描述逻辑$\mathcal{FL}_0$概念及术语公理集的表达能力刻画

申宇铭[1] 文习明[2] 王 驹[3,4]

(广东外语外贸大学思科信息学院 广州 510420)[1] (广东省委党校信息技术教研部 广州 510053)[2]

(广西师范大学计算机科学与信息工程学院 桂林 541004)[3]

(高可信软件技术教育部重点实验室 北京 100871)[4]

摘 要 表达能力和推理复杂性是一个逻辑的两个重要特征,也是一对相互制约的关系。解释之间的互模拟关系是从语义的角度刻画逻辑表达能力的一个有效途径,其代表性的结果是命题模态逻辑表达能力的刻画定理-van Benthem 刻画定理。文中给出了描述逻辑$\mathcal{FL}_0$(含构造子:原子概念、顶概念、概念交、全称量词约束)的模拟关系,建立了$\mathcal{FL}_0$中概念和术语公理集的表达能力刻画定理,即一阶逻辑公式与$\mathcal{FL}_0$概念和术语公理集等价的充分必要条件。上述结果为寻求表达能力与推理复杂性之间的最佳平衡提供了有效的支持。

关键词 描述逻辑,概念描述,术语公理集,表达能力

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.12.045

Characterizing Expressive Power for Concept Descriptions and Terminological Axioms Boxes in Description Logic $\mathcal{FL}_0$

SHEN Yu-ming[1] WEN Xi-ming[2] WANG Ju[3,4]

(Cisco School of Information, Guangdong University of Foreign Studies, Guangzhou 510420, China)[1]

(Department of Information Technologies, Guangdong Institute of Public Administration, Guangzhou 510053, China)[2]

(School of Computer Science and Information Engineering, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)[3]

(Key Laboratory of High Confidence Software Technologies(Peking University), Ministry of Education, Beijing 100871, China)[4]

Abstract The two most important properties of a logic are its expressive power and the complexity of the reasoning problems, which are also an opposing relation in the logic. Bisimulations between interpretations are the effective way to characterize the expressive power, and a classical result is the van Benthem characterizing theorem, which gives an exact condition that a first-order formula with one free variable is equivalent to a modal logic formula. In this paper, a simulation for $\mathcal{FL}_0$(including atomic concept, top concept, conjunction concept and universal quantification) was given. Based on the simulation, the characterizing theorems of expressive power for concept descriptions and TBoxes are sufficient and necessary conditions that a first-order formula is equivalent to a concept description or a TBox is set up. The above results provide effective supports for the tradeoff between the expressive power and the complexity of reasoning problems.

Keywords Description logic, Concept description, Tterminological axioms box, eExpressive power

1 引言

描述逻辑(description logics)是一簇知识表示的语言,其以结构化、形式化的方法来表示特定应用领域的知识。作为一类用于知识表示的形式化工具,描述逻辑在信息系统、软件工程以及自然语言处理等领域得到了广泛的应用[1]。特别是在第三代 Web—语义网(semantic Web)中,描述逻辑更是扮演着关键角色,并成为 W3C 推荐 Web 本体语言 OWL 的逻辑基础[2]。

表达能力(expressive power)和推理复杂性(complexity of reasoning)是一个逻辑的两个重要特征,也是一对相互制约的关系。一般而言,表达能力越强,其推理的复杂性越高;反之,表达能力越弱,其推理的复杂性也就越低[1]。目前,对描述逻辑的推理复杂性的研究已经取得了较丰硕的成果,比如文献[3-8]对其表达能力的研究还不够充分。在构建基于描述逻辑的本体库时,不仅要关注问题的推理复杂性,而且也要关心其相应的表达能力,并期望实现以下两点:(1)在相同的推理复杂性下,获得较高的表达能力;(2)在相同的表达能力下,寻求较低的推理复杂性。因此,无论从理论还是实际应用上看,研究表达能力都是相当有意义的。

到稿日期:2013-06-25 返修日期:2013-08-16 本文受国家自然科学基金(61103169),高可信软件技术教育部重点实验室开放课题(HCST201302)资助。

申宇铭(1976—),男,博士,副教授,主要研究领域为模态逻辑和描述逻辑;**文习明**(1979—),男,博士生,讲师,主要研究领域为描述逻辑;**王 驹**(1950—),男,博士,研究员,主要研究领域为人工智能。

一个逻辑的表达能力可以从以下的 3 个角度来分析[9]：(1)给定一个逻辑，什么样的符号串是该逻辑的公式(well-formed formulas)；(2)一个逻辑公式的语义解释；(3)构建一个逻辑(源逻辑)到另一个逻辑(目标逻辑)的翻译，然后比较它们的相对表达能力。即，确定在什么条件下，目标逻辑的公式与源逻辑的公式在语义上是等价的。第(1)种角度分析表达能力的方法是完全语法的，而第(2)种和第(3)种角度则是从语义上分析表达能力的方法。角度(2)和(3)的差别在于，角度(3)需要参考目标逻辑的表达能力。文中侧重从第(3)种角度来分析一个逻辑的表达能力。解释之间的互模拟(bisimulations)关系是从语义的角度刻画逻辑表达能力的一个有效途径，其代表性的结果是命题模态逻辑(modal logic)表达能力的刻画定理—van Benthem 刻画定理[10,11]：假定一阶逻辑的语言仅含一个二元关系符号和一元谓词符号，那么一阶公式 $a(x)$ 等价于某个命题模态逻辑公式在标准关系翻译(standard relational translation)下的公式，当且仅当该公式的可满足性在互模拟关系下被保持。上述结果精确地刻画了一阶逻辑的公式与命题模态逻辑的公式等价的充分必要条件。

Baader[12]较早就研究了描述逻辑表达能力，形式化的给出了描述逻辑术语公理集表达能力的定义，其工作主要侧重分析描述逻辑不同术语公理集之间表达能力的差异，而对描述逻辑的概念和术语公理集，则没有建立相应的表达能力刻画定理。Borgida[13]分析了不同描述逻辑与哪些一阶逻辑的子部分表达能力等价的问题，其工作主要侧重于分析不同描述逻辑概念与一阶逻辑子部分的公式在语法层次上的相互等价转换问题，而对描述逻辑的概念和术语公理集却没有给出相应的表达能力刻画定理。Kurtonina 等[14]以描述逻辑 $\mathcal{FL}^-$ 为出发点，给出了 $\mathcal{FL}$ 族的含不同构造子的描述逻辑的模拟关系，建立 $\mathcal{FL}$ 族的概念表达能力的刻画定理，以及 $\mathcal{FL}$ 族表达能力划分结果，但是没有给出 $\mathcal{FL}$ 族术语公理集及 $\mathcal{FL}_0$ 概念表达能力的刻画定理。Lutz 等[15]给出了包含较多构造子的描述逻辑 $\mathcal{ALCQIO}$ 和两个包含较少构造子的描述逻辑 $\varepsilon\mathcal{L}$，以及 DL-Litehorn 的概念和术语公理集的表达能力刻画定理。申宇铭等[16]给出了 $\varepsilon\mathcal{L}u$ 概念及术语公理集的表达能力刻画定理。

本文针对 Kurtonina 等[14]工作中没有给出的术语公理集的表达能力和 $\mathcal{FL}_0$ 概念表达能力，以及 Lutz 等[15]没有研究 $\mathcal{FL}_0$ 的表达能力这两个方面的不足，研究了仅含交和全称量词两个构造子的描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 的表达能力问题，给出了 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系，建立了其概念和术语公理集的表达能力的刻画定理。该文主要有以下两点贡献：

- 给出了描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系，建立了一阶逻辑的开公式与 $\mathcal{FL}_0$ 概念等价的充分必要条件(定理 2)；
- 将 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系提升为全局模拟关系，建立了一阶逻辑的闭公式与 $\mathcal{FL}_0$ 术语公理集等价的充分必要条件(定理 3)。

第 2 节是预备知识，主要包括以下内容：描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 的语法和语义介绍；描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 概念及术语公理集到一阶逻辑的翻译；描述逻辑解释之间的互模拟关系以及表达能力与互模拟之间的联系；第 3 节给出 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系，建立了 $\mathcal{FL}_0$ 概念的表达能力刻画定理，即给出了一阶逻辑开公式与 $\mathcal{FL}_0$ 的概念等价的充分必要条件；第 4 节将 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系提升为全局模拟关系，建立了 $\mathcal{FL}_0$ 术语公理集的表达能力刻画定理。即给出了一阶逻辑闭公式与术语公理集等价的充分必要条件；第 5 节是总结及工作展望。

2 预备知识

本节是预备知识，由 3 小节组成。第 1 小节主要介绍描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 的语法和语义；第 2 小节给出描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 到一阶逻辑的翻译；第 3 小节给出描述逻辑解释之间的互模拟关系及表达能力与互模拟两者之间的联系。

2.1 描述逻辑

描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 的基本符号包括：(1)由概念名组成的可数集合 N_C；(2)由角色名组成的可数集合 N_R；(3)由个体名组成的可数集合 N_1。从这些基本符号出发可以构造出 $\mathcal{FL}_0$ 的概念。

定义 1 $\mathcal{FL}_0$ 中的概念由如下产生式生成：

$C::=\top|A|C\sqcap D|\forall r.C$

其中，$A\in N_C$，$r\in N_R$，C,D 表示 $\mathcal{FL}_0$ 的两个概念。

$\mathcal{FL}_0$ 的一个 TBox$\mathcal{T}$是有穷条形如 $C\sqsubseteq D$ 的概念包含式的集合，其中，C,D 分别是 $\mathcal{FL}_0$ 的任意两个概念。$C\equiv D$ 可以表示为相应的两个概念包含式 $C\sqsubseteq D$，$D\sqsubseteq C$。下面给出描述逻辑语义定义。

定义 2 描述逻辑的一个解释 I 是一个二元组$(\Delta^I,\cdot^I)$，其中非空集合 Δ^I 表示论域，$\cdot^I$ 是一个解释函数，使得

- 对任意的概念名 A，$A^I\subseteq\Delta^I$；
- 对任意的角色名 r，$r^I\subseteq\Delta^I\times\Delta^I$；
- 对任意个体名 a，$a^I\in\Delta^I$。

依据概念名和角色名的解释，我们可以递归地给出一个 $\mathcal{FL}_0$ 的概念 C 的解释。

定义 3 任意给定一个 $\mathcal{FL}_0$ 的概念 C，概念 C 的解释递归定义如下：

$\top^I=\Delta^I$；

$(C\sqcap D)^I=C^I\cap D^I$

$(\forall r.C)^I=\{x\in\Delta^I \mid$ 存在 $y\in\Delta^I$ 满足 $(x,y)\in r^I$ 并且 $y\in C^I\}$。

一个解释 I 满足一个概念包含式 $C\sqsubseteq D$，如果 $C^I\subseteq D^I$，记作，$I\models C\sqsubseteq D$。一个解释 I 是一个 TBox $\mathcal{T}$ 的模型，如果对任意的 $C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}$，都有：$I\models C\sqsubseteq D$，记作 $I\models\mathcal{T}$。

2.2 $\mathcal{FL}_0$到一阶逻辑的翻译

正如引言中提到的，一个逻辑的表达能力可以有多种不同的角度刻画，文中考虑的是描述逻辑的相对表达能力，即构建描述逻辑到一阶逻辑的翻译，利用解释之间的互模拟关系，建立一阶逻辑公式与概念和术语公理集等价的充分必要条件，从而给出描述逻辑表达能力的刻画。

描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 到一阶逻辑的翻译是将原子概念名对应到一阶逻辑的一元谓词符号，原子角色名对应到二元谓词符号，将每一个概念描述翻译为一阶逻辑的开公式。描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 到一阶逻辑的翻译 σ 形式定义如下：

$\top^{\sigma_x}=(x=x)\quad \top^{\sigma_y}=(y=y)$

$A^{\sigma_x}=A(x)\quad A^{\sigma_y}=A(y)$

$(C\sqcap D)^{\sigma_x}=C^{\sigma_x}\wedge D^{\sigma_x}\quad (C\sqcap D)^{\sigma_y}=C^{\sigma_y}\wedge D^{\sigma_y}$

$(\forall r.C)^{\sigma_x}=\forall y(r(x,y)\rightarrow C^{\sigma_y}))$

$(\forall r.C)^{\sigma_y}=\forall x(r(y,x)\rightarrow C^{\sigma_x}))$

由 $\mathcal{FL}_0$ 概念的翻译，可以得到 $\mathcal{FL}_0$ 的 TBox $\mathcal{T}$ 的翻译。即，

$$\mathcal{T}^{\sigma}=\bigwedge_{C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}}\forall x(C^{\sigma_x}\to D^{\sigma_x})$$

在语义翻译方面，描述逻辑的解释可以直接对应为一阶逻辑的解释。因此，在文中将不对描述逻辑的解释和一阶逻辑的解释作特别的区分。由上述翻译可以看出，描述逻辑的一个概念翻译为一阶逻辑的一个开公式，而术语公理集翻译为一阶逻辑的一个闭公式。由此，描述逻辑的表达能力刻画分为 2 个层次，概念表达能力和术语公理集的表达能力。

一阶逻辑的开公式 $a(x)$ 在一个解释 I 下可满足，记作 $I\models a(x)[x/d]$，这里符号 $[x/d]$ 表示将论域中的元素 d 指派给自由变元 x。上述翻译 σ 是保持公式和 TBox $\mathcal{T}$ 的可满足性。

命题 1 对 $\mathcal{FL}_0$ 任意的概念 C 和解释 I，$d\in C^I$，当且仅当 $I\models C^{\sigma_x}[x/d]$

命题 2 对 $\mathcal{FL}_0$ 任意的 TBox $\mathcal{T}$ 和解释 I，$I\models\mathcal{T}$，当且仅当 $I\models\bigwedge_{C\sqsubseteq D\in\mathcal{T}}\forall x(C^{\sigma_x}\to D^{\sigma_x})$。

注：并不是所有的描述逻辑都能翻译到一阶逻辑的子部分。例如，带传递闭包构造子的描述逻辑，就需要在一阶逻辑的语言中增加无穷并加以表达。

2.3 互模拟关系

互模拟是论域上的一类具有特殊性质的二元关系，其对刻画系统之间的并发和通讯具有重要的作用。下面分别给出描述逻辑解释之间互模拟的定义[14]，以及表达能力与互模拟关系之间的联系。

定义 4[14] 任意给定两个描述逻辑的解释 $I_1=(\Delta^{I_1},\cdot^{I_1})$，一个 $\Delta^{I_1}\times\Delta^{I_2}$ 上的二元关系 Z 称为 I_1 到 I_2 的一个互模拟（记作 $Z:I_1\rightleftharpoons I_2$），如果下面 3 个条件成立：

(1)对任意的 $d_1\in\Delta^{I_1},d_2\in\Delta^{I_2}$，如果 d_1Zd_2，那么对任意的概念名 A，都有：$d_1\in A^{I_1}$，当且仅当 $d_2\in A^{I_2}$；

(2)对任意的角色名 r，如果 $d_1Zd_2,(d_1,e_1)\in r^{I_1}$，那么存在 $e_2\in\Delta^{I_2}$，使得 $(d_2,e_2)\in r^{I_2}$ 并且 e_1Ze_2；

(3)对任意的角色名 r，如果 $d_1Zd_2,(d_2,e_2)\in r^{I_2}$，那么存在 $e_1\in\Delta^{I_1}$，使得 $(d_1,e_1)\in r^{I_1}$ 并且 e_1Ze_2。

定义 5 令 $a(x)$ 是一阶逻辑的一个公式。称 $a(x)$ 在互模拟关系下是被保持的，如果对任意的解释 I_1,I_2，任意的 $d_1\in\Delta^{I_1},d_2\in\Delta^{I_2}$，以及 I_1 到 I_2 所有的互模拟关系 Z，若 d_1Zd_2，就有如果 $I_1\models a(x)[x/d_1]$，那么 $I_2\models a(x)[x/d_2]$。

描述逻辑 $\mathcal{ALC}$ 中概念的表达能力有如下类似 van Benthem 刻画定理的结论。

定理 1[14] 令 $a(x)$ 是一阶逻辑的一个公式。$a(x)$ 等价于描述逻辑 $\mathcal{ALC}$ 的某个概念 C，当且仅当该公式在互模拟关系下是被保持的。

定理 1 精确地刻画了一阶逻辑的公式与 $\mathcal{ALC}$ 中的概念 C 等价的充分必要条件。

3 $\mathcal{FL}_0$ 中概念的表达能力刻画

作为 $\mathcal{FL}_0$ 中 TBox 的表达能力刻画基础，先讨论 $\mathcal{FL}_0$ 中概念的表达能力。首先给出 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系，然后给出 $\mathcal{FL}_0$ 的表达能力刻画定理及相应的推论。

定义 6 令 $I_1=(\Delta^{I_1},\cdot^{I_1})$，$I_2=(\Delta^{I_2},\cdot^{I_2})$ 分别是描述逻辑的两个解释。一个 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟 Z 是 $\Delta^{I_1}\times\Delta^{I_2}$ 上的一个非空二元关系，并且满足如下条件：

(1)如果 d_1Zd_2，那么对任意的原子概念名 A，如果 $d_1\in A^{I_1}$，那么 $d_2\in A^{I_2}$；

(2)对任意的角色名 r，如果 $d_1Zd_2,(d_2,e_2)\in r^{I_2}$，那么存在 $e_1\in\Delta^{I_1}$ 使得 $(d_1,e_1)\in r^{I_1}$，并且 e_1Ze_2。

对比 $\mathcal{ALC}$ 的互模拟关系，$\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系有如下 3 个特点：

• 由于 $\mathcal{FL}_0$ 缺少概念否定构造子，因此 $\mathcal{FL}_0$ 模拟关系中的条件(1)只取一个方向的结果成立；

• $\mathcal{FL}_0$ 模拟关系的条件(2)对应全称量词构造子；

• 由于 $\mathcal{FL}_0$ 缺少完全存在构造子，因此互模拟关系中的条件(2)在此不成立。

Z 是连接 d_1 和 d_2 的 $\mathcal{FL}_0$ 模拟，记作 $Z:(I_1,d_1)\to_{\mathcal{FL}_0}(I_2,d_2)$。一阶逻辑的一个开公式 $a(x)$ 在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟下是被保持的，当且仅当对任意的解释 I_1,I_2 对任意的 $d_1\in\Delta^{I_1},d_2\in\Delta^{I_2}$，以及 I_1,I_2 所有的 $\mathcal{FL}_0$ 模拟 Z，都有如果 d_1Zd_2 并且 $I_1\models a(x)[x/d_1]$，那么 $I_2\models a(x)[x/d_2]$。

这里需要指出，由于 $x\in A\cup B$，可得 $x\in A$ 或者 $x\in B$，因此上述 $\mathcal{FL}_0$ 模拟，其实质上是 $\mathcal{FL}_{0u}$ 模拟关系。为了阻止概念并构造子的成立，我们借鉴文献[15]的方法，要求一阶逻辑的开公式满足解释的直积这一约束来实现这一点。

任意给定一簇解释 (I_i)，$i\in I$，该族解释的直积定义 $\prod_{i\in I}I_i$ 如下：

• $\Delta^{\prod_{i\in I}I_i}=\{\bar{d}:I\to\bigcup_{i\in I}\Delta^{I_i}\mid$ 对 $i\in I:\bar{d}_i=\bar{d}(i)\in\Delta^{I_i}\}$；

• $A^{\prod_{i\in I}I_i}=\{\bar{d}\in\Delta^{\prod_{i\in I}I_i}\mid$ 对 $i\in I:d_i\in A^{I_i}\}$；

• $r^{\prod_{i\in I}I_i}=\{(\bar{d},\bar{e})\mid$ 对 $i\in I:(d_i,e_i)\in r^{I_i}\}$。

一阶逻辑的一个公式 $a(x)$ 在解释的直积定义 $\prod_{i\in I}I_i$ 下是被保持的，当且仅当对任意一簇解释 $(I_i)_{i\in I}$ 和 $\bar{d}\in\Delta^{\prod_{i\in I}I_i}$，如果对所有的 $i\in I$，$I_i\models a(x)[x/\bar{d}_i]$，那么 $\prod_{i\in I}I_i\models a(x)[x/\bar{d}]$。概念并构造子，在解释的直积下，并构造子不被保存。

例 1 令 I_1 和 I_2 分别是描述逻辑的两个解释，其中

$\Delta^{I1}=\{d_1,d_2,d_3\}$，$A_1^{I1}=\{d_2\}$，$A_2^{I2}=\{d_3\}$，$r^{I1}=\{(d_1,d_2)\}$，

$\Delta^{I2}=\{d_1,d_2,d_3\}$，$A_1^{I2}=\{d_3\}$，$A_2^{I2}=\{d_1\}$，$r^{I2}=\{(d_2,d_1)\}$。

容易验证 $d_1\in(\forall r.A_1\sqcup\forall r.A_2)^{I1}$，$d_2\in(\forall r.A_1\sqcup\forall r.A_2)^{I2}$，但是 $(d_1,d_2)\notin(\forall r.A_1\sqcup\forall r.A_2)^{I_1\times I_2}$。

在给出完整证明之前，首先介绍在证明中需要用到的两个重要结论：

(1)令 I 是一阶逻辑语言 $\mathcal{L}$ 的解释，我们称 I 是一个 ω 饱和模型，如果 Σ 是语言 $\mathcal{L}'$ 下的公式的集合，其中 $\mathcal{L}'$ 是 $\mathcal{L}$ 通过增加有穷多个新的个体符号所得到的，并且每个 Σ 的有穷子集在 I 的 $\mathcal{L}'$-膨胀模型下可满足，那么 Σ 也在 I 的 $\mathcal{L}'$-膨胀模型下可满足。

(2)对任意一个一阶逻辑的解释(在可数语言下)I，总存在一个饱和 ω 模型 I^*，使得对任意的一阶逻辑的公式 φ，$I\models\varphi$ 当且仅当 $I^*\models\varphi$。

上述两个结论以及更多有关模型论方面的知识，在模型论的书籍中均可查到。

定理 2 令 $a(x)$ 是一阶逻辑的一个开公式。$a(x)$ 等价

于描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 的某个概念 C,当且仅当该公式在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟和解释的直积下是被保持的。

证明:⇒施归纳于概念 C 的结构。

情形1 若 $C=A$。由定义6的条件(1)可得,$a(x)$ 在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟下是被保持的。由解释的直积的定义,有 $(d_i)_{i\in I}\in A^{\prod_{i\in I} I_i}$,当且仅当 $\forall i\in I: d_i\in A^{I_i}$。

情形2 若 $C=A\sqcap B$。假设 d_1Zd_2,$d_1\in(A\sqcap B)^{I_1}$,于是就有 $d_1\in A^{I_1}$,$d_1\in B^{I_1}$。由归纳假设 $d_2\in A^{I_2}$,$d_2\in B^{I_2}$。即 $d_2\in(A\sqcap B)^{I_2}$。如果对所有的 $i\in I$,$\bar{d}_i\in(A\sqcap B)^{I_i}$,那么 $\bar{d}_i\in A^{I_i}$ 并且 $\bar{d}_i\in B^{I_i}$。由归纳假设,就有 $\bar{d}\in A^{\prod_{i\in I} I_i}$ 并且 $\bar{d}\in B^{\prod_{i\in I} I_i}$。即,$\bar{d}\in(A\sqcap B)^{\prod_{i\in I} I_i}$。

情形3 若 $C=\forall r.D$。如果 d_1Zd_2,$d_1\in(\forall r.D)^{I_1}$,但是 $d_2\notin(\forall r.D)^{I_2}$,那么存在 $e_2\in\Delta^{I_2}$ 使得 $(d_2,e_2)\in r^{I_2}$,但是 $e_2\notin D^{I_2}$。由 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟定义的条件(2),存在 $e_1\in\Delta^{I_1}$,使得 $(d_1,e_1)\in r^{I_1}$ 并且 e_1Ze_2。由归纳假设就有:$e_1\notin D^{I_1}$。这与 $d_1\in(\forall r.D)^{I_1}$ 矛盾。所以 $e_2\in D^{I_2}$。即 $d_2\in(\forall r.D)^{I_1}$。

如果对所有的 $i\in I$,$\bar{d}_i\in(\forall r.D)^{I_i}$,那么对所有的 $i\in I$,$\bar{e}_i\in\Delta^{I_i}$ 如果 $(\bar{d}_i,\bar{e}_i)\in r^{I_i}$,那么 $\bar{e}_i\in D^{I_i}$。由解释直积的定义及归纳假设,就有 $(\bar{d},\bar{e})\in r^{\prod_{i\in I} I_i}$,$\bar{e}\in D^{\prod_{i\in I} I_i}$。即,$\bar{d}\in(\forall r.D)^{\prod_{i\in I} I_i}$。

⇐假设 $a(x)$ 在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟和解释的直积下是被保持的,并且令 $con(a(x))$ 是满足如下条件的集合:对任意的 $\beta\in con(a(x))$,都有 $a(x)\models\beta$,并且存在 $\mathcal{FL}_0$ 的概念 C,使得 $C^{\tau_x}=\beta$。先证明如下引理:

引理1 如果 $con(a(x))\models a(x)$,那么存在 $\mathcal{FL}_0$ 的某个概念 C,使得 $a(x)$ 与 C 等价。

证明:因为 $con(a(x))\models a(x)$,所以由一阶逻辑的紧致性定理,就有 $\beta_1,\cdots,\beta_n\in con(a(x))$,并且 $\beta_1\wedge\cdots\wedge\beta_n\models a(x)$。令 $C=C_1\sqcap\cdots\sqcap C_n$,$C_1^{\tau_x}=\beta_1,\cdots,C_n^{\tau_x}=\beta_n$,则 $a(x)$ 与 C 等价。

下面证明 $con(a(x)\models a(x)$。假设 $con(a(x))\not\models a(x)$,则 $con(a(x))\cup\{\neg a(x)\}$ 可满足。令 $I\models con(a(x))\cup\{\neg a(x)\}[x/w]$,$\Gamma=\{\neg C^{\tau_x}\mid C$ 是 $\mathcal{FL}_0$ 的概念并且 $w\notin C^I\}$。

引理2 对所有的 $\neg C^{\tau_x}\in\Gamma$,集合 $\{a(x),\neg C^{\tau_x}\}$ 是可满足的。

证明假设 $\{a(x),\neg C^{\tau_x}\}$ 是不可满足的,那么就有 $a(x)\models C^{\tau_x}$。即 $C^{\tau_x}\in con(a(x))$。这与 Γ 的构造矛盾。

由引理2,对每一个 $\neg C^{\tau_x}\in\Gamma$,存在一个解释 I_C,使得 $I_C\models a(x)[x/v_C]$,并且 $I_C\models\neg C^{\tau_x}[x/v_C]$。对每一个 $\neg C^{\tau_x}\in\Gamma$,令 $J=\prod_{\neg C^{\tau_x}\in\Gamma} I_C$,$\bar{v}=(v_C)\neg C^{\tau_x}\in\Gamma$。因为 $a(x)$ 在解释的直积下是被保持的,所以 $J\models a(x)[x/\bar{v}]$。

引理3 对任意的 $\mathcal{FL}_0$ 的概念 D,如果 $\bar{v}\in D^J$,那么 $w\in D^I$。

证明:假设 $w\notin D^I$,那么 $\neg D^{\tau_x}\in\Gamma$。于是 $I_D\models\neg D^{\tau_x}[x/v_D]$,即 $I_D\not\models D^{\tau_x}[x/v_D]$。由解释的直积定义,就有 $\bar{v}\notin D^J$。

定义 Z 是 $\Delta^J\times\Delta^I$ 上的一个二元关系,满足如下条件:$\bar{d}_1Zd_2$,当且仅当对任意 $\mathcal{FL}_0$ 概念 D,如果 $\bar{d}_1\in D^J$,则 $d_2\in D^I$。下面证明 Z 是一个 $\mathcal{FL}_0$ 模拟。

引理4 Z 是一个 $\mathcal{FL}_0$ 模拟。

证明:定义6的第(1)个条件是显然成立的。下面验证条件(2),对任意的角色名 r,假设 $\bar{d}_1Zd_2$,$(d_2,e_2)\in r^I$。我们需要证明存在 $\bar{e}_1\in\Delta^J$ 使得 $(\bar{d}_1,\bar{e}_1)\in r^J$ 并且 $\bar{e}_1Ze_2$。令 C 是任意的 $\mathcal{FL}_0$ 的概念使得 $e_2\notin C^I$,于是 $d_2\notin(\forall r.C)^I$。又因为 $\bar{d}_1Zd_2$,所以由 Z 定义,$\bar{d}_1\notin(\forall r.C)^J$。于是存在 $\bar{e}_1\in\Delta^J$ 使得 $(\bar{d}_1,\bar{e}_1)\in r^J$ 但 $\bar{e}_1\notin C^J$。由 Z 定义,$\bar{e}_1Ze_2$。

由引理3和4,存在 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟,使得 $\bar{v}\in\Delta^J$ 与 $w\in\Delta^I$ 具有 Z 关系。又因为 $a(x)$ 是在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟下被保持的,所以对任意的 $J\models a(x)[x/\bar{v}]$,则 $I\models a(x)[x/w]$。这与 $I\models con(a(x))\cup\{\neg a(x)\}[x/w]$ 矛盾。于是 $con(a(x))\models a(x)$,再由引理1,可知定理2成立。

由于文献[14]没有考虑仅含交构造子和全称量词构造子的情况,因此定理2的结论是对文献[14]中结果的补充。即,给出了描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 概念表达能力的刻画。假定 $\mathcal{S}$ 是比 $\mathcal{FL}_0$ 包含更多构造子的描述逻辑系统,由定理2的结论,有如下推论。

推论1 对 $\mathcal{S}$ 的任意概念 C,下面两个条件是等价的:

(1)存在 $\mathcal{FL}_0$ 的概念与 C 等价;

(2)C 所对应的一阶公式在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟和解释的直积下被保持。

由推论1可知,$\mathcal{S}$ 中的一个概念 C 是否可以用 $\mathcal{FL}_0$ 的一个等价概念重写(concept rewriting),当且仅当概念 C 所对应的一阶公式在 $\mathcal{FL}_0$ 模拟和解释的直积下被保持。更进一步,如果 C 不能被 $\mathcal{FL}_0$ 的一个等价概念重写,那么能否找到 $\mathcal{FL}_0$ 的一个概念 D,使得 $C\sqsubseteq D$ 并且 D 的长度是最短的,这个问题便是概念 C 的最佳逼近问题(best approximation problem),具体内容详见文献[17,18]。

4 $\mathcal{FL}_0$ 中 TBox 的表达能力刻画

$\mathcal{FL}_0$ 中 TBox 的表达能力刻画,是建立在其概念表达能力刻画的基础之上的。由描述逻辑 $\mathcal{FL}_0$ 到一阶逻辑的翻译可知,$\mathcal{FL}_0$ 的概念翻译为一阶逻辑的含一个自由变元的开公式,而 TBox $\mathcal{T}$ 翻译为一阶逻辑的闭公式。由此,一个自然的想法是将 $\mathcal{FL}_0$ 模拟关系从“局部”提升为“全局”模拟关系。

定义7 任意给定描述逻辑的两个解释 I_1 和 I_2,一个 I_1 至 I_2 的 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟关系(记作,$I_1\simeq_{\mathcal{FL}0}I_2$),如果下面2个条件成立:

(1)对任意的 $d_1\in\Delta^{I_1}$,都存在 $d_2\in\Delta^{I_2}$ 使得 $Z_1:(I_1,d_1)\rightarrow_{\mathcal{FL}0}(I_2,d_2)$ 并且 $Z_2:(I_2,d_2)\rightarrow_{\mathcal{FL}0}(I_1,d_1)$;

(2)对任意的 $d_2\in\Delta^{I_2}$,都存在 $d_1\in\Delta^{I_1}$ 使得 $Z_2:(I_2,d_2)\rightarrow_{\mathcal{FL}0}(I_1,d_1)$ 并且 $Z_1:(I_1,d_1)\rightarrow_{\mathcal{FL}0}(I_2,d_2)$。

一阶逻辑的一个闭公式 α 在全局 $\mathcal{FL}_0$ 模拟关系下是不变的,当且仅当对任意的两个解释 I_1 和 I_2 以及 I_1 至 I_2 所有的 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟关系,如果 $I_1\simeq_{\mathcal{FL}_0}I_2$,那么 $I_1\models\alpha$,当且仅当 $I_2\models\alpha$。一阶逻辑的一个闭公式 α 在解释的直积定义 $\prod_{i\in I}I_i$ 下是被保持的,当且仅当对任意一簇解释 $(I_i)_{i\in I}$,如果对所有的 $i\in I$,$I_i\models\alpha$,那么 $\prod_{i\in I}I_i\models\alpha$。

直觉上,我们应该证明:一阶逻辑的闭公式 α 等价于 $\mathcal{FL}_0$ 的某个 TBox $\mathcal{T}$,当且仅当该公式在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟下不变和在解释的直积下是被保持的。但正如文献[15]所指出的,上述定理刻画是 $\mathcal{FL}_0$ 中布尔型 TBox 的表达能力,这里布尔型 TBox 是指术语公理集中允许出现形如:$\neg(C\sqsubseteq D)$,$(C\sqsubseteq D)\rightarrow(E\sqsubseteq F)$,$(C\sqsubseteq D)\vee(E\sqsubseteq F)$,$(C\sqsubseteq D)\wedge(E\sqsubseteq F)$ 等作为术语公理的表达式。

为了能够刻画 TBox 而不是布尔型 TBox,文献[15]运用解释的不相交并来解决上述问题。令 $(I_i)_{i\in I}$ 是一簇描述逻辑

的解释。$(I_i)_{i\in I}$的不相交并 J 定义如下：

- $\Delta^J=\bigcup_{i\in I}\Delta^{I_i}$，其中 $\Delta^{I_i}\cap\Delta^{I_j}=\emptyset, i\neq j$；
- $A^J=\bigcup_{i\in I}A^{I_i}, A\in N_C$；
- $r^J=\bigcup_{i\in I}r^{I_i}, r\in N_R$。

一个一阶逻辑的闭公式 α 在不相交并下是不变的，当且仅当对所有不相交的解释$(I_i)_{i\in I}$，$I_i\models\alpha, i\in I$ 当且仅当不相交的并 $J\models\alpha$。布尔型的 TBox 在不相交的并下，不是不变的，以下是文献[15]中的例子：

例 2　令 $\mathscr{T}_1=\{(T\sqsubseteq A)\vee(T\sqsubseteq B)\}$，$A^{I_1}=\Delta^{I_1}$，$B^{I_1}=\emptyset$，$B^{I_2}=A^{I_2}$，$A^{I_2}=\emptyset$，则 I_1 和 I_2 的不相交的并 I 为：$\Delta^I=\Delta^{I_1}\cup\Delta^{I_2}$，$A^I=\Delta^{I_1}$，$B^I=\Delta^{I_2}$。显然 I_1 和 I_2 满足 $\mathscr{T}_1$，但 $I\not\models\mathscr{I}_1$。令 $\mathscr{I}_2=\{\neg(T\sqsubseteq A)\}$，显然 $I\models\mathscr{I}_2$，但是 $I_1\not\models\mathscr{I}_2$。

定理 3　令 α 是一阶逻辑的一个闭公式。α 等价于 $\mathcal{FL}_0$ 中的某个 TBox $\mathscr{T}$ 当且仅当该公式在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟和不相交的并下不变，并且在解释的直积下被保持。

证明：⇒不失一般性，假设 $\mathscr{T}=\{C\sqsubseteq D\}$。首先证明，$\alpha$ 在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟下不变。令 I_1 和 I_2 是任意两个解释，并且 $I_1\simeq_{\mathcal{FL}_0}I_2$。假设 $I_1\models\alpha$。因为 $\mathscr{T}$与 α 等价，所以 $I_1\models\mathscr{T}'$。即 $I_1\models\forall x(C^{\sigma_x}\to D^{\sigma_x})$。下面证明 $I_2\models\alpha$。假设对任意的 $d_2\in\Delta^{I_2}$，都有 $I_2\models C^{\sigma_x}[x/d_2]$。因为 $I_1\simeq_{\mathcal{FL}_0}I_2$，所以存在 $d_1\in\Delta^{I_1}$ 使得 $I_1\models C^{\sigma_x}[x/d_1]$。于是就有 $I_1\models C^{\sigma_x}[x/d_1]$。又因为$(I_1, d_1)\rightharpoonup_{\mathcal{FL}_0}(I_2, d_2)$，所以 $I_2\models C^{\sigma_x}[x/d_2]$。即，$I_2\models\forall x(C^{\sigma_x}\to D^{\sigma_x})$。类似地，可以证明，如果 $I_2\models\alpha$，那么 $I_1\models\alpha$。接着证明在不相交的并下不变。令$(I_i)_{i\in I}$是一簇描述逻辑的解释，I 是其不交的并。如果对所有的 $i\in I$，$I_i\models C\sqsubseteq D$，那么由 I 的构造，就有 $I\models C\sqsubseteq D$。反之，如果 $I\models C\sqsubseteq D$，那么$\bigcup_{i\in I}C^{I_i}\subseteq\bigcup_{i\in I}D^{I_i}$。由 $\Delta^{I_i}\cap\Delta^{I_j}=\emptyset, i\neq j$，就有对所有的 $i\in I$，$C^{I_i}\subseteq D^{I_i}$。即，$I_i\models C\sqsubseteq D, i\in I$。

最后证明在解释的直积下被保持。对任意的一簇解释$(I_i)_{i\in I}$，如果对所有的 $i\in I$，$I_i\models C\sqsubseteq D$，那么对所有 $i\in I$，$C^{I_i}\subseteq D^{I_i}$。由解释直积的定义，$C^{\prod_{i\in I}I_i}\subseteq D^{\prod_{i\in I}I_i}$。即，$\prod_{i\in I}I_i\models C\sqsubseteq D$。

⇐假设 α 在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟和不相交的并下不变，并且在解释的直积下被保持。令 $con(\alpha)=\{C\sqsubseteq D'\,|\,\alpha\models C\sqsubseteq D\}$，$con^{\vee}(\alpha)=\{(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'\,|\,con(\alpha)\models(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'\}$。如果能够证明 $con(\alpha)\models\alpha$，那么由紧致性定理就有：存在一个 TBox $\mathscr{T}$与 α 等价。

假设 $con(\alpha)\not\models\alpha$，则 $con(\alpha)\cup\{\neg\alpha\}$可满足。对每一个形如$(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'\notin con^{\vee}(\alpha)$的表达式，记 $I_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}$ 是 $con(\alpha)$的一个模型，并且满足条件：$I_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}\not\models(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'$。令 I 是所有 $I_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}$ 及 $con(\alpha)\cup\{\neg\alpha\}$的一个模型不相交的并，则 $I\not\models(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'$，并且 $I\models\neg\alpha$。接下来，对每一个形如 $C\sqsubseteq D\notin con(\alpha)$的表达式，记 $J_{C\sqsubseteq D}$ 是 α 的一个模型，并且满足条件：$J_{C\sqsubseteq D}\not\models C\sqsubseteq D$。对每一个形如$(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'\notin con^{\vee}(\alpha)$的表达式，令 $J_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}=\prod_{1\leqslant i\leqslant n}J_{C\sqsubseteq D}$。因为 α 在解释的直积下被保持，所以 $J_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}\models\alpha$，并且 $J_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}\not\models(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'$。令 J 是所有 $J_{C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n}$ 不相交的并，则 $J\not\models(C\sqsubseteq D_1\sqcup\cdots\sqcup D_n)'$，并且 $J\models\alpha$。

如果 $I\simeq_{\mathcal{FL}_0}J$，那么由 α 在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟下不变，便有 $I\models\alpha$，$J\models\alpha$。这与 $I\models\neg\alpha$ 矛盾。即，假设 $con(\alpha)\not\models\alpha$ 错误，便有定理 6 成立。由模型论的知识，对任意一个一阶逻辑的解释（在可数语言下）I，总存在一个 ω 饱和模型 I^*，使得对任意的一阶逻辑的公式 φ，$I\models\varphi$，当且仅当 $I^*\models\varphi$。因此，不失一般性，假定 I, J 均是 ω 饱和模型。

引理 5　对任意的 $d\in\Delta^I$，存在 $e\in\Delta^J$ 使得对 $\mathcal{FL}_0$ 任意的概念 C，$d\in C^I$，当且仅当 $e\in C^J$。

证明：对任意的 $d\in\Delta^I$，令 $\Sigma^+=\{C\,|\,d\in C^I, C$ 为 $\mathcal{FL}_0$ 概念$\}$，$\Sigma^-=\{C\,|\,d\notin C^I, C$ 为 $\mathcal{FL}_0$ 概念$\}$。对任意的 $C_1^+,\cdots,C_n^+\in\Sigma^+$，$C_1^-,\cdots,C_n^-\in\Sigma^-$，因为 $d\in(C_1^+\sqcap\cdots\sqcap C_n^+)^I$，但是 $d\notin(C_1^-\sqcup\cdots\sqcup C_n^-)^I$，所以 $I\not\models\forall x((C_1^{+\sigma_x}\wedge\cdots\wedge C_n^{+\sigma_x})\to C_1^{-\sigma_x}\vee\cdots\vee C_n^{-\sigma_x})$。又因为 I, J 满足相同形如：$\forall x(C^{\sigma_x}\to D_1^{\sigma_x}\vee\cdots\sigma D_n^{\sigma_x})$的公式，因此 $J\not\models\forall x((C_1^{+\sigma_x}\wedge\cdots\wedge C_n^{+\sigma_x})\to C_1^{-\sigma_x}\vee\cdots\vee C_n^{-\sigma_x})$。即 $J\models\exists x(C_1^{+\sigma_x}\wedge\cdots\wedge C_n^{+\sigma_x}\wedge\neg C_1^{-\sigma_x}\cdots\wedge\neg C_n^{-\sigma_x})$。于是就有：存在 $e'\in\Delta^J$，使得 $e'\in(C_1^+\sqcap\cdots\sqcap C_n^+)^I$，但是 $e'\notin(C_1^-\sqcap\cdots\sqcap C_n^-)^I$。由于 J 是饱和模型，因此对任意的 $d\in\Delta^I$，存在 $e\in\Delta^J$，使得对任意的 $C\in\Sigma^+$，若 $d\in C^I$，则 $e\in C^J$ 和任意的 $C\in\Sigma^-$，若 $d\notin C^I$，则 $e\notin C^J$。即，$d\in C^I$，当且仅当 $e\in C^J$ 成立。

引理 6　对任意的 $e\in\Delta^J$，存在 $d\in\Delta^I$ 使得对 $\mathcal{FL}_0$ 任意的概念 C，$e\in C^J$，当且仅当 $d\in C^I$。

证明：与引理 5 的证明类似。

令 Z_1 是 $\Delta^I\times\Delta^J$ 上的一个二元关系，满足如下条件：dZ_1e，当且仅当对 $\mathcal{FL}_0$ 的任意概念 C，如果 $d\in C^I$，则 $e\in C^J$；令 Z_2 是 $\Delta^J\times\Delta^I$ 上的一个二元关系，满足如下条件：eZ_2d，当且仅当对 $\mathcal{FL}_0$ 的任意概念 C，如果 $e\in C^J$，则 $d\in C^I$。类似引理 4，可以证明 Z_1, Z_2 是两个 $\mathcal{FL}_0$ 模拟关系。再由引理 5 和引理 6 就有 $I\simeq_{\mathcal{FL}_0}J$，从而定理 3 成立。

假定 $\mathscr{S}$是比 $\mathcal{FL}_0$ 包含更多构造子的描述逻辑系统，由定理 3 的结论，有如下推论：

推论 2　对 $\mathscr{S}$的任意 TBox $\mathscr{T}$，下面两个条件是等价的：

(1)存在 $\mathcal{FL}_0$ 中的 TBox $\mathscr{T}'$与 $\mathscr{T}$ 等价；

(2)$\mathscr{T}$对应的一阶公式在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟和不相交的并下不变。

推论 2 表明，$\mathscr{S}$中的 TBox $\mathscr{T}'$是否可以 $\mathcal{FL}_0$ 中的一个等价 TBox $\mathscr{T}'$重写，当且仅当 $\mathscr{T}$在 $\mathcal{FL}_0$ 全局模拟关系和不相交的并下不变。在文献[19,20]中，一个 TBox 被看作是一个本体，在这个意义下，推论 2 刻画了在怎样的条件下，$\mathscr{S}$中的本体能与 $\mathcal{FL}_0$ 中的本体表达能力是相同的。

结束语　表达能力和推理复杂性是一个逻辑的两个重要特征，也是一对相互制约的关系。文中给出了 $\mathcal{FL}_0$ 的模拟关系，并建立了 $\mathcal{FL}_0$ 中概念和术语公理集的表达能力刻画定理。上述结果为寻求表达能力与推理复杂性之间的最佳平衡提供了有效的支持。后续工作包括以下 3 点：

- 文中给出了 $\mathcal{FL}_0$ 中概念和术语公理集的表达能力结果。下一步，可以考虑，增加角色构造子等其他构造子的情形下，研究更大范围的描述逻辑系统概念的术语公理集的表达能力问题；
- 推论 1 和推论 2 仅仅给出了用 $\mathcal{FL}_0$ 中的概念和术语公理集重写其他描述逻辑系统的概念和术语公理集的初步结果。更进一步，上述问题的可计算性，以及计算的复杂性值得做更深入的研究；
- 在表达能力刻画定理的证明中，主要使用了一阶逻辑的紧致性定理。但不是所有的描述逻辑都能翻译到一阶逻辑

（下转第 215 页）

Survey[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(2): 107-122
[6] Huang G B, Ding X J, Zhou H M. Optimization method based extreme learning machine for classification[J]. Neurocomputing, 2010, 74: 155-163
[7] Lan Yuan, Yeng C-S, Huang Guang-bin. Ensemble of online sequential extreme learning machine[J]. Neurocomputing, 2009, 73 (13-15): 3391-3395
[8] Tian Hui-xin, Meng Bo. A new modeling method based on bagging ELM for day-ahead electricity price prediction[C]// 2010 IEEE Fifth International Conference Bio-Inspired Computing: Theories and Applications (BIC-TA). Changsha, China, 2010: 1076-1079
[9] Tian Hui-xin, Mao Zhi-zhong. An Ensemble ELM Based on Modified AdaBoost. RT Algorithm for Predicting the Temperature of Molten Steel in Ladle Furnace[J]. Automation Science and Engineering, 2009, 7(1): 73-80
[10] Cao J W, Lin Z P, Huang G B, et al. Voting based extreme learning machine[J]. Information Sciences, 2012, 185(1): 66-77
[11] 陆慧娟，安春霖，马小平，等. 基于输出不一致测度的极限学习机集成的基因表达数据分类[J]. 计算机学报，2013，36：341-348
[12] Foggia P, Sansone C, Torella F, et al. Mulit-classification: reject criteria for the bayesian combiner[J]. Pattern Recognition, 1999 (32): 1435-1447
[13] 郑恩辉，李平，宋执环. 代价敏感支持向量机[J]. 控制与决策，2006，21(4)：473-476
[14] 邹超，郑恩辉，任玉玲，等. 嵌入误分类代价和拒识代价的二元分类算法[J]. 广西师范大学学报：自然科学版，2010，28(3)：201-208
[15] 付忠良. 多分类问题代价敏感 AdaBoost 算法[J]. 自动化学报，2012，37(8)：973-983
[16] 史小伍，陶红，阙今中，等. 组合代价敏感支持向量机及其应用[J]. 计算机技术与发展，2012，22(5)：71-78
[17] 万建武，杨明，陈银娟. 代价敏感的半监督 Laplacian 支持向量机[J]. 电子学报，2012，40(7)：1410-1415

（上接第 210 页）

之上，比如，包含带传递闭包构造子的描述逻辑，就需要在一阶逻辑的语言中增加无穷并加以表达，而包含无穷并的一阶逻辑不具有紧性[21]。因此，为刻画上述描述逻辑系统的表达能力，需要给出新的方法。

参考文献

[1] Baader F, Nutt W. Basic description logics[M]// Baader F, Calvanese D, McGuinness D, et al., eds. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003
[2] Horrocks I, Patel-Schneider P F, Harmelen F V. From SHIQ and RDF to OWL: The making of a Web ontology language[J]. Journal of Web Semantics, 2003, 1(1): 7-26
[3] Baader F, Sattler U. An overview of tableau algorithms for description logics[J]. Studia Logica, 2001, 69(1): 5-40
[4] Baader F, Brandt S, Lutz C. Terminological cycles in a description logic with existential restrictions[C]// Gottlob G, Walsh T, eds. Proc. of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 2003). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2003: 325-330
[5] 王驹，蒋运承，申宇铭. 描述逻辑系统 $\mathcal{FL}$– 循环术语集的可满足性及推理机制[J]. 中国科学(F 辑)，2009，39(2)：205-211
[6] 常亮，史忠植，陈立民，等. 一类扩展的动态描述逻辑[J]. 软件学报，2010，21(1)：1-13
[7] 蒋运承，王驹，邓培明，等. 描述逻辑 $\mathcal{FL}$ 循环术语集的语义及推理[J]. 计算机学报，2008，31(2)：185-195
[8] 史忠植，常亮. 基于动态描述逻辑的语义 Web 服务推理[J]. 计算机学报，2008，31(9)：1599-1611
[9] Ohlbach H, Nonnengart A, de Rijke M, et al. Encoding two-valued non-classical logics inclassical logic[M]// Robinson A, Voronkov A, eds. Handbook of Automated Reasoning. Netherlands: Elsevier Press, 2001: 1403-1486
[10] van Benthem J. Correspondence theory [M]// Gabbay D, Guenthner F. eds, Handbook of Philosophical Logic, Vol. 2: Extensions of Classical Logic. Dodrecht, Netherlands: D. Reidel Publishing Company, 1983: 167-247
[11] Goranko V, Otto M. Model theory of modal logic[M]// Blackburn P, van Benthem J, Wolter F., eds. Handbook of Modal Logic. Netherlands: Elsevier Press, 2007: 246-329
[12] Baader F. A Formal definition for the expressive power of terminological knowledge representation languages[J]. Journal of Logic and Computation, 1996, 6(1): 33-54
[13] Borgida A. On the relative expressiveness of description logics and predicate logics[J]. Artificial Intelligence, 1996, 82(1/2): 353-367
[14] Kurtonina N, de Rijke M. Expressive of concept expression in first-order description logics[J]. Artificial Intelligence, 1999, 107 (2): 303-333
[15] Lutz C, Piro R, Wolter F. Description Logic TBoxes: Model-Theoretic Characterizations and Rewritability[C]// Proceeding of the Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 2011). Barcelona, Catalonia, Spain: AAAI Press, 2011: 983-988
[16] 申宇铭，王驹，唐素勤. 描述逻辑 $\mathcal{ALC}$ 概念及术语公理集的表达能力刻画[J]. 软件学报，2014，25(8)：1794-1805
[17] Baader F, Kusters R, Molitor R. Rewriting concepts using terminologies[C]// Proceeding of the 7th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR2000). Brechenrideg, Colorado USA: Morgan Kaufmann, 2000: 297-308
[18] Brandt S, Kusters R, Turhan A-Ya. Approximation and difference in description logic[C]// Proceeding of the 7th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR2002). San Francisco, CA, Morgan Kaufmann, 2002: 203-214
[19] Lutz C, Wolter F. Deciding inseparability and conservative extensions in the description logic $\varepsilon\mathcal{L}$[J]. Journal of Symbolic Computation, 2010, 45(2): 194-228
[20] Kontchakov R, Wotler F, Zakharyaschev M. Logic-based ontology comparison and module extraction, with an application to DL-Lite[J]. Artificial Intelligence, 2010, 174(15): 1093-1141
[21] Ebbinghaus H D, Flum J, Thomas W. Mathematical Logic[M]. Second Edition, Springer, 1994