Petri网 组合并运算 笛并网 性质 (20)

计算机科学2000Vol 27№ 8

59-62

Petri 网的组合并运算及性质*)

Composition Union Operations of Petri Nets and the Structural Property

李孝忠　王文德　杜玉越

（聊城师范学院计算机科学系　聊城252059）

TP18

Abstract Composition union nets of Petri nets are proposed in this paper. Cartesian union operation and two kinds of composition union operations are discussed. The condition for reserving structural properties of Petri net after composition are given. These results provide new methods for synthesis and analysis of Petri nets.

Keywords Petri net, Composition union net, Cartesian union net, Structural property

1 引言

Petri 网作为系统模拟与分析的工具已在众多领域得到应用。通过一些较为简单的小网利用某种运算或组合而得到较为复杂的大网，且在组合过程中保持网的某些性质不变，对于合成复杂系统提供了很好的途径。文[1,2]首次提出了 Petri 网的加法、笛积、广义笛积运算，研究了一系列重要性质。文[3,4]定义了 Petri 网的并运算、组合网，讨论了保持网的结构性质及活性的条件。文[5,6]给出两类组合加网、笛加网，讨论了保持网的代数性质的条件且指出：网运算有十二种，分别对应库所、变迁和流关系的不同组合。以前文献只讨论了六种。本文对网运算作进一步讨论，提出 Petri 网的两类组合并网、笛并网，并讨论了它们的代数性质。

本文涉及到的基本定义、术语可参见文[1]。

2 Petri 网的笛并网

定义1 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$ 为两个 Petri 网，若 $N=(P,T;F)$ 满足条件：(1) $P=P_1\times P_2$，$T=T_1\times T_2$；(2) $F=F_1\cup F_2$，则称 N 为 N_1，N_2 的笛并网，记作 $N=N_1\Theta N_2$。

约定：我们要求 N 为纯网，因此当 F 中有方向相反的流关系时，则将其从 F 中同时删除（下同）。

引理1 设 Petri 网 N_1、N_2 的关联矩阵分别为 A_1、A_2，$N=N_1\Theta N_2$ 其关联矩阵为 A，则：

$$A=A_1\otimes E_2+E_1\otimes A_2-(A_1^+\otimes A_2^+-A_1^-\otimes A_2^-)$$

其中 E_i 为和 A_i 同阶且元素全为1的矩阵，A_i^+，A_i^- 分别为把 A_i 中负1和正1置为0得到。

证明：设 N^* 为 N_1，N_2 的笛加网，其关联矩阵为 A^*，则由 N 和 N^* 的定义及约定可得 A，A^* 的元素与 A_1、A_2 的元素之间的关系如下：

A_1	0	1	0	1	−1	−1	−1	0	1
A_2	0	0	1	1	0	1	−1	−1	−1
$A_1\otimes E_2$	0	1	0	1	−1	−1	−1	0	1
$E_1\otimes A_2$	0	0	1	1	0	1	−1	−1	−1
A^*	0	1	1	2	−1	0	−2	−1	0
A	0	1	1	1	−1	0	−1	−1	0

从而可得 $A=A_1\otimes E_2+E_1\otimes A_2-(A_1^+\otimes A_2^+-A_1^-\otimes A_2^-)$。

定理1 设 N_1，N_2 是两个相容的 Petri 网，则 N_1，N_2 的笛并网 $N=N_1\Theta N_2$ 也是相容的。

证明：若 N_1，N_2 是两个相容的 Petri 网，A_1，A_2 分别是 N_1，N_2 的关联矩阵，则存在 n_i 维正整数向量 X_i，使 $A_i^TX_i=0$，$(A_i^+)^TX_i=(A_i^-)^TX_i(i=1,2)$。令 $X=X_1\otimes X_2$ 为 n_1，n_2 维向量，由引理

$$A^TX=(A_1\otimes E_2+E_1\otimes A_2-A_1^+\otimes A_2^++A_1^-\otimes A_2^-)^T(X_1\otimes X_2)$$

$$=A_1^TX_1\otimes E_2^TX_2+E_1^TX_1\otimes A_2^TX_2-(A_1^+)^TX_1\otimes(A_2^+)^TX_2+(A_1^-)^TX_1(A_2^-)^TX_2=0$$

从而 $N=N_1\Theta N_2$ 也是相容的。

定理2 设 N_1，N_2 是两个守恒的 Petri 网，则 N_1，N_2 的笛并网 $N=N_1\Theta N_2$ 是守恒的 Petri 网。

证明：若 N_1，N_2 是两个守恒的 Petri 网，A_1，A_2 分

*）山东省自然科学基金资助课题。李孝忠　副教授，主要研究方向为 Petri 网理论与应用、数学规划理论与应用。王文德　副教授，主要研究方向为 Petri 网理论与应用、数据库。杜玉越　教授，主要研究方向为 Petri 网理论与应用、算法分析与设计。

别是 N_1、N_2的关联矩阵，则存在 m_i 维正整数向量 Y_i，使 $A_iY_i=0$、$A_1^+Y_1=A_1^-Y_1$、$A_2^+Y_2=A_2^-Y_2(i=1,2)$，令 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 为 m_1m_2维向量，由引理

$$AY=(A_1\otimes E_2+E_1\otimes A_2-A_1^+\otimes A_2^++A_1^-\otimes A_2^-)(Y_1\otimes Y_2)$$
$$=A_1Y_1\otimes E_2Y_2+E_1Y_1\otimes A_2Y_2-A_1^+Y_1\otimes A_2^+Y_2+A_1^-Y_1\otimes A_2^-Y_2=0$$

从而 $N=N_1\Theta N_2$也是守恒的。

推论1 设 Y_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 S-不变量，则 m_1m_2维向量 $Y=Y_1\otimes Y_2$是 Petri 网 $N=N_1\Theta N_2$ 的 S-不变量。

推论2 设 X_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 T-不变量，则 n_1n_2维向量 $X=X_1\otimes X_2$是 Petri 网 $N=N_1\Theta N_2$ 的 T-不变量。

定义2 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$为两个 Petri 网，若：

1) $N_i=N_{i1}+N_{i2}+\cdots+N_{ir}, i=1,2$；

2) $N_{ij}=(P_{ij},T_i;F_{ij}), j=1,2,\cdots,r; i=1,2$；

3) $P_i=P_{i1}\cup P_{i2}\cup\cdots\cup P_{ir}, i=1,2$；

4) 对$\forall\ j,k:1\leqslant j,k\leqslant r, j\neq k$，都有 $P_{ij}\cap P_{ik}=\varnothing, i=1,2$；

5) $F_{ij}:T_i\times P_{ij}\to Z, j=1,2,\cdots,r; i=1,2; Z=\{-1,0,1\}$；

6) $N=\sum_{j=1}^{r}(N_{1j}\Theta N_{2j})$，

则称 N 为 N_1、N_2 的 P-划分笛并网，记作 $N=N_1\Theta_PN_2$。

定义3 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$为两个 Petri 网，若：

1) $N_i=N_{i1}+N_{i2}+\cdots+N_{iq}, i=1,2$；

2) $N_{ij}=(P_i,T_{ij};F_{ij}), j=1,2,\cdots,q; i=1,2$；

3) $T_i=T_{i1}\cup T_{i2}\cup\cdots\cup T_{iq}, i=1,2$；

4) 对$\forall\ j,k:1\leqslant j,k\leqslant q, j\neq k$，都有 $T_{ij}\cap T_{ik}=\varnothing, i=1,2$；

5) $F_{ij}:T_{ij}\times P_i\to Z, j=1,2,\cdots,q; i=1,2; Z=\{-1,0,1\}$；

6) $N=\sum_{j=1}^{q}(N_{1j}\Theta N_{2j})$，

则称 N 为 N_1、N_2 的 T-划分笛并网，记作 $N=N_1\Theta_TN_2$。

引理2 设 $A_i=(A_{i1},A_{i2}\cdots A_{ir})$为 Petri 网 N_i 的关联矩阵，A_{ij}为子网 N_{ij}的关联矩阵$(i=1,2; j=1,2,\cdots,r)$，则 $N=N_1\Theta_PN_2$的关联矩阵为 $A=(A_{11}\otimes E_{21}+E_{11}\otimes A_{21}-A_{11}^+\otimes A_{21}^++A_{11}^-\otimes A_{21}^-\quad A_{12}\otimes E_{22}+E_{12}\otimes A_{22}-A_{12}^+\otimes A_{22}^++A_{12}^-\otimes A_{22}^-\cdots A_{1r}\otimes E_{2r}+E_{1r}\otimes A_{2r}-A_{1r}^+\otimes A_{2r}^++A_{1r}^-\otimes A_{2r}^-)$，其中 E_{ij}和 A_{ij}为同阶矩阵且元素全为1，A_{ij}^+、A_{ij}^-为把 A_{ij}中元素-1和$+1$分别置为0得到$(i=1,2; j=1,2,\cdots,r)$。

引理3 设 $A_i=\begin{bmatrix}A_{i1}\\A_{i2}\\\vdots\\A_{iq}\end{bmatrix}$为 Petri 网 N_i 的关联矩阵，A_{ij}为子网 N_{ij}的关联矩阵$(i=1,2; j=1,2,\cdots,q)$，则 $N=N_1\Theta_TN_2$的关联矩阵为：

$$A=\begin{bmatrix}A_{11}\otimes E_{21}+E_{11}\otimes A_{21}-A_{11}^+\otimes A_{21}^++A_{11}^-\otimes A_{21}^-\\A_{12}\otimes E_{22}+E_{12}\otimes A_{22}-A_{12}^+\otimes A_{22}^++A_{12}^-\otimes A_{22}^-\\\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\A_{1q}\otimes E_{2q}+E_{1q}\otimes A_{2q}-A_{1q}^+\otimes A_{2q}^++A_{1q}^-\otimes A_{2q}^-\end{bmatrix}$$

其中 E_{ij}和 A_{ij}为同阶矩阵且元素全为1，A_{ij}^+、A_{ij}^-为把 A_{ij}中元素-1和$+1$分别置为0得到$(i=1,2; j=1,2,\cdots,q)$。

上述结论可由定义1～3、引理1直接推出。

定理3 设 N_1、N_2是两个相容的 Petri 网，则 $N=N_1\Theta_PN_2$是相容的。

证明：若 N_1、N_2是两个可重复的 Petri 网，A_1、A_2分别是 N_1、N_2的关联矩阵，则存在 n_i 维正整数向量 X_i，使 $A_i^TX_i=0$，也即 $A_{ij}^+X_i=A_{ij}^-X_i, i=1,2$；设 N 的关联矩阵为 A，则对n_1n_2维正整数向量 $X=X_1\otimes X_2$，由引理2得：

$$A^TX=(A_{11}\otimes E_{21}+E_{11}\otimes A_{21}-A_{11}^+\otimes A_{21}^++A_{11}^-\otimes A_{21}^-\cdots A_{1r}\otimes E_{2r}+E_{1r}\otimes A_{2r}-A_{1r}^+\otimes A_{2r}^++A_{1r}^-\otimes A_{2r}^-)^T(X_1\otimes X_2)$$
$$=(X_1^TA_{11}\otimes X_2^TE_{21}+X_1^TE_{11}\otimes X_2^TA_{21}-X_1^TA_{11}^+\otimes X_2^TA_{21}^++X_1^TA_{11}^-\otimes X_2^TA_{21}^-\cdots X_1^TA_{1r}\otimes X_2^TE_{2r}+X_1^TE_{1r}\otimes X_2^TA_{2r}-X_1^TA_{1r}^+\otimes X_2^TA_{2r}^++X_1^TA_{1r}^-\otimes X_2^TA_{2r}^-)^T=0$$

从而 N 也是相容的。

定理4 设 N_1、N_2是两个守恒的 Petri 网，则 $N=N_1\Theta_TN_2$是守恒的 Petri 网。

证明：若 N_1、N_2是两个守恒的 Petri 网，A_1、A_2分别是 N_1、N_2的关联矩阵，则存在 m_i 维正整数向量 $Y_i=(Y_{i1}y_{i2}\cdots y_{im_i})^T$，使 $A_iY_i=0$，从而 $A_{ij}Y_i=0$且 $A_{ij}^+Y_i=A_{ij}^-Y_i, i=1,2, j=1,2,\cdots,q$；令 $Y=Y_1\otimes Y_2$为 m_1m_2维正整数向量，由引理3，有：

$$AY=\begin{bmatrix}A_{11}\otimes E_{21}+E_{11}\otimes A_{21}-A_{11}^+\otimes A_{21}^++A_{11}^-\otimes A_{21}^-\\A_{12}\otimes E_{22}+E_{12}\otimes A_{22}-A_{12}^+\otimes A_{22}^++A_{12}^-\otimes A_{22}^-\\\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\A_{1q}\otimes E_{2q}+E_{1q}\otimes A_{2q}-A_{1q}^+\otimes A_{2q}^++A_{1q}^-\otimes A_{2q}^-\end{bmatrix}(Y_1\otimes Y_2)=\begin{bmatrix}A_{11}Y_1\otimes E_{21}Y_2+E_{11}Y_1\otimes A_{21}Y_2-A_{11}^+Y_1\otimes A_{21}^+Y_2+A_{11}^-Y_1\otimes A_{21}^-Y_2\\A_{12}Y_1\otimes E_{22}Y_2+E_{12}Y_1\otimes A_{22}Y_2-A_{12}^+Y_1\otimes A_{22}^+Y_2+A_{12}^-Y_1\otimes A_{22}^-Y_2\\\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\A_{1q}Y_1\otimes E_{2q}Y_2+E_{1q}Y_1\otimes A_{2q}Y_2-A_{1q}^+Y_1\otimes A_{2q}^+Y_2+A_{1q}^-Y_1\otimes A_{2q}^-Y_2\end{bmatrix}=0$$

从而 N 也是守恒的

推论3 设 Y_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$ 的 S-不变量，则 m_1m_2 维向量 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 是 Petri 网 $N=N_1\Theta_I N_2$ 的 S-不变量。

推论4 设 X_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$ 的 T-不变量，则 n_1n_2 维向量 $X=X_1\otimes X_2$ 是 Petri 网 $N=N_1\Theta_T N_2$ 的 T-不变量。

3 Petri 网的 I 型组合并网

定义4 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$ 为两个 Petri 网，若 $N=(P,T;F)$ 满足条件：(1) $P=P_1\times P_2$，$T=T_1\cup T_2$；(2) $F=F_1\cup F_2$，则称 N 为 N_1、N_2 的 I 型组合并网，记作 $N=N_1\underline{\cup}N_2$。

设 Petri 网 N、N_1、N_2 的关联矩阵分别为 A、A_1、A_2，不妨使它们的行数相同，且相同标号的行对应相同的变迁，N_1、N_2 中不出现的变迁在 A_1 或 A_2 中用对应一行的元素全为零代替。

定理5 设 N_1、N_2 是两个可重复的 Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 是可重复的 Petri 网。

证明：若 N_1、N_2 是两个可重复的 Petri 网，则存在 $n(n=|T_1|+|T_2|)$ 维正整数向量 X_i（T_2 中变迁在 X_1 中对应分量为0，T_1 中库所在 X_2 中对应分量为0），使 $A_i^TX_i\geqslant0$，$i=1,2$；令 $X=X_1+X_2$ 为 n 维正整数向量，V_i 是 i 个1为分量的行向量（下同），从而：

$$
\begin{aligned}
(A_1\otimes V_{m_2})^TX&=(A_1^T\otimes V_{m_2}^T)X=A_1^T(X_1+X_2)\otimes V_{m_2}^T\\
&=(A_1^TX_1+A_1^TX_2)\otimes V_{m_2}^T=A_1^TX_1\otimes V_{m_2}^T\\
&\geqslant0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(V_{m_1}\otimes A_2)^TX&=(V_{m_1}^T\otimes A_2^T)X=V_{m_1}^T\otimes A_2^T(X_1+X_2)\\
&=V_{m_1}^T\otimes(A_2^TX_1+A_2^TX_2)=V_{m_1}^T\otimes A_2^TX_2\\
&\geqslant0
\end{aligned}
$$

因 $T_1\cap T_2=\varnothing$，所以 N 的关联矩阵 A 与 $A_1\otimes V_{m_2}$ 在 T_1 上对应的行向量完全相同，与 $V_{m_1}\otimes A_2$ 在 T_2 上对应的行向量完全相同，故

$$A^TX=(A_1\otimes V_{m_2})^TX+(V_{m_1}\otimes A_2)^TX\geqslant0$$

从而 N 也是可重复的。同样可以证明。

定理6 设 N_1、N_2 是两个相容的 Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 也是相容的 Petri 网。

定理7 设 N_1，N_2 是两个结构有界的 Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 是结构有界的。

证明：若 N_1，N_2 是两个结构有界的 Petri 网，A_1，A_2 分别是 N_1，N_2 的关联矩阵，则存在 m_i 维正整数向量 $Y_i=(y_{i1}y_{i2}\cdots Y_{im_i})^T$ 使 $A_iY_i\leqslant0$ 且 $Y_{i1}+Y_{i2}+\cdots+y_{im_i}\geqslant0$，$i=1,2$，令 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 为 m_1m_2 维正整数向量，则：

$$
\begin{aligned}
(A_1\otimes V_{m_2})Y&=(A_1\otimes V_{m_2})(Y_1\otimes Y_2)\\
&=A_1Y_1\otimes V_{m_2}^TY_2=A_1Y_1\otimes(y_{21}+y_{22}+\cdots+y_{2m_2})\leqslant0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(V_{m_1}\otimes A_2)Y&=(V_{m_1}\otimes A_2)(Y_1\otimes Y_2)\\
&=V_{m_1}Y_1\otimes A_2Y_2=(y_{11}+y_{12}+\cdots+y_{1m_1})\otimes A_2Y_2\leqslant0
\end{aligned}
$$

因 $T_1\cap T_2=\varnothing$，所以 N 的关联矩阵 A 与 $A_1\otimes V_{m_2}^T$ 在 P_1 上对应的列向量完全相同，与 $V_{m_1}\otimes A_2^T$ 在 P_2 上对应的列向量完全相同，故：

$$AY=(A_1\otimes V_{m_2})Y+(V_{m_1}\otimes A_2)Y\leqslant0$$

从而 N 也是结构有界的。同理可证：

定理8 设 N_1、N_2 是两个守恒的 Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 是守恒的 Petri 网。

推论5 设 Y_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$ 的 S-不变量，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 是 Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 的 S-不变量。

推论6 设 X_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$ 的 T-不变量，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 n_1n_2 维向量 $X=X_1+X_2$ 是 Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 的 T-不变量。

4 Petri 网的 II 型组合并网

定义5 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$ 为两个 Petri 网，若 $N=(P,T;F)$ 满足条件：(1) $P=P_1\cup P_2$，$T=T_1\times T_2$；(2) $F=F_1\cup F_2$，则称 N 为 N_1、N_2 的 II 型组合并网，记作 $N=N_1\underline{\cup}N_2$。

设 Petri 网 N、N_1、N_2 的关联矩阵分别为 A、A_1、A_2，不妨使它们的列数相同，且相同标号的列对应相同的库所，N_1、N_2 中不出现的库所在 A_1 或 A_2 中用对应一列的元素全为零代替。

定理9 设 N_1、N_2 是两个可重复的 Petri 网，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$ 是可重复的 Petri 网。

证明：若 N_1、N_2 是两个可重复的 Petri 网，则存在 n_i 维正整数向量 X_i（T_2 中变迁在 X_1 中对应分量为0，T_1 中库所在 X_2 中对应分量为0），使 $A_i^TX_i\geqslant0$，$i=1,2$；且 $x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1n_1}\geqslant0$，$x_{21}+x_{22}+\cdots+x_{2n_2}\geqslant0$。令 $X=X_1\otimes X_2$ 为 n_1n_2 维正整数向量，从而：

$$
\begin{aligned}
(A_1\otimes V_{n_2}^T)^TX&=(A_1\otimes V_{n_2}^T)^T(X_1\otimes X_2)=(A_1^T\otimes V_{n_2})(X_1\otimes X_2)\\
&=A_1^TX_1\otimes V_{n_2}X_2=A_1^TX_1\otimes(x_{21}+x_{22}+\cdots x_{2n_2})\geqslant0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(V_{n_1}^T\otimes A_2)^TX&=(V_{n_1}^T\otimes A_2^T)(X_1\otimes X_2)=(V_{n_1}\otimes A_2^T)(X_1\otimes X_2)\\
&=V_{n_1}X_1\otimes A_2^TX_2=(x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1n_1})\otimes A_2^TX_2\geqslant0
\end{aligned}
$$

因 $P_1\cap P_2=\varnothing$，所以 N 的关联矩阵 A 与 $A_1\otimes V_{n_2}^T$ 在 P_1 上对应的列向量完全相同，与 $V_{n_1}\otimes A_2^T$ 在 P_2 上对应的列向量完全相同，故：

$$A^TX=(A_1\otimes V_{n_2}^T)^TX+(V_{n_1}^T\otimes A_2)^TX\geqslant0$$

从而 N 也是可重复的。同样可以证明：

定理10 设 N_1、N_2是两个相容的 Petri 网，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$也是相容的 Petri 网。

定理11 设 N_1、N_2是两个结构有界的 Petri 网，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$是结构有界的。

证明：若 N_1、N_2是两个结构有界的 Petri 网，A_1、A_2分别是 N_1、N_2的关联矩阵，则存在 $m(m=|P_1|+|P_2|)$维正整数向量 $Y_i=(y_{i1}y_{i2}\cdots y_{im})^T$（$P_2$中库所在 Y_1中对应分量为0，P_1中库所在 Y_2中对应分量为0）使 $A_iY_i\leqslant 0$，$i=1,2$，令 $Y=Y_1+Y_2$，则：

$$(A_1\otimes V_{n_2}^T)Y=A_1Y\otimes V_{n_2}^T=(A_1Y_1+A_1Y_2)\otimes V_{n_2}^T$$
$$=A_1Y_1\otimes V_{n_2}^T\leqslant 0$$
$$(V_{n_1}^T\otimes A_2)Y=V_{n_1}^T\otimes A_2Y=V_{n_1}^T\otimes(A_2Y_1+A_2Y_2)$$
$$=V_{n_1}^T\otimes A_2Y_2\leqslant 0$$

因 $P_1\cap P_2=\varnothing$，所以 N 的关联矩阵 A 与 $A_1\otimes V_{n_2}^T$在 P_1上对应的列向量完全相同，与 $V_{n_1}^T\otimes A_2$在 P_2上对应的列向量完全相同，故：

$$AY=(A_1\otimes V_{n_2}^T)Y+(V_{n_1}^T\otimes A_2)Y\leqslant 0$$

从而 N 也是结构有界的。同理可证：

定理12 设 N_1、N_2是两个守恒的 Petri 网，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}N_2$是守恒的 Petri 网。

推论7 设 Y_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 S-不变量，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 m 维向量 $Y=Y_1+Y_2$是 Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}N_2$的 S-不变量。

推论8 设 X_i 是 Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 T-不变量，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 n_1n_2维向量 $X=X_1\otimes X_2$是 Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}N_2$的 T-不变量。

结束语 本文又给出三种网运算：Petri 网的笛并运算、Petri 网的 I 型组合并运算和 II 型组合并运算，它们分别是在库所集、变迁集上取笛积，库所集上取笛积、变迁集上取并，库所集上取并、变迁集上取笛积及权函数都取并得到，讨论了保持网的结构性质的条件。网运算共有十二种，到目前为止已讨论了九种网运算，其它三种网运算的性质及如何降低条件使已有网运算还能很好保持网的性质仍是要进一步讨论的内容。

参考文献

1 Jiang Changjun, Wu Zhehui. Net operations. Journal of Computer Science and Technology, 1992, 7(4): 333～344
2 蒋昌俊. Petri 网的广义笛积运算. 自动化学报, 1993, 19(6): 745～748
3 王培良, 蒋昌俊. Petri 网的并运算. 西北大学学报, 1997, 27(增刊): 111～114
4 杜玉越, 李孝忠, 等. 一种组合 Petri 网的性能分析. 西北大学学报, 1997, 27(增刊): 126～129
5 李孝忠, 杜玉越. 两类组合 Petri 网与性能分析. 软件学报, 1998, 9(8): 619～621
6 李孝忠, 杜玉越. Petri 网的笛加运算及性质研究. 小型微型计算机系统, 1998, 19(9): 50～54
7 李孝忠, 曹德范, 等. Petri 网的两类广义组合加网. 计算机科学, 1999, 26(6·增刊): 143～146
8 杜玉越, 李孝忠. S-组合 Petri 网的活性分析与实现. 计算机学报, 1998, 21(8): 747～752
9 杜玉越, 李孝忠, 曹德范. 同步合成网的结构性质分析. 东南大学学报, 1999, 29(5)
10 Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(4): 541～580

（上接第69页）

5 传递冗余的处理

假设有规则 R_0相对于规则链 R_{da1}，R_2，…，R_s（s＞1）是传递冗余的，对这种冗余性具体的处理算法如下：

```
Function DealWithTransitSplith(R[0],R)
//规则 R[0]相对于规则链 R 是传递冗余的，
Begin
 V←True; //V 指示规则链 R 是否可以推到终点。
 for k=1 to s-1 do
 begin
  U←0;
  for j=1 to R[k].n do//计算
   U←U+R[k].CFE[j]×R[k].WE[j];
   if U×R[k].CF<R[k].T then//规则 R[k]不可用
   begin
      Vl←False;
      Break; //跳出循环语句
  end
 end;
 if V=True and R[0].CF<R[s].CF then//应删除 R[0]
   R[0].Remove();
End;
```

结语 对于一般产生式系统知识库中知识的不一致性和冗余性，文[2]已经给出了较好的解决方法。本文提出了“加权产生式规则”的概念，它更加符合客观现实，许多系统都采用了基于加权产生式规则的知识表示方法。本文对基于加权产生式规则知识库不一致性和冗余性的研究有一定的学术意义和实际应用价值。

参考文献

1 吴信东，邹燕. 专家系统技术. 电子工业出版社，1988
2 陈朝东，黄国兴. 图论生产式知识库维护中的应用. 微型电脑应用，2000，16(4)
3 周爱武，汪海威. 基于“规则架＋规则体”知识库的一致性与冗余性检查. 合肥工业大学学报，1998，21(3)
4 王清毅，等. 处理知识库中不一致性的超决定逻辑研究. 软件学报. 1998，9(4)
5 Graham Ian. Expert systems: Knowledge, uncertainty and decision. First published by Chapman and Hall Ltd. 1998