就是所求的不变量,这说明不变量个数不超过  $2n-8$  个。显然这种估算不变量个数的方法可以推广到  $n$  维空间,若几何元素由  $k$  个独立参数描述,对  $n$  维射影变换应有  $n^2-1$  个独立参数,当  $k > n^2-1$  时应有  $k-(n^2-1)$  个不变量。

这种不变量个数的估计是不准确的,因为由变换前后参数得到的  $k$  个方程不一定完全独立,例如,当平面上 5 个点有 4 个共线时,则有一些方程不独立,实际上,这种情况只有一个不变量,即共线 4 点的交比,而且将上述的  $f_k=0$  变成  $I_k$  的形式也不一定成立,因而这种估计方法对不变量个数确定仅提供一种指导意义。对于仿射变换,这种方法同样可以估算不变量的个数,如对二维平面,几何元素由  $n$  个独立参数描述,仿射变换应有 6 个独立参数,因而不变量的个数应为  $2n-6$ 。

### 2.3 不同维变换空间的不变量

对于三维物体,它在画面上的投影图像为二维平面,因而,这是一个从三维空间到二维空间的射影变换,变换关系为  $\rho u = Mx$ ,其中  $u$  为图像平面上投影点的齐次坐标, $x$  为三维空间点的齐次坐标, $M$  为  $3 \times 4$  矩阵。若有空间点集  $s_n = \{x_i, i=1, \dots, n\}$ ,其投影点集为  $s_n = \{u_i, i=1, \dots, n\}$ ,按上节所求不变量个数的方法应有  $2n - (3 \times 4 - 1) = 2n - 11$  个不变量,但是分析表明不能从  $f_k=0$  的式子中分解出  $I_k$  的形式。文[4]中已经证明从三维空间  $n$  个点的二维图像中,在一般情况下不能计算出与射影变换无关的不变量,但文[5]中证明在一定的条件下,如空间点集为同一多面体的  $n$  个顶点,每个顶点为三个面的交点时,存在不变量。一般在什么情况下存在不变量有待进一步研究,由于大部分图像都是三维物体在平面上的投影所成,因而在理论上解决不变量的存在机制具有重要意义。

如果物体的大小较之与摄像机的距离很小,此时的射影变换可近似看作仿射变换或平面物体的射影变换,这种情况就可计算出目标的不变量。

## 三、一些变换群的不变量事例

### 欧氏变换群的不变量

• 82 •

假设物体都是一些二维平面物体,且所有物体都在同一空间平面上,图像平面与物体平面平行,摄像机与物体平面距离较远,投影近似认为是平行投影。在这些假设下,同一物体不同图像间只差一个旋转、平移和尺度变换,即同一物体的不同图像的差别是由于物体的摆设的方向不同、位置不同或摄像机的间距不同所引起的尺度不同,则可以找到一些不变量只与物体的形状有关而与它们的位置、方向、尺度无关,分别称之为旋转不变量、平移不变量和尺度不变量。

1. 矩不变量 矩不变量是欧氏变换群下的整体不变量,由 Hu<sup>[6]</sup>提出,一共给出七个矩不变量: $\Phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}, \Phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$  等,其中  $\eta_{pq} = u_{pq} / u_{00}^{(p+q+2)/2}, u_{pq} = \sum_{(x,y) \in s} (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q, \bar{x} = m_{10} / m_{00}, \bar{y} = m_{01} / m_{00}, m_{pq} = \sum_{(x,y) \in s} x^p y^q, (x,y)$  为图形  $s$  上的一点。容易证明这些不变量为旋转、平移和尺度不变量。但是这些不变量受噪音影响大,不同矩的动态范围广,文[7]对此作了改进。由于矩的计算涉及高阶矩,而且其积分范围在整个区域进行,因而计算量大,但是此积分区域的形状是由边界唯一确定的,据此,文[8]等提出了许多矩的快速算法。近年来,许多文献<sup>[9]</sup>又提出了各种正交矩以及仿射不变矩等方法识别物体。

2. 傅氏描述子不变量 文[10]提出了用傅氏变换来描述图形的外边界作为识别物体的特征不变量,它将边界点  $(x, y)$  看作为一个复数  $x + iy$ ,则边界序列形成一个函数,对其进行快速傅氏变换(FFT),将得到的系数作为目标特征来识别物体。这种方法的优点是通常使用傅氏变换的前几项就可以相当准确地鉴别不同的形状,但是,傅氏变换需实现对边界的大小、旋转和起点的规范化才能成为欧氏变换下的不变量。

上面两个不变量都是物体图形的全局不变量,还有许多文献<sup>[11]</sup>提出了大量的局部不变量,它们一般是根据目标边界的曲线特征来识别物体的,如将大于某一给定数值的边界点的曲率值作为特征不变量来识别物体。这些局部不变量对噪音敏感,受人为主观因素影响强,而且计算量也非常大,但是它可以识别由于遮挡、变形等引起的缺失部分物体的目标,而全局不变量没有这种优点。

### 射影不变量

物体成像过程较为精确的数学模型为射影变换,因而研究物体的各种射影不变量对目标识别具有较大的应用价值。这里讨论的不变量是平面物体在画面上的射影不变量,即是从空间二维平面到空间二维平面的射影变换下的不变量。

3. 交比不变量 给定 4 个共线点, A, B, C, D, 则

交比  $\frac{AB}{BC} \div \frac{AD}{BD}$  是射影不变量, 记为  $Cr(AB, CD)$ , 其中  $AB$  表示从点  $A$  到点  $B$  的线性距离, 交比  $Cr(AB, CD)$  与四个点  $A, B, C, D$  的排列顺序有关, 显然这四个点共有 24 种排列方法, 但是其交比值只有 6 种不同。

4. 线束或点集的射影不变量 相交于一点的 4 条共面线束和 4 个共线点对偶, 因此, 其点的 4 条共面线束也有交比不变量, 而对于 5 条共面线存在两个射影不变量<sup>[12]</sup>:

$$I_1 = (I_{431}I_{521}) / (I_{421}I_{531}) \quad \text{和}$$

$$I_2 = (I_{421}I_{532}) / (I_{431}I_{521})$$

其中  $I_{abcd}$  是矩阵  $\begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix}$  的行列式, 而  $l$  是直线的齐次方程的线坐标  $\{a, b, c\}$ 。由于线点的对偶性, 也可以计算出共面 5 点的射影不变量, 这要求其中任意三点不共线, 此时的  $l$  为点的齐次坐标, 这种不变量在计算机视觉中有重要应用<sup>[13]</sup>。

5. 共面二次曲线的射影不变量 一个平面二次曲线可写成  $X'CX=0$ , 其中  $X=(x, y, 1)$ ,  $C$  为对称矩阵。假设有两条非退化二次曲线  $X'A_1X=0$  和  $X'B_1X=0$ , 经过射影变换  $\rho U=MX$  后为:

$$Y'(M^{-1})'A_1M^{-1}Y=0 \quad \text{和} \quad Y'(M^{-1})'B_1M^{-1}Y=0$$

由于射影变换保持二次曲线仍是二次曲线, 因而可假设这两条二次曲线变换为  $X'A_2X=0$  和  $X'B_2X=0$ , 则有:

$$(M^{-1})'A_1M^{-1}=k_1A_2, \quad (M^{-1})'B_1M^{-1}=k_2B_2$$

其中  $k_1, k_2$  为常数。易得:  $MA_1^{-1}B_1M^{-1}=kA_2^{-1}B_2$ , 其中  $k$  为常数, 因而  $A_1^{-1}B_1$  和  $A_2^{-1}B_2$  为相似矩阵。记矩阵  $X$  的三个特征值分别为  $\lambda_1(x), \lambda_2(x), \lambda_3(x)$ , 则得到两个不变量:

$$I_1 = \frac{\lambda_1(A_1^{-1}B_1)}{\lambda_2(A_1^{-1}B_1)} = \frac{\lambda_1(A_2^{-1}B_2)}{\lambda_2(A_2^{-1}B_2)} \quad \text{和}$$

$$I_2 = \frac{\lambda_1(A_1^{-1}B_1)}{\lambda_3(A_1^{-1}B_1)} = \frac{\lambda_1(A_2^{-1}B_2)}{\lambda_3(A_2^{-1}B_2)}$$

二次曲线不变量用来描述物体的特征得到了大量的应用。如汽车侧面的两个轮子可以近似看作同一个平面上的两条二次曲线, 据此计算得到的不变量可以用来识别此类型的汽车。

6. 齐次多项式不变量 对于  $n$  元齐次多项式, 设向量  $X$  为  $(x_0, \dots, x_{n-1})$ , 对多项式  $p(X)$  进行线性变换  $T$  有  $P(X)=p(TX)$ ,  $P(X)$  的一个单项式的系数由  $p(TX)$  对应的单项式系数确定。如果  $p(X), P(X)$  的系数分别为向量  $\rho$  和  $P$ , 则有不变量  $I, I(P)=I(\rho)|T|^{-n}$ , 其中  $T$  是变换矩阵,  $|T|$  是矩阵  $T$  的行列式,  $w$  为一实数。

7. 投影度量不变量 如果在平面上有一个二次曲线,  $X'CX=0$ , 和平面内不在该曲线上的两点  $X_1, X_2$ , 则是一个如下的投影不变量<sup>[14]</sup>:

$$\frac{(X_1'CX_2)^2}{(X_1'CX_1)(X_2'CX_2)}$$

8. 置换不变量 对于一个函数有  $n$  个自变量, 例如一对二次曲线的一个投影不变量函数  $I(C_1, C_2)$ , 其中  $C_1, C_2$  分别为二次曲线向量表示的对应矩阵, 给出两个二次曲线的方程及其不变量, 但是很难判断  $C_1, C_2$  所对应的二次曲线, 为了解决这个问题, 可以构造这种不变量的对称函数, 如:  $S_1(C_1, C_2)=I(C_1, C_2)+I(C_2, C_1)$  和  $S_2(C_1, C_2)=I(C_1, C_2)I(C_2, C_1)$ , 容易得出这种不变量不受  $C_1, C_2$  顺序的影响。

9. 射影微分不变量 射影微分不变量是曲线上关于单点导数和位置的一个非常复杂的函数。它是一个局部不变量, 通过研究曲线射影变换前后曲线的曲率、挠率等局部特征的函数关系获得<sup>[15]</sup>, 但是由于这种不变量受噪音影响大, 计算复杂, 实际应用并不常见。

10. 隐含多项式的系数不变量 自 90 年代以来, 隐含多项式曲线曲面作为描述物体的几何模型越来越受到重视。Brown 大学人机系统工程实验室研究人员对隐含多项式作了深入的研究, 先后得出一批有重要意义的应用成果。理论与实践都表明隐含多项式对物体的描述具有许多优越性, 这主要因为: (1) 可用少量隐含多项式的系数来描述不规则的复杂物体; (2) 对描述物体的数据集用隐含多项式曲线曲面拟合效率高, 用来识别目标速度快; (3) 隐含多项式描述物体, 其系数对噪音不敏感; (4) 隐含多项式能够填充由于物体的遮挡所丢失的部分。

隐含多项式的形式为:

$$p_n(x, y) = \sum_{i, j, k, l, m, n} a_{ijklm} x^i y^j$$

当描述三维几何图形时, 多一个自变量  $z$ 。该隐含多项式的零集合, 即  $\{(x, y) | p_n(x, y) = 0\}$  可以表达一个二维图形的形状。Taubin 在文[16]中首次给出了隐含多项式拟合物体的具体算法并计算出其系数不变量, Keren<sup>[17]</sup>等从理论上得出了封闭隐含多项式曲线曲面所应满足的条件, 又在文[18]中给出了欧氏变换下隐含多项式系数不变量的计算方法, 实践表明该方法是很有用的。文[19]给出了仿射变换下的隐含多项式系数不变量的计算方法, 但是这些不变量的计算涉及隐含多项式系数的非线性函数, 求解十分不方便。为此, Wolovich 在文[20]提出用相关点 (related point) 来计算不变量。根据仿射变换保持平行线段和面积比的不变性, 可以将隐含多项式极值点的函数值之比作为不变量, 例如对二维图形, 设其隐含多项式的描述为  $p_n(x, y) = 0, (x, y) \in \Omega, \Omega$  表示图形所在的区域,  $n$  表示该隐含多项式的次数。将  $p_n(x, y)$  的首项分解成多

个二次因子的乘积： $\prod_{i=1}^n C_i(x, y)$ ，计算每个二次因子函数  $C_i(x, y)$  的极值点，记为  $(x_i, y_i)$ ，则  $p_i(x, y) = p_i(x_i, y_i)$ ， $(i \neq j)$ ， $(i, j = 0, \dots, n)$  是仿射不变量。该方法计算量小，算法简单，实验表明精度很高。关于隐含多项式的射影不变量还有待研究。

对于不同物体可采用上述相应的不变量来识别。一般地，局部不变量方法简单，对由于遮挡等造成的物体缺失仍有识别能力，缺点是对噪音敏感，尤其是基于点计算的不变量，由于物体的成像，边缘点提取等都会产生误差，据此计算的不变量有时非常不准确，影响物体的识别。利用二次曲线不变量来识别物体已得到广泛应用，而高次隐含多项式由于比二次曲线有更强的描述复杂物体的能力，近年来受到极大的关注，它们的优点在于只要用很少的系数就可以较精确地描述物体，而且抗噪性强，并能识别缺失部分物体的目标，计算量也较小，算法简单。

#### 四、基于不变量理论的目标识别

##### 4.1 特征不变量的提取

不变量理论在计算机视觉的目标识别中得到广泛应用，所谓识别意味着将要识别的目标是事先已知的，或已知它的特性、形象、结构。这种基于模板的识别问题包含建立模板库和识别两个过程。假如目标是平面物体，利用不变量识别物体实际上就是一种基于模板的识别方法。图 1 显示了基于图像轮廓建立图像不变量模板数据库的流程。对于三维物体的不变量模板数据库的建立，文[21]提出了基于目标模态 (aspect) 的不变量数据库建立方法。其思想是以一定间隔的角度获取目标各个姿态下的不变量，将它们作为同一物体索引进数据库。显然这种方法对同一三维物体要生成许多不变量，待识别的目标要与模板数据库中的不同物体和同一物体不同模态的不变量进行匹配，计算量是很大的。如何用较少的模态较好地表达物体在各种视角下的形状需要作进一步研究。

自 90 年代以来，随着多媒体技术的成熟，声音、图像的大量涌现，如何有效地管理这些数据已变得越来越迫切。人们提出了基于内容的图像数据检索技术来满足这一要求，而这一方法的关键是如何有效地提取图像的特征，不变量作为图像特征有许多优越性，它在这一领域的应用是十分诱人的。图 2 给出了使用不变量作为图像特征建立不变量数据库进行目标索引的一般过程。文[22]给出了不变量在图像检索中的应用事例。

##### 4.2 基于不变量的匹配识别方法

获取目标图像的不变量 (可能有多个不变量) 后，

需要和模板库中的已知图像的不变量匹配识别。一般常用的匹配度量是欧氏距离。设获取的目标不变量向量是  $a = (a_1, \dots, a_n)$ ，模板库不变量向量是  $b = (b_1, \dots, b_m)$ ， $(i = 1, \dots, m)$ ，其中  $m$  表示模板库中物体的数目。

计算  $D(a, b_i) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}$ ， $(i = 1, \dots, m)$ ，选取  $D(a, b_i)$ ， $(i = 1, \dots, m)$  的最小值，即可得到目标所对应的模板库物体。但是文[23]指出欧氏距离有时不很有效，提出用马氏距离作为匹配度量识别目标。本文分别对三种飞机及其旋转变换后的轮廓用隐含多项式拟合，计算其对应的系数不变量 (7 个不变量)，然后分别用欧氏距离和马氏距离计算匹配度，如表 1(a)、(b) 所示，由表可见马氏距离能更好地识别出目标。我们用神经网络识别，其输入层为 7，输出层为 2，隐含层为 5，对三种飞机不变量进行训练，然后将旋转变换后的飞机不变量输入，发现全部正确识别。由于神经网络的容错性好，在不变量识别中，是一个更为有效的方法。

表 1(a) 欧氏距离

	飞机 A (旋转变换)	飞机 B (旋转变换)	飞机 C (旋转变换)
飞机 A	1.01	2.04	2.55
飞机 B	1.85	1.00	1.25
飞机 C	5.05	2.44	1.04

表 1(b) 马氏距离

	飞机 A (旋转变换)	飞机 B (旋转变换)	飞机 C (旋转变换)
飞机 A	0.30	10.45	12.78
飞机 B	13.34	0.56	11.87
飞机 C	10.61	15.04	0.40

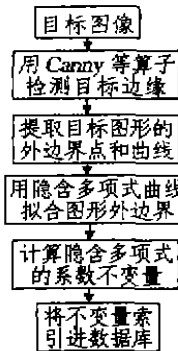


图 1 基于图像轮廓的不变量库的建立

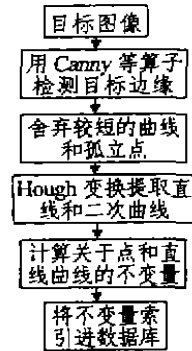


图 2 图像特征不变量库的建立

**结论** 不变量理论近年来在目标识别与定位、基于内容的图像数据检索等获得较为成功的应用，这主

要因为不变量与目标物体的姿态、方位以及摄像机与物体的相对位置无关。它避免目标三维重建再进行识别,这尤其在条件不足而无法复原二维物体形状时显得更为重要,但是目前不变量理论的应用仍存在某些问题。(1)大多数变换都是同维平面空间的射影变换,基于这种假设获得的不变量和实际情况并不完全吻合,如何求得三维物体在平面投影间的不变量是一个有待研究的课题。(2)使用不变量识别三维物体,必须计算物体在各种视角下的不变量,如何用尽可能少的目标模态的投影不变量较为充分地表达物体,以及如何引进启发式搜索方法减少匹配搜索范围需要进一步研究。(3)用隐含多项式描述物体轮廓用来识别目标证明是十分有效的,但是目前还没有一个有效的方法能较为精确的拟合出隐含多项式的解析式,而且如何根据多项式系数计算出射影不变量仍需要进一步探讨。

### 参考文献

- 1 Forsyth D, Mundy L, et al Invariant Descriptors for 3D Object Recognition and Pose. IEEE Trans. PAMI, 1991, 13(10): 971~991
- 2 Wood J. Invariant Pattern Recognition. A Review. Pattern Recognition, 1996, 29(4): 641~662
- 3 Mundy J L, Zisserman A Geometric Invariants in Computer Vision. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, USA, 1992
- 4 Burns J B, Weiss R S, Riseman E M The Non-Existence of General-Case View-Invariant Geometrical Invariance in Computer Vision. MIT Press, 1992
- 5 Rothwell C A, et al Extracting Projective Structure from Single Perspective View of 3D Point Set. In: Proc. 4th Int. Conf. of Computer Vision, Germany, 1993. 573~582
- 6 Hu M K. Visual Pattern Recognition by Moment Invariants. IRE Trans on Information Theory, 1962, 8(8): 179~187
- 7 Khotanzad A, Hong Y H. Rotation and Scale Invariant Features for Texture Classification. In: Proc. of Robotics and Automation, Santa Barbara, USA, 1987. 16~17
- 8 Li B C, Shen J. Surface Fitting, Local Moment and Their Fast Implementation. Pattern Recognition, 1994, 35(6): 1107~1116
- 9 Flusser J. Pattern Recognition by Affine Moment Invariants. Pattern Recognition, 1993, 26: 167~174
- 10 Zahn C T, Roskies R Z Fourier Descriptors for Planar Closed Curves. IEEE Trans. Computer, 1972, 21(3): 269~281
- 11 George N B, George M P Object Recognition Using Invariant Object Boundary Representations and Neural Network Models. Pattern Recognition, 1993, 25(1): 25~44
- 12 Forsyth D A, et al Application of Invariant Theory in Computer Vision. In: Proc. Int. Workshop Integrating Symbolic Numerical Computer, Saratoga Springs, 1990
- 13 Barrett E R, et al General Methods for Determining Projective Invariants in Imagery. CVGIP, 1991(1): 29~35
- 14 Springer C E. Geometry and Analysis of Projective Spaces. San Francisco, 1964
- 15 Weiss I Projective Invariants of Shapes. In: Proc. DARPA IJ Workshop, 1989. 1125~1134
- 16 Taubin G. Estimation of planar curves, surfaces and non-planar space curves defined by implicit equations, with applications to edge and range image segmentation. IEEE Trans. PAMI, 1991, 13: 1115~1138
- 17 Keren D, Cooper D. Describing Complicated Objects by Implicit Polynomials. IEEE Trans. PAMI, 1994, 16(1): 38~53
- 18 Keren D. Using Symbolic Computation to Find Algebraic Invariants. IEEE Trans. PAMI, 1994, 16(11): 1143~1149
- 19 Lei Z, et al. Computationally Fast Bayesian Recognition of Complex Objects Based on Mutual Algebraic Invariants. In: Proc. ICIP, 1995, 10: 635~638
- 20 Wolovich W A. the Determination of Implicit Polynomial Canonical Curves. IEEE Trans., 1998, 20(10): 1080~1090
- 21 Chen J L, Stockman G C. 3D Free Form Object Recognition Using Indexing by Contour Features. Computer Vision and Image Understanding, 1998, 71(3): 334~355
- 22 Lei Z, Tasdizen T, Cooper D B. PIMs and Invariant Parts for Shape Recognition. In: Proc. of Int. Conf. on Computer Vision, Bombay, India 1998
- 23 Subrahmonia J, Cooper D B, Keren D. Practical Reliable Bayesian Recognition of 2D and 3D Object Using Implicit Polynomials and Algebraic Invariants. IEEE Trans. PAMI, 1995, 16(5): 505~519