

多处理机

快速排序

数据处理
算法

28

82-84

多处理机环境中快速排序并行实现策略^{*}

The Implementation of Quick-sort in Multiprocessors

孙玉强¹ 吕海连² 李新慧¹ 魏淑桃¹(河南师范大学计算机系 新乡453002)¹ (平顶山师专计算机系 平顶山457000)²

TP301.6

O223

Abstract This paper introduces the strategy of quick-sort and its application in multiprocessors, and provides two chosen pivots methods and the effect to the whole capacity.

Keywords Quick-sort, Parallel-machine, Data structure

并行处理机共享一个公共主存储器,并在一个操作系统的整体控制之下进行协调并实现相互通讯^[1],这种多处理机环境适合于大规模的数据处理,它可以把数据分布在并行处理机上,同时采用有效的并行算法而提高运行效率,但是处理机的数量和时间效率不一定成正比,有时可能因处理器的数量而降低。为了将快速排序应用于多处理机环境,必须深入研究其策略和各类分道机制的效能。

快速排序在多处理机环境中的运用主要有两个方面:一是枢轴选择机制的应用——以提高处理机内部的数据分组效率;二是在处理机内部排序中的应用——以加快各个处理机的排序速度。

1 多处理机环境的排序策略分析

对单个处理机而言,其执行效率依赖于解决问题的算法,但对于多处理机而言,除了单个处理机的运行性能外,处理机间的通信总量以及它们之间的相互合作也是一个主要的影响因素,所以相应的并行环境处理算法方案不仅能使资源均匀地分布在不同的处理机上,而且能使处理机间的通信量达到最小化并尽可能降低处理机之间的依赖性。

多处理机环境下排序方法的实现方案要兼顾处理机之间的协作性和单处理机的运行效率,在单个处理机进行目标序列排序之前,处理机之间的数据应该有可比性。所以,我们要首先考虑两个基本的处理机制:

1) 利用有效的数据分送机制,达到处理机间数据的有序性分配。随机输入到各个处理机中的数据,经过数据在处理机之间的传送而形成处理机间数据的可比性,即:假设有 S 个有效处理机,分别为 P_1, P_2, \dots, P_s , 经过数据传送后,使 P_1 中的数据都小于 P_2 中的数据, P_2 中的数据都小于 P_3 中的数据, \dots , P_{s-1} 中的数据都小于 P_s 中的数据。

2) 在单个的处理机内部选择快速排序算法同时结合插入排序对数据进行排序。

很明显,在多处理机环境中,第二个机制可以充分利用上述的快速排序方法进行解决,而采用什么样的机制使系统的运行性能达到最优则是第一个机制应解决的关键问题。

2 快速排序及枢轴的选择

算法的执行效率是衡量一个算法好坏的一个重要指标,而在快速排序算法中,枢轴的选择直接影响区间

^{*} 本项目受河南省自然科学基金资助,孙玉强 教授,主要研究方向为软件工程与环境等。

参考文献

- 1 Goodman T N T, Lee S L. Wavelets of multiplicity r . Trans. Amer. Math. Soc., 1994, 342 (1): 307~324
- 2 Daubechies I. Ten lectures on wavelets. In: CBMS-NSF Regional Conf., in Appl. Math., SIAM, Philadelphia, PA, 1992
- 3 Bui T D, Chen G. Translation-Invariant denoising using multiwavelets. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46 (12): 3414~3420
- 4 Mitchell C A, Yuesheng X. Reconstruction and decomposition algorithms. Multidimensional Systems and Signal Processing, 1997(8): 31~69
- 5 Alpert B K, Rokhlin V. A fast algorithm for the evaluation of Legendre expansions. SIAM J. Sci. Comput., 1991(12): 158~179
- 6 Lebrun J, Vetterli M. Balanced multiwavelets theory and design. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(4): 1119~1125

的分割状态,而分割状态则直接影响递归循环的次数。因此枢轴的选择方法和区间的分割技术对算法的执行效率有直接的影响。

快速排序算法可以看作是循环划分子序列的一个递归过程,由此可以形成一个递归分割树,树中每一层上的元素即为该次循环所选中的枢轴,快速排序的趟数就取决于递归树的深度,而递归树的形态与子序列的分割均匀程度即枢轴的选择有直接关系。因此,每次分割所选择的枢轴应尽可能地把区间分割成大小相等的两个子序列是我们希望的最理想状态,这样,就要求数据元素的中间值作为枢轴,但这会引起额外的运算负荷而不被实际应用。常用的选择枢轴的基本方法有以下几种^[3]:

- 1)定位法是一种最简单的方法。选取固定位置上的元素作为枢轴,通常选取第一个,但效率较低。
- 2)通过计算小区间中的中间值作为目标区间的近似中间值,但会增加额外的运算负担。
- 3)选择待排序对象序列的第一个元素、中间元素及最后一个元素的中间值作为枢轴,这种情况下的工作情况是比较好的,也是经常使用的方法。
- 4)随机选择枢轴,用一个随机数发生器从序列中随机选择一个元素作为枢轴,它适合应用于多处理机环境中。

3 数据分送机制及应用方案

在多处理机环境下,数据分段的快速性和多区间性使快速排序中的随机枢轴选择技术在此得到了较好

的运用,可以采用随机抽样的方法来选择枢轴,枢轴的选择直接影响到各处理机上数据分布是否均匀,数据的分送方法则影响到处理机间的依赖性和数据的传送量,所以,算法的有效性最终依赖于枢轴的选择以及把数据分布到处理机中的方法。我们假设输入的 n 个数据是随机的,且是均匀地分布在各个处理机上,即每个处理机中有 $n/s=k$ 个数据,我们讨论两种方案。

方案一 运用一个辅助处理机实现^[1],思想如下:

- 1)从每个处理机中随机选择一个元素作为枢轴,并把选择的 s 个枢轴送到另外一辅助处理机中运用快速排序法进行排序。
- 2)各个处理机依据第一步排序的结果,依据 s 个枢轴运用快速排序法把整个区间分成 s 个小区间,使各个区间中的数据是可比的,即 S_{i-1} 到 S_i 之间的数据都比 S_i 到 S_{i+1} 之间的元素值小。
- 3)把不同区间的数据分送到不同的处理机中。第一区段的数据送到 P_1 ,第二个区段的数据送到 P_2 中,依次类推,第 $s+1$ 区段的数据送到辅助排序的处理机中。
- 4)各个处理机对接收到的数据进行快速排序,那么排序后的有序段中的数据分布就是目标排序序列。

数据分送过程如图1所示。该机制的实现过程可以完全运用快速排序的思想,枢轴的随机确定及其排序很容易得到实现,因其选择没有兼顾到整体数据之间的关联,所以对于多个处理机来讲,未必是最佳的公共枢轴。

每个处理机可以运用快速排序的改进算法对数据

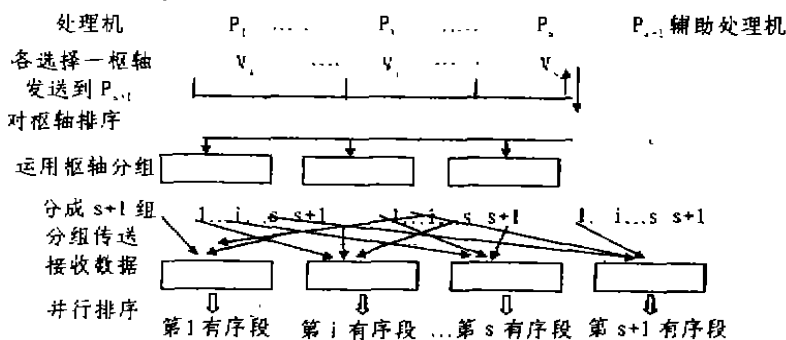


图1

进行区段的循环划分:利用堆栈技术对各个区段的分界位置进行跟踪,首先以 S_i 为枢轴生成第一个区段,记录区段分界值,然后以该分界值为参照,把后续的区间再分成两个区段,依次类推,当生成第 n 个区段时就

以刚产生的分界值进行新区间的划分,直到划分 s 次为止。

这种机制可以容易地实现处理机间数据的重新分布,其时间耗费受各个处理机中的枢轴定位、数据的发

送、处理机内部的排序等方面的影响,这种方案所涉及的第一个问题主要是组织抽样值并对其排序,因排序在一个附加的处理机上进行,在一定程度上削弱了处理机的并行运行效率;第二个问题是处理机之间的通信需要把数据发送到正确的处理机,相应增加了处理机之间的依赖关系;第三个问题是处理机之间的数据分布均匀程度不高且处理机中的数据量不平均,因此,需要在枢轴的组织上和处理机之间的通讯量平衡上进行进一步的改进。

改进方案的指导思想是:尽可能使各个处理机之间进行并行的操作;在枢轴的选择上要有理想的区间分割效果;数据通过处理机之间的传输尽可能在目标处理机上均匀分布即提高并行操作时间的均等性,其最终目的是提高处理机之间的并行处理程度,该方案的实现策略是:

1)把初始数据平均地分布到 s 个处理机中。

2)每个处理机随机把其中的 n/s 个数据指派到 s 个序列中,同时把各自中的第 j 个区间的数据发送到 P_j (第 j 个处理机 $1 \leq j \leq p$) 中,使每个处理机都接收到其它处理机中相应区段中的数据,这样,既保证了处理机之间的并行处理和数据的传输,又可以使各个处理机接收到的数据具有随机性,保证了处理机之间元素值分布的均匀性。

3)各个处理机可以并行地对接收到的数据运用快速排序法进行排序。

4)第一个处理机依据有序序列,从中选择出能够对其序列进行均匀划分的 $s-1$ 个枢轴值,并把这些枢轴值发送给其它的处理机,而这些枢轴值在各个处理机中作为枢轴都是最佳的。

5)各个处理机运用从第一个处理机中接收过来的枢轴值利用二分法对自己的有序序列进行划分,由于序列已经有序,采用二分法是最佳的选择,然后把第 j 个子序列送往 P_j ($1 \leq j \leq p$),完成每个元素的目标处理机定位。

6)内部合并,每个处理机 ($1 \leq j \leq p$) 对接收的 p 个有序子序列进行合并,生成被排数据序列的第 1 个有序段。

该并行处理机制方案的主要处理流程如图2,改进后的方案每一步都兼顾了处理机间并行性能的发挥,枢轴的选择策略具有随机性、最佳性以及通用性特点,在处理机之间的交互上,仅用两轮的平衡通讯和一次的广播发送,这在一定程度上减少了处理机之间的通讯量和数据处理上的依赖关系,同时所有的排序操作都是并行独立且接近近似等量规模进行的,可以充分发挥多处理机并行优势和快速排序的性能。

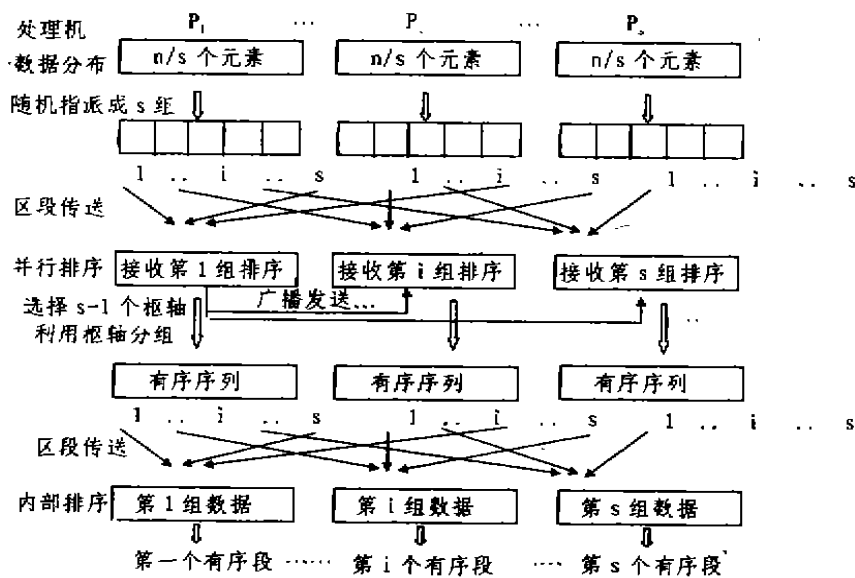


图2

参考文献

1. Jaja J. A perspective on quicksort. *Computing in science & engineering*, 2000(1): 43~49
2. 殷人昆. 数据结构. 清华大学出版社, 1999
3. 张昆斌. 计算机组织结构. 性能设计. 清华大学出版社, 1999
4. 张 铭. 数据结构与算法分析. 电子工业出版社, 1999