

# 多体非对称纠缠信道的量子受控密集编码

张程贤 郭邦红 程广明 郭建军 刘颂豪

(华南师范大学信息光电子科技学院 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室 广州 510631)

**摘要** 利用多粒子非对称量子纠缠态,提出一种多体高维非对称量子信道的量子受控密集编码方案。采用量子测量的方法控制纠缠量子信道和密集编码经典信息的传送,通过构造么正变换矩阵和正交量子测量,纯化量子信道,以一定的概率实现量子受控密集编码,解决了实际量子信道退相干影响下最大纠缠态提取的问题,实现了  $N$  方发送方和 1 方接收方之间密集编码传送信息量的控制,提高了密集编码可调控传送信息量,扩大了调控范围。

**关键词** 受控密集编码,非对称信道,纠缠态,Von Neumann 测量,信息量,么正变换

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.12.012

## Controlled Dense Coding Using Non-symmetric Channel between Multi-parties

ZHANG Cheng-xian GUO Bang-hong CHENG Guang-ming GUO Jian-jun LIU Song-hao

(Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, School of Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

**Abstract** A scheme of controlled dense coding was proposed by using multi-parties in non-symmetric and high dimensional quantum channel. The quantum channel and the amount of the classic information of dense coding are controlled with the method of quantum measurement. By performing some unitary operations and some orthogonal quantum measurements on the quantum state, the quantum channel is purified. Thus, controlled dense coding is realized with some probability. It solves the extraction of the maximally quantum state in the case of decoherence in the practical quantum channel. It is successful to control dense coding between the  $N$  senders and the receiver and the efficiency of controlled dense coding is improved.

**Keywords** Controlled dense coding, Non-symmetric channel, Entangled state, Von neumann measurement, Amount of information, Unitary transformation

## 1 引言

量子通信与量子计算基于量子力学原理,实现高码率、安全可靠稳定传输的量子密码是网络与通信安全、密码学亟待解决的问题。在经典通信中,传递一个物理位,仅可发送一个经典比特信息,而在 Bennett<sup>[1]</sup>等提出的量子密集编码方案中,通过利用 EPR 对(Bell 态)构成的纠缠信道可实现 2 个比特经典信息的传送,并且只有知道纠缠粒子对的初始量子态,同时对两个纠缠粒子进行联合 Bell 基测量后,才能获得发送者发送的秘密信息,局域测量无法提取这些秘密信息。Barenco 和 Ekert<sup>[2]</sup>采用部分纠缠态研究密集编码。Bose<sup>[3]</sup>等利用多体纠缠信道提出了  $N$  方发送和 1 方接收的密集编码,传送了  $N+1$  比特的信息量,在该方案中,相互纠缠的  $N+1$  个粒子均处于 2 维希尔伯特空间中。Zeilinger<sup>[4]</sup>等人在实验上成功制备出任意高维量子纠缠态(高维量子态希尔伯特空间维数大于 2)。Liu<sup>[5,6]</sup>等利用任意高维量子纠缠态提出了两体和多体之间高维量子信道的密集编码方案。而闫凤利<sup>[7-9]</sup>等

则将密集编码从高维量子信道推广到高维非对称纠缠信道的系统中(发送方和接收方希尔伯特空间维数不相等时的信道为非对称信道),利用高维非对称纠缠信道,密集编码传送信息量更大。

郭光灿等<sup>[10]</sup>提出了一种新型的控制密集编码方案,在该方案中,GHZ 态被用来构造量子纠缠信道,监控者通过局域测量控制信息发送方和接收方之间的量子信道,调控经典信息量在粒子信息容量和量子信道容量之间浮动。Zhang 等<sup>[11]</sup>在实验上成功验证了控制密集编码理论。Wan<sup>[12]</sup>研究了四粒子部分纠缠态的受控密集编码;黄坚和黄国强<sup>[13]</sup>研究了广义 GHZ-W 态的量子受控密集编码方案;黄亦斌等人<sup>[14]</sup>则拓展到多体 GHZ 态的受控密集编码,提高了密集编码可调控传送信息量;夏岩<sup>[15]</sup>研究了最大纠缠态下非对称信道在受控密集编码的应用。文献[12-14]虽然提升了文献[10]中密集编码可调控传送的信息量,但还未充分利用高维非对称量子信道编码效率高的特点;文献[15]利用了非对称信道的优势,但没有考虑实际量子信道中由于消相干效应,最大纠缠

到稿日期:2013-12-19 返修日期:2014-01-28 本文受广东省自然科学基金重点项目(10251063101000001),广东省教育部省部产学研项目(2012B091100063)资助。

张程贤(1987-),男,硕士生,主要研究方向为量子信息与通信,E-mail:cxammh@163.com;郭邦红(1975-),男,博士,副研究员,主要研究方向为量子信息与通信,E-mail:guobangh@163.com(通信作者);程广明(1986-),男,博士生,主要研究方向为量子信息与通信;郭建军(1982-),男,博士生,主要研究方向为量子信息通信技术;刘颂豪(1930-),男,院士,主要研究方向为量子信息与通信。

态较难保持<sup>[16,17]</sup>,且消耗了较多纠缠资源。本文针对实际量子信道环境的影响,利用高维非对称信道密集编码传送信息量大的优势,结合控制密集编码原理,提出多体非对称信道的量子受控密集编码,用量子测量的方法控制经典信息<sup>[18]</sup>,实现  $N$  方发送方和 1 方接收方之间密集编码传送信息量的调控,提高了密集编码调控传送信息量。本文介绍了四粒子最大纠缠态的高维非对称受控密集编码方案,并推广到多体部分纠缠态的高维非对称量子信道,且计算了两种情况下调控传送的平均信息量。

## 2 四粒子非对称受控密集编码方案

设 Alice, David, Bob 和 Charlie 初始时分享最大纠缠态

$$|\varphi\rangle_{1234} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0000\rangle + |1111\rangle)_{1234} \quad (1)$$

其中, Alice 和 David 为信息发送方, Bob 为信息接收方,而 Charlie 为信息监控方。粒子 1, 2 分别属于 Alice 和 David, 处于 3 维希尔伯特空间中, 粒子 3, 4 分别属于 Bob 和 Charlie, 处于 2 维希尔伯特空间中, 它们构成  $3 \times 3 \times 2 \times 2$  维希尔伯特空间的非对称量子纠缠信道。Charlie 利用 2 维粒子 4 可以调控发送方 Alice, David 和接收方 Bob 之间  $3 \times 3 \times 2$  维非对称信道的密集编码。方案如下:

Charlie 在基矢

$$\begin{aligned} |+\rangle_4 &= \cos\theta|0\rangle_4 + \sin\theta|1\rangle_4, \\ |-\rangle_4 &= \sin\theta|0\rangle_4 - \cos\theta|1\rangle_4, \end{aligned} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

下对粒子 4 作 Von Neumann 测量, 并通过经典信道将测量结果告知 Alice, David 和 Bob。  $|\varphi\rangle_{1234}$  可以用基矢  $\{|+\rangle_4, |-\rangle_4\}$  表示为

$$|\varphi\rangle_{1234} = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\psi\rangle_{123} \otimes |+\rangle_4 + |\phi\rangle_{123} \otimes |-\rangle_4] \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{123} &= (\cos\theta|000\rangle + \sin\theta|111\rangle)_{123} \\ |\phi\rangle_{123} &= (\sin\theta|000\rangle - \cos\theta|111\rangle)_{123} \end{aligned} \quad (4)$$

根据式(3), Charlie 局域地测量粒子 4 即可使粒子 1, 2, 3, 4 的量子态塌缩, 对应于 Charlie 的测量结果  $|+\rangle_4$  和  $|-\rangle_4$ , 粒子 1, 2 和 3 的量子态将分别以  $\frac{1}{2}$  的概率塌缩为  $|\psi\rangle_{123}$  和  $|\phi\rangle_{123}$ 。从式(4)可知  $|\psi\rangle_{123}$  和  $|\phi\rangle_{123}$  的量子纠缠受到 Charlie 测量角  $\theta$  的调控, 通过控制  $\theta$  的大小, Charlie 实现了 Alice, David 和 Bob 之间量子信道的纠缠控制。Charlie 完成粒子 4 的测量后, 与 Alice, David 和 Bob 通过经典信道联系, 在确认信道环境没有窃听后将测量结果告知他们。通常,  $|\psi\rangle_{123}$  和  $|\phi\rangle_{123}$  这两个量子态为部分纠缠态, Alice, David 和 Bob 利用其作为量子纠缠资源进行密集编码的效率不高, 他们通过引进辅助粒子构造么正变换对其进行纯化以提取最大纠缠态。Charlie 两种测量结果讨论情况如下:

第一种情况, Charlie 的测量结果为  $|+\rangle_4$ 。  $|\varphi\rangle_{1234}$  塌缩为  $|\psi\rangle_{123}$ , Bob 引进一个 2 维希尔伯特空间初始态为  $|0\rangle_{aux}$  的辅助粒子, 粒子 1, 2, 3 构成复合系统  $\{|\psi\rangle_{123} \otimes |0\rangle_{aux}\}$ 。

$$|\psi\rangle_{123} \otimes |0\rangle_{aux} = (\cos\theta|000\rangle + \sin\theta|111\rangle)_{123} \otimes |0\rangle_{aux} \quad (5)$$

接着, 他在基矢  $\{|0\rangle_3|0\rangle_{aux}, |1\rangle_3|0\rangle_{aux}, |0\rangle_3|1\rangle_{aux}, |1\rangle_3|1\rangle_{aux}\}$  下对粒子 3 和辅助粒子作么正变换  $U_1$ 。

$$U_1 = \begin{pmatrix} \tan\theta & 0 & \sqrt{1-\tan^2\theta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sqrt{1-\tan^2\theta} & 0 & -\tan\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

复合系统转换为

$$|\psi\rangle_{123aux} = \sqrt{2}\sin\theta \left[ \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)_{123} \right] \otimes |0\rangle_{aux} + \sqrt{\cos 2\theta} |000\rangle_{123} \otimes |1\rangle_{aux} \quad (7)$$

Bob 再在基矢  $\{|0\rangle_{aux}, |1\rangle_{aux}\}$  下对辅助粒子执行正交测量, 如果 Bob 得到的结果为  $|1\rangle_{aux}$ , 粒子 1, 2, 3 系统的量子态塌缩为  $\{|000\rangle_{123}\}$ , 不再纠缠, 不能用来进行密集编码, Bob, Alice 和 David 约定将其舍弃; 如果他得到的结果是  $|0\rangle_{aux}$ , 则粒子 1, 2 和 3 塌缩为

$$|\xi\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)_{123} \quad (8)$$

$|\xi\rangle_{123}$  是最大纠缠态, 可以用其进行非对称信道的密集编码。编码方案如下:

Alice 对量子位 1 随机执行  $\{U_{00}, U_{01}, U_{10}, U_{11}, U_{20}, U_{21}\}$  这 6 个么正操作中的一个, 为量子位 1 编码信息。

$$\begin{aligned} U_{00} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & U_{01} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ U_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & U_{11} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ U_{20} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & U_{21} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

David 对量子位 2 也随机执行  $\{U_{00}, U_{10}, U_{20}\}$  这 3 个么正操作中的一个, 为量子位 2 编码信息。Alice 和 David 的联合么正变换可以表示成

$$\begin{aligned} U_1^+ &= U_{00} \otimes U_{00} & U_1^- &= U_{01} \otimes U_{00} & U_2^+ &= U_{10} \otimes U_{00} \\ U_2^- &= U_{11} \otimes U_{00} & U_3^+ &= U_{20} \otimes U_{00} & U_3^- &= U_{21} \otimes U_{00} \\ U_4^+ &= U_{00} \otimes U_{10} & U_4^- &= U_{01} \otimes U_{10} & U_5^+ &= U_{10} \otimes U_{10} \\ U_5^- &= U_{11} \otimes U_{10} & U_6^+ &= U_{20} \otimes U_{10} & U_6^- &= U_{21} \otimes U_{10} \\ U_7^+ &= U_{00} \otimes U_{20} & U_7^- &= U_{01} \otimes U_{20} & U_8^+ &= U_{10} \otimes U_{20} \\ U_8^- &= U_{11} \otimes U_{20} & U_9^+ &= U_{20} \otimes U_{20} & U_9^- &= U_{21} \otimes U_{20} \end{aligned} \quad (10)$$

方程(10)中的联合么正变换将  $|\xi\rangle_{123}$  相应变换为

$$\begin{aligned} U_1^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle \pm |111\rangle)_{123} = |\xi_1^\pm\rangle_{123} \\ U_2^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|100\rangle \pm |211\rangle)_{123} = |\xi_2^\pm\rangle_{123} \\ U_3^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|200\rangle \pm |011\rangle)_{123} = |\xi_3^\pm\rangle_{123} \\ U_4^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle \pm |101\rangle)_{123} = |\xi_4^\pm\rangle_{123} \\ U_5^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|110\rangle \pm |201\rangle)_{123} = |\xi_5^\pm\rangle_{123} \\ U_6^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|210\rangle \pm |001\rangle)_{123} = |\xi_6^\pm\rangle_{123} \\ U_7^\pm |\xi\rangle_{123} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|020\rangle \pm |101\rangle)_{123} = |\xi_7^\pm\rangle_{123} \end{aligned} \quad (11)$$

$$U_8^\dagger |\xi\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|120\rangle \pm |201\rangle)_{123} = |\xi_8^\pm\rangle_{123}$$

$$U_9^\dagger |\xi\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|220\rangle \pm |001\rangle)_{123} = |\xi_9^\pm\rangle_{123}$$

式(11)中的 18 个量子态  $|\xi_i^\pm\rangle_{123}$  ( $i=1,2,\dots,9$ ) 构成了希尔伯特空间的一组正交完备基,  $\sum_i \sum_j |\xi_i^\pm\rangle \langle \xi_j^\pm| = I$ ,  $\langle \xi_i^\pm | \xi_j^\pm \rangle = \delta_{ii'} \delta_{jj'}$ , 其中,  $i, i' \in [0,9]$ ,  $j, j' \in [+,-]$ 。Alice 和 David 执行完上述么正操作后, 分别将他们的粒子传送给 Bob。Bob 在正交完备基下对粒子 1,2,3 进行联合测量, 根据测量结果, Bob 就可以区分出不同的量子态, 推断 Alice 和 David 执行了哪些么正操作, 获得  $\log_2 18$  比特的经典信息, 密集编码获得成功。

第二种情况, Charlie 的测量结果为  $|-\rangle_4$ , 此时,  $|\varphi\rangle_{1234}$  塌缩为  $|\phi\rangle_{123}$ 。容易发现, 与测量结果为  $|+\rangle_4$  时的处理过程相同, Bob 接收到的信息量也同为  $\log_2 18$  比特。

两种情况 Bob 获得的平均信息量为

$$I_{\text{trans}} = 2 \times \left[ \frac{1}{2} \times 2 \sin^2 \theta \times \log_2 18 \right] = 2(1 + 2 \log_2 3) \sin^2 \theta \quad (12)$$

### 3 多粒子非对称受控密集编码

四粒子的受控密集编码方案可以进一步推广到多体间的受控密集编码方案。在实际的量子信道中, 由于退相干作用, 最大纠缠态的制备和保存通常比较困难, 不失一般性, 假设有  $N+2$  个人初始时分享部分纠缠态

$$|\varphi\rangle_{12\dots N+2} = [\alpha|00\dots 0\rangle + \beta|11\dots 1\rangle]_{12\dots N+2} \quad (13)$$

$\alpha, \beta$  为实数, 满足  $\alpha \geq \beta$ ,  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。其中, 前面的  $N$  个粒子属于信息的发送方所有 (第一个为 Alice), 处于 3 维希尔伯特空间中, 第  $N+1$  个粒子和第  $N+2$  个粒子分别属于信息接收方 Bob 和信息调控者 Charlie, 处于 2 维希尔伯特空间中。  $N+2$  个粒子构成  $\{3 \times 3 \times \dots \times 2 \times 2 = 3^N \times 2 \times 2\}$  维希尔伯特空间的多体纠缠非对称量子信道。

Charlie 在基矢

$$\begin{aligned} |+\rangle_{N+2} &= \cos\theta |0\rangle_{N+2} + \sin\theta |1\rangle_{N+2} \\ |-\rangle_{N+2} &= \sin\theta |0\rangle_{N+2} - \cos\theta |1\rangle_{N+2} \end{aligned}, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \quad (14)$$

下对第  $N+2$  个粒子作 Von Neumann 测量, 并通过经典信道将测量结果告知前面的  $N+1$  个人。在  $\{|+\rangle_{N+2}, |-\rangle_{N+2}\}$  基下,  $|\varphi\rangle_{12\dots N+2}$  可以写成

$$|\varphi\rangle_{12\dots N+2} = \sqrt{\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta} |\psi\rangle_{12\dots N+1} \otimes |+\rangle_{N+2} + \sqrt{\alpha^2 \sin^2 \theta + \beta^2 \cos^2 \theta} |\phi\rangle_{12\dots N+1} \otimes |-\rangle_{N+2} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{12\dots N+1} &= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta}} [\alpha \cos\theta |00\dots 0\rangle + \beta \sin\theta |11\dots 1\rangle]_{12\dots N+1} \\ |\phi\rangle_{12\dots N+1} &= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 \sin^2 \theta + \beta^2 \cos^2 \theta}} [\alpha \sin\theta |00\dots 0\rangle - \beta \cos\theta |11\dots 1\rangle]_{12\dots N+1} \end{aligned} \quad (16)$$

从式(15)可以发现, 对应于 Charlie 的测量结果  $|+\rangle_{N+2}$  和  $|-\rangle_{N+2}$ , 粒子 1,2, $\dots$ ,  $N+1$  的量子态将分别塌缩为  $|\psi\rangle_{12\dots N+1}$  和  $|\phi\rangle_{12\dots N+1}$ 。

先考虑 Charlie 的测量结果为  $|+\rangle_{N+2}$  的情况, 粒子 1,2, $\dots$ ,  $N+1$  的量子态塌缩为  $|\psi\rangle_{12\dots N+1}$ 。Bob 引进一个 2 维希尔

伯特空间初始态为  $|0\rangle_{aux}$  的辅助粒子, 粒子 1,2, $\dots$ ,  $N+1$  和辅助粒子构成复合系统  $\{|\psi\rangle_{12\dots N+1} \otimes |0\rangle_{aux}\}$ , 接着, 他在基矢  $\{|0\rangle_{N+1}|0\rangle_{aux}, |1\rangle_{N+1}|0\rangle_{aux}, |0\rangle_{N+1}|1\rangle_{aux}, |1\rangle_{N+1}|1\rangle_{aux}\}$  下对第  $N+1$  个粒子和辅助粒子作么正变换  $U_2$ 。

$$U_2 = \begin{pmatrix} \frac{\beta}{\alpha} \tan\theta & 0 & \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \tan^2 \theta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \tan^2 \theta} & 0 & -\frac{\beta}{\alpha} \tan\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

联合么正操作将复合系统变换为

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{12\dots N+1, aux} &= \frac{\sqrt{2} \beta \sin\theta}{\sqrt{\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} |00\dots 0\rangle_{12\dots N+1} + \right. \\ &\quad \left. |11\dots 1\rangle_{12\dots N+1} \right] \otimes |0\rangle_{aux} + \frac{\sqrt{\alpha^2 \cos^2 \theta - \beta^2 \sin^2 \theta}}{\sqrt{\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta}} \\ &\quad |00\dots 0\rangle_{12\dots N+1} \otimes |1\rangle_{aux} \end{aligned} \quad (18)$$

Bob 再在基矢  $\{|0\rangle_{aux}, |1\rangle_{aux}\}$  下对辅助粒子作正交测量。如果测量结果为  $|1\rangle_{aux}$ , 则  $|\psi\rangle_{12\dots N+1, aux}$  塌缩到  $|00\dots 0\rangle_{12\dots N+1}$ ,  $|00\dots 0\rangle_{12\dots N+1}$  不是纠缠态, 密集编码无法进行, 舍弃掉; 如果 Bob 的测量结果为  $|0\rangle_{aux}$ , 则  $|\psi\rangle_{12\dots N+1, aux}$  塌缩到最大纠缠态。

$$|\xi\rangle_{12\dots N+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\dots 0\rangle + |11\dots 1\rangle)_{12\dots N+1} \quad (19)$$

$|\xi\rangle_{12\dots N+1}$  是最大纠缠态, 可以用来进行多粒子的非对称密集编码。具体方案如下:

Alice 对粒子 1 随机执行  $\{U_{00}, U_{01}, U_{10}, U_{11}, U_{20}, U_{21}\}$  这 6 个么正操作中的一个, 为量子位 1 编码信息, 剩下  $N-1$  方发送者各随机执行  $\{U_{00}, U_{10}, U_{20}\}$  这 3 个么正操作中的一个, 为他们的量子位编码信息。这样, 对  $N$  个粒子执行的独立么正操作个数为  $\{6 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3 = 2 \times 3^N\}$ 。所有发送者分别对自己的粒子执行么正变换后, 将其发送给 Bob, Bob 对接收到的  $N$  个粒子和他原来的粒子执行联合测量, 根据测量结果推断出所有发送者施行的么正操作类型, 从而获得  $\{\log_2 (2 \times 3^N) = 1 + N \log_2 3\}$  比特的信息, 密集编码获得成功。

所以, 接收者 Bob 获得的平均信息量为

$$\begin{aligned} I_{\text{trans}} &= [(\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta) \times \frac{2\beta^2 \sin^2 \theta}{\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta} \times (1 + \\ &\quad N \log_2 3)] \\ &= 2(1 + N \log_2 3) \beta^2 \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (20)$$

再考虑 Charlie 的测量结果为  $|-\rangle_{N+2}$  的情况, 粒子 1,2, $\dots$ ,  $N+1$  的量子态塌缩为  $|\phi\rangle_{12\dots N+1}$ 。Bob 引进一个 3 维希尔伯特空间初始态为  $|0\rangle_{aux}$  的辅助粒子, 粒子 1,2, $\dots$ ,  $N+1$  和辅助粒子构成复合系统  $\{|\phi\rangle_{12\dots N+1} \otimes |0\rangle_{aux}\}$ , 接着, Bob 在基矢  $\{|0\rangle_{N+1}|0\rangle_{aux}, |1\rangle_{N+1}|0\rangle_{aux}, |0\rangle_{N+1}|1\rangle_{aux}, |1\rangle_{N+1}|1\rangle_{aux}, |0\rangle_{N+1}|2\rangle_{aux}, |1\rangle_{N+1}|2\rangle_{aux}\}$  下对第  $N+1$  个粒子和辅助粒子作么正变换  $U_3$ 。

$$U_3 = \begin{pmatrix} \frac{\beta}{\alpha} & 0 & \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\tan\theta & 0 & \sqrt{1 - \tan^2 \theta} & 0 & 0 \\ \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2}} & 0 & -\frac{\beta}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{1 - \tan^2 \theta} & 0 & \tan\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

联合么正操作将复合系统变换为

$$|\phi\rangle_{12\dots N+1,aux} = \frac{\sqrt{2}\beta\sin\theta}{\sqrt{\alpha^2\sin^2\theta+\beta^2\cos^2\theta}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} |00\dots 0\rangle_{12\dots N+1} + |11\dots 1\rangle_{12\dots N+1} \right] \otimes |0\rangle_{aux} + \frac{\sin\theta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}{\sqrt{\alpha^2\sin^2\theta+\beta^2\cos^2\theta}} |00\dots 0\rangle_{12\dots N+1} \otimes |1\rangle_{aux} - \frac{\beta\sqrt{\cos 2\theta}}{\sqrt{\alpha^2\sin^2\theta+\beta^2\cos^2\theta}} |01\dots 1\rangle_{12\dots N+1} \otimes |2\rangle_{aux} \quad (22)$$

Bob 再在基矢  $\{|0\rangle_{aux}, |1\rangle_{aux}, |2\rangle_{aux}\}$  下对辅助粒子作正交测量。如果测量结果为  $|1\rangle_{aux}$ , 则  $|\phi\rangle_{12\dots N+1,aux}$  塌缩到  $|00\dots 0\rangle_{12\dots N+1}$ , 如果测量结果为  $|2\rangle_{aux}$ , 则  $|\phi\rangle_{12\dots N+1,aux}$  塌缩到  $|01\dots 1\rangle_{12\dots N+1}$ 。  $|00\dots 0\rangle_{12\dots N+1}$  和  $|01\dots 1\rangle_{12\dots N+1}$  都不是纠缠态, 无法进行密集编码, 均舍弃掉。如果 Bob 的测量结果为  $|0\rangle_{aux}$ , 则  $|\phi\rangle_{12\dots N+1,aux}$  塌缩到最大纠缠态  $\{\frac{1}{\sqrt{2}}|00\dots 0\rangle_{12\dots N+1} + |11\dots 1\rangle_{12\dots N+1}\}$ , 密集编码方案可以参照测量结果为  $|+\rangle_{N+2}$  的情况进行。

容易计算出 Bob 获得的信息量为

$$I_{trans}^3 = [(\alpha^2\sin^2\theta+\beta^2\cos^2\theta) \times (\frac{2\beta^2\sin^2\theta}{\alpha^2\sin^2\theta+\beta^2\cos^2\theta}) \times (1+N\log_2 3)] = 2(1+N\log_2 3)\beta^2\sin^2\theta \quad (23)$$

综合 Charlie 的两种测量结果, Bob 获得的平均信息量为

$$I = I_{trans}^2 + I_{trans}^3 = 4\beta^2\sin^2\theta(1+N\log_2 3) \quad (24)$$

根据式(24), 调控者 Charlie 通过改变测量角  $\theta$  的大小, 可以控制  $N$  个信息发送方传递给 Bob 的信息量, 传递信息量在下面的范围浮动

$$0 \leq I \leq 2(1+N\log_2 3)\beta^2 \quad (25)$$

当  $\theta=0$  时, 不等式(25)取极小值, 调控传递的信息量为 0; 当  $\theta=\frac{\pi}{4}$  时, 不等式(25)取极大值, 调控传递的信息量最大, 为  $2(1+N\log_2 3)\beta^2$ 。

而当  $\alpha=\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}$  时, 多体非对称量子信道纠缠程度最大, 此时粒子  $1, 2, \dots, N+1$  的量子态为

$$|\varphi\rangle_{12\dots N+2} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\dots 0\rangle + |11\dots 1\rangle]_{12\dots N+1} \quad (26)$$

调控传递的信息量

$$I = 2(1+N\log_2 3)\sin^2\theta \quad (27)$$

调控范围为

$$0 \leq I \leq (1+N\log_2 3) \quad (28)$$

利用最大纠缠多体非对称量子信道, Charlie 最多可调控  $\{1+N\log_2 3\}$  比特经典信息的传递, 提高了密集编码可调控传递信息量。表 1 是本文提出的方案与几种经典参考文献方案密集编码调控传递信息量的比较。

表 1 调控传递信息量

	文献[10]	文献[12]	文献[14]	本文方案
调控粒子数	2	3	N+1	N+1
最小值	1	2	N	0
最大值	2	3	N+1	1+Nlog <sub>2</sub> 3

从式(24)可以发现, Charlie 调控发送方和接收方之间传

送的信息量由两部分组成, 第一项  $4\beta^2\sin^2\theta$  由调控者的测量角  $\theta$  以及量子信道初始纠缠系数  $\beta$  所贡献; 第二项  $\{(4N\log_2 3) \times \beta^2\sin^2\theta\}$  除了与  $\theta, \beta$  有关之外, 还与信息发送方的纠缠粒子数  $N$  有关,  $N$  越大, 则表示纠缠的粒子越多, 传递信息的能力越强。此外, 观察  $\log_2 3$  发现, 它恰好体现了发送方处于 3 维希尔伯特空间的事实, 其大小完全由发送方的粒子所处的希尔伯特空间的维数决定。

**结束语** 量子密集编码具有安全性、超大信道容量、信息效率高等优势。本文提出一种新型的基于多体非对称纠缠信道的量子受控密集编码方案。信息发送方和接收方在监控者的测量下, 通过引入辅助粒子并构造么正变换矩阵, 纯化量子信道, 以一定的概率实现密集编码。监控者通过调节测量角度可以控制信息发送方和接收方之间的量子信道以及传递的信息量。研究表明, 方案提高了调控者控制密集编码传递的信息和调控的范围, 与其他文献相比, 效率更高, 为量子通信和量子计算的发展提供了理论参考。

## 参考文献

- [1] Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one and two-particle operations on Einstein-Podolsky-Rosen state[J]. Physical Review Letters, 1992, 69(20): 2881-2884
- [2] Barenco A, Ekert A K. Dense coding based on quantum entanglement[J]. Journal of Modern Optics, 1995, 42(6): 1253-1259
- [3] Bose S, Vedral V, Knight P L. Multiparticle generalization of entanglement swapping[J]. Physical Review A, 1998, 57(2): 822
- [4] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H, et al. Experimental entanglement swapping; Entangling photons that never interacted [J]. Physical Review Letters, 1998, 80(18): 3891
- [5] Liu X S, Long G L, Tong D M, et al. General scheme for super dense coding between multi-parties [J]. Physical Review A, 2002, 65
- [6] Pati A K, Parashar P, Agrawal P. Probabilistic super dense coding[J]. Physical Review A, 2005, 72
- [7] Yan Feng-li, Mei-Yu W. A scheme for dense coding in the non-symmetric quantum channel[J]. Chinese physics Letters, 2004, 21(7): 1195-1197
- [8] Qiu Bo-fan, Zhang Shou. Probabilistic dense coding using a non-symmetric multipartite quantum channel[J]. Physics Letters A, 2006, 348(3-6): 160-165
- [9] Fu Chang-bao, Xia Yan, Zhang Shou. Multi-party dense coding in non-symmetric quantum channel[J]. Chinese Physics, 2006, 15(8): 1682-1685
- [10] Hao J C, Li C F, Guo G C. Controlled dense coding using the Greenberger-Horne-Zeilinger state [J]. Physical Review A, 2001, 63
- [11] Zhang J, Xie C, Peng K. Controlled dense coding for continuous variables using three-particle entangled states[J]. Physical Review A, 2002, 66
- [12] Wan Hai-qing. Controlled dense coding with a four-particle non-maximally entangled state[J]. International Journal of Theoretical Physics, 2010, 49(9): 2172-2179
- [13] Huang J, Huang G. Dense Coding with Extended GHZ-W State via Local Measurements[J]. International Journal of Theoretical Physics, 2011, 50(9): 2842-2849

(下转第 69 页)

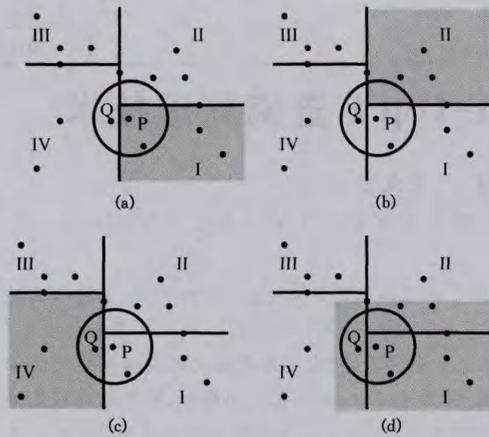


图2 度量树和溢出树的节点分割

## 4 仿真与分析

### 4.1 仿真设置

为了检验本文算法的识别效率,作者将本文算法与典型帧时隙 ALOHA 算法、动态帧时隙 ALOHA 算法进行了不同标签数量环境下的仿真对比。在仿真过程中,令  $P_{\max}=0.8$ ,  $P_{\min}=0.2$ ,  $N=128$ ,帧时隙 ALOHA 算法中的帧时隙大小设为 256。仿真的硬件平台为配置为 2.4GHz Intel Core CPU 和 4GB RAM 的工作站。

### 4.2 仿真结果

上述 3 种算法识别过程的仿真结果如图 3 所示,其中横坐标代表标签数量,纵坐标代表在不同标签数量下不同算法识别所有标签所用的时隙数量。从图中可以看出,随着标签数量的不断增多,本文算法每帧所成功发送的标签数量不断增多,识别效率不断提高,明显优于典型帧时隙 ALOHA 算法;而且,在识别过程中所需时隙数与标签数量基本呈线性关系,便于系统整体工作任务的时间调配。

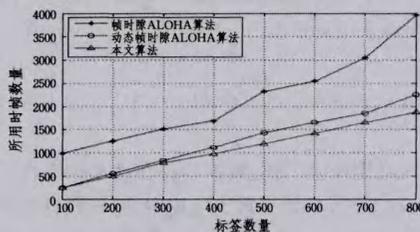


图3 仿真结果对比

同时,得益于混合溢出树这种高效率标签检索机制的引入,本文算法的处理时间仅为标准动态帧时隙 ALOHA 算法的 27.21%,为采用 BBF 的动态帧时隙 ALOHA 算法的 57.30%,为采用 LSH 的动态帧时隙 ALOHA 算法的 79.75%。

**结束语** 本文对帧时隙 ALOHA 防碰撞算法进行了分析,阐述了其存在的不足,并针对帧时隙 ALOHA 搜索算法

标签识别效率问题,引入一次搜索命中率极高的混合溢出树搜索算法,提出了结合精确标签估计和混合溢出树搜索的帧时隙 ALOHA 算法。不同标签数量环境下的仿真对比结果表明,本文算法进一步提高了动态帧时隙 ALOHA 算法的识别效率,有效提高了 RFID 系统的信道资源利用率。

## 参考文献

- [1] 戚湧,胡军,李千目. 面向 RFID 数据处理的复杂事件模式匹配方法[J]. 计算机科学,2013,40(1):73-76
- [2] 杨衡亮. 基于 RFID 的监狱犯人智能定位管理系统设计[J]. 计算机科学,2013,40(11A):383-384
- [3] 昌晶,祝诗平,唐超,等. 基于 RFID 与 GPS 技术的配网巡检仪开发[J]. 西南师范大学学报:自然科学版,2013,38(6):141-144
- [4] Chen Y H, Horng S J, Run R S, et al. A novel anti-collision algorithm in RFID Systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2010, 6(1):105-121
- [5] Choi J H, Lee D, Lee H. Query tree-based reservation for efficient RFID tag anti-collision [J]. IEEE Communications Letters, 2007, 11(1):85-87
- [6] Mala H, Dakhilalian M, Shakiba M. Cryptanalysis of mCrypton - A lightweight block cipher for security of RFID tags and sensors [J]. International Journal of Communication Systems, 2012, 25(4):415-426
- [7] Namboodiri V, Gao L. Energy-aware tag anti-collision protocols for RFID systems [J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2010, 9(1):44-59
- [8] 陈祖爵,秦栋,王洪金. 改进型帧时隙 ALOHA 防碰撞算法研究[J]. 无线电通信技术,2008,34(3):50-54
- [9] Liu T, Moore A W, Gray A, et al. An investigation of practical approximate nearest neighbor algorithms [M]// Advances in Neural Information Processing Systems, 2005:825-832
- [10] Li Z, Gong W, Nee A Y C, Ong S K. Region-restricted rapid key-point registration [J]. Optics Express, 2009, 17(24):22096-22101
- [11] Beis J S, Lowe D G. Shape indexing using approximate nearest-neighbour search in high-dimensional spaces [C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 1997:1000-1006
- [12] Lowe D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2):91-110
- [13] Gionis A, Indyk P, Motwani R. Similarity search in high dimensions via Hashing [C]// Proceedings of 25th International Conference on Very Large Data Bases (VLDB), 1999:518-529
- [14] Ross B C. An analysis of SIFT object recognition with an emphasis on landmark detection [D]. MIT Master Thesis, 2004
- [15] Ciaccia P, Patella M, Zezula P. M-tree: An efficient access method for similarity search in metric spaces [C]// Proceedings of the 23rd VLDB International Conference, 1997
- [16] Shadman Z, Kampermann H, Macchiavello C, et al. Optimal super dense coding over noisy quantum channels[J]. New Journal of Physics, 2010, 12(7):1-20
- [17] 王栋,叶柳. 基于最大和非最大纠缠信道一类三量子比特 W 态的远程制备方案[J]. 量子电子学报, 2012, 29(3):330-338
- [18] 黄泽霞,黄德才,俞攸红. 动态控制场下一种改进的量子最优控制[J]. 计算机科学, 2013, 40(1):233-261

(上接第 56 页)

- [14] Huang Y B, Li S S, Nie Y Y. Controlled dense coding between multi-parties[J]. International Journal of Theoretical Physics, 2009, 48(10):95-100
- [15] Xia Y, Song H S. Controlled quantum secure direct communication using a non-symmetric quantum channel with quantum super dense coding[J]. Physics Letters A, 2007, 364(2):117-122