

# 基于提升算法的边缘检测方法的研究<sup>\*</sup>

A Study on Edge Detection Algorithm Based on Lifting Scheme

骆正虎 杨敬安 吴刚

(合肥工业大学 A126信箱 合肥230009)

**Abstract** This paper presents a novel image edge detection algorithm based on lifting scheme. Image is transformed at dyadic scales based on lifting scheme. A multiresolution edge point is considered if the magnitude of gradient attains a local maximum along the gradient direction. Theory and empirical result show that this algorithm is robust. Its time and space complexity is low and its result is precise and reliable.

**Keywords** Lifting scheme, Wavelet transform, Edge detection, Interpolating subdivision

## 1. 引言

图像边缘是图像的重要特征,是一种重要的视觉信息,图像的边缘检测在图像处理和计算机视觉中占据着重要地位,边缘检测的定位准确度和精度直接影响到整个系统的性能好坏。然而图像边缘检测的本质问题尚未得到圆满解决,至今没有一个通用而且有效的检测方法能够满足不同目的的需要,究其原因就是该过程不是独立于整个图像处理任务的,并且物体的某些部分(如边界)并不总是可见的。

一个更好的解决办法就是多分辨率分析法,以局部极大值点为边缘点,由粗到精地确定图像的边缘,给出边缘的空间——尺度联合信息,从而可以更加精确地描述图像场景中的物体。本文正是基于这种思路,提出一种基于提升算法(Lifting Scheme)<sup>[1,2]</sup>的多分辨率边缘检测方法,可以得到不同分辨率上的边缘信息从而描述图像场景中的物体。

## 2. 提升算法

### 2.1 提升算法的基本框架

提升算法由 Wim Sweldens 等于1995年提出,当时主要解决了表面及插值小波变换等问题<sup>[1]</sup>。其特点是所有的运算都在空间域进行,从而摆脱了对频率域的依赖。这样,不必借助 Fourier 分析,且容易实现快速算法,所涉及的操作都是本位(in-place)运算,占用内存空间小,可广泛应用于图形图像计算问题。这种小

波变换的新方法称为第二代小波变换<sup>[3]</sup>。

图1示出了提升算法所包含的三个基本步骤:切分(split)、预测(predict)、更新(update)。

·切分:把原始信号切分成不相交的两个子集。虽然理论上可以采用任意不相交的切分方法,但实践上通常都将原始信号  $x[n]$  切分成偶数样本  $x_e[n] = x[2n]$  和奇数样本  $x_o[n] = x[2n+1]$ 。

·预测:采用预测算子  $P$  根据偶数样本  $x_e[n]$  预测奇数样本  $x_o[n]$ ,其误差称为小波系数:

$$d[n] = x_o[n] - P(x_e[n]) \quad (1)$$

·更新:对小波系数  $d[n]$  施加更新算子  $U$  进行运算,然后加上  $x_e[n]$  即可得到尺度系数  $c[n]$ ,从而得出在较低分辨率上对原始信号  $x[n]$  的一种逼近:

$$c[n] = x_e[n] + U(d[n]) \quad (2)$$

以上三个步骤构成了一个正向提升过程。类似于传统小波变换,对输出  $c[n]$  反复进行正向提升过程即可获得离散小波变换 DWT 尺度系数  $c^j[n]$  和小波系数  $d^j[n]$  的完备集合<sup>[4]</sup>。在每一尺度上,为  $c^j[n]$  和  $d^j[n]$  分别乘以权系数  $k_c$  和  $k_d$ ,这样可以使得尺度函数和小波函数的能量归一化。

即使算子  $P$  和  $U$  是非线性、不可逆的,提升算法也很容易进行逆变换。重新整理(1)式和(2)式即可得到:

$$x_e[n] = c[n] - U(d[n]) \quad (3)$$

$$x_o[n] = d[n] + P(x_e[n]) \quad (4)$$

只要对于正向提升和逆向提升采用相同的算子  $P$

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助课题,编号:69585002,69785003,骆正虎 博士生,研究方向为小波分析、图像处理、多媒体通信,杨敬安 教授,博导,研究方向为计算机视觉、人工智能、模式识别,吴刚 博士生,研究方向为计算机视觉、图像处理、人工智能。

和  $U$ , 那么原始信号就可以完全重构。逆向提升算法示于图2, 最后只要将奇偶样本合并(merge)即可重构原始信号。

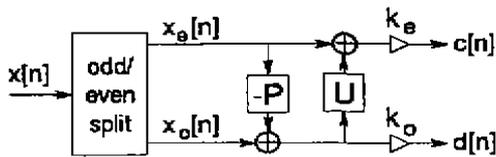


图1 正向提升算法: 切分、预测、更新,  $k_e, k_o$  用以归一化尺度函数和小波函数的能量

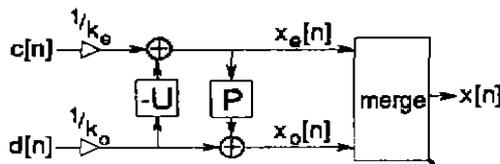


图2 逆向提升算法: 更新、预测、合并

### 2.2 算子设计

预测和更新算子的设计可以采用插值细分(interpolating subdivision)<sup>[5]</sup>的方法进行。

对于预测算子, 通常采用线性或三次插值细分。线性插值细分是通过计算相邻的两个偶数样本的平均值来预测奇数样本, 而三次插值细分通过构造一经过相邻的四个偶数样本的三次曲线并计算该曲线在相应奇数样本点的值来预测该奇数样本。图3示出了线性插值细分的基本思想。

设预测算子为:

$$P(x_e[n]) = \sum_l c_l x_e[n+l] \quad (5)$$

具体对于三次插值细分预测算子可设为:

$$P(x_e[n]) = c_1 x_e[n-1] + c_2 x_e[n] + c_3 x_e[n+1] + c_4 x_e[n+2] \quad (6)$$

为得出系数  $c_l$  可按照如下步骤进行: 构造多项式  $f(x)$  使得  $x=1$  时  $f(x)=1$ , 而  $x=2, 3, 4$  时  $f(x)=0$ , 并计算出  $f(x)$  在  $x=5/2$  的值, 则  $c_1 = f(5/2) = -0.0625$ ; 同理可得  $c_2 = c_3 = 0.5625, c_4 = -0.0625$ 。

将该预测算子代入(1)式可得:

$$d[n] = x_o[n] - (-x_e[n-1] + 9x_e[n] + 9x_e[n+1] - x_e[n+2])/16 \quad (7)$$

同理可得更新算子并代入(2)式:

$$c[n] = x_e[n] + (-d[n-2] + 9d[n-1] + 9d[n] - d[n+1])/32 \quad (8)$$

图4示出了这一系数求解过程。

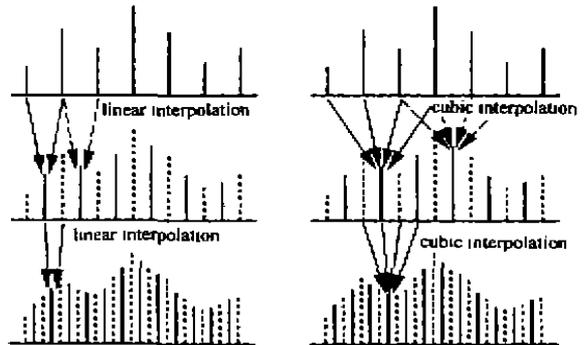


图3 线性插值和三次插值细分

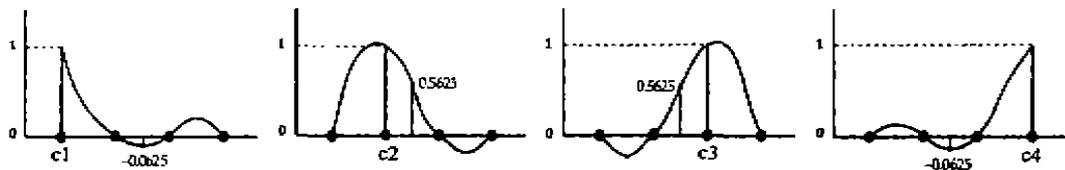
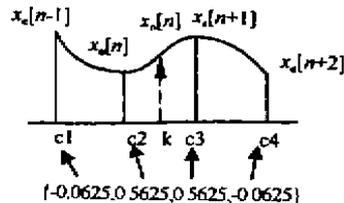


图4 三次插值细分插值系数求解

### 3. 基于提升算法的边缘检测方法

描述信号最有意义的特征是信号的突变点, 它包含了信号的大量信息, 而小波变换的局部极大值则可

以刻画出信号突变点的位置及其性质<sup>[6]</sup>。图像中物体的边缘正是由于图像灰度的突变而形成的, 因此通过跟踪小波变换的局部极大值即可检测出边缘的位置。

设母小波  $\psi(x, y), \Psi^2(x, y)$  是某光滑函数  $\varphi(x, y)$

的偏微分:

$$\Psi^1(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, y), \Psi^2(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \varphi(x, y) \quad (9)$$

则图像  $f(x, y)$  在尺度  $2^j$  的小波变换为:

$$W_{2^j}^k f(x, y) = f * \Psi_{2^j}^k(x, y), k=1, 2 \quad (10)$$

其中  $\Psi_{2^j}^k(x, y) = 2^{-2^j} \Psi^k(2^{-j}x, 2^{-j}y)$

为找出小波变换的极大值, 将(10)式转化为幅值—相位形式:

$$\rho_{2^j} f(x, y) = \sqrt{(W_{2^j}^1 f(x, y))^2 + (W_{2^j}^2 f(x, y))^2} \quad (11)$$

$$\theta_{2^j} f(x, y) = \arctan \left[ \frac{W_{2^j}^2 f(x, y)}{W_{2^j}^1 f(x, y)} \right] \quad (12)$$

并将  $\theta_{2^j} f(x, y)$  量化为离散值  $(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4})$ .

若点  $(x, y)$  的小波变换幅值  $\rho_{2^j} f(x, y)$  沿梯度方向  $\theta_{2^j} f(x, y)$  达到局部极大值, 则认为该点为边缘所在, 连接所有这样的点即得到图像  $f(x, y)$  在尺度  $2^j$  的边缘:

$$A(f) = \{[(x, y), (W_{2^j}^1 f(x, y), W_{2^j}^2 f(x, y))] | \rho_{2^j} f(x, y) \text{ 在 } (x, y) \text{ 沿 } \theta_{2^j} f(x, y) \text{ 达到局部极大值}\} \quad (13)$$

对于  $J$  级提升算法, 集合:

$$\{A_{2^j}(f) | 1 \leq j \leq J\} \quad (14)$$

构成图像  $f(x, y)$  的多分辨率边缘表示.

#### 4. 实验结果

运用以上算法对 Lena 图像进行了边缘检测, 图5为  $256 \times 256$  像素的标准 Lena 图像及其边缘检测结果, 其中(a)为原始图像, (b)为用本文所提出方法进行边缘检测的结果, 同时作为对比, 图(c)和(d)分别给出了常用的 sobel 算子和 log 算子进行检测的结果. 从图(c)和(d)可以看到, 普通的 sobel 算子和 log 算子忽略了许多重要的边缘部分, 且在视觉效果上也较本文所提方法逊色不少. 通过比较可以看出本文所提出的方法检测结果准确, 视觉效果良好, 效果令人满意.

**结论** 本文首先引入第二代小波变换的基本算法——提升算法, 并在此基础上提出一种基于三次插值细分提升算法的边缘检测方法. 由于提升算法所涉及的都是本位运算, 不需要辅助空间, 并且不需要进行 Fourier 变换, 因此该方法鲁棒性强, 空间和时间复杂度低, 结果准确可靠. 理论和实验结果都表明该方法是一种行之有效的边缘检测方法.

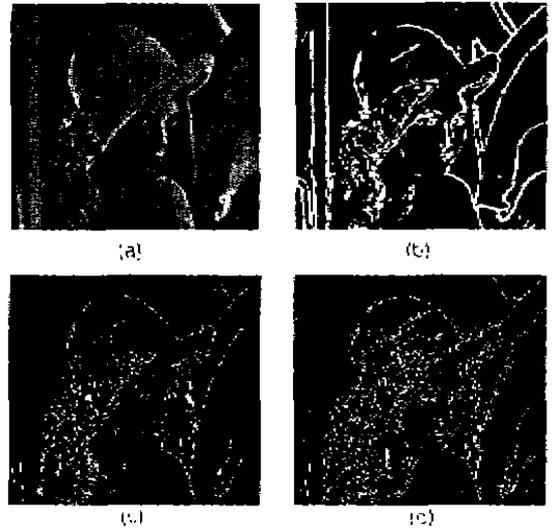


图5 Lena 图像及其边缘检测结果

#### 参考文献

- 1 Sweldens W. The Lifting Scheme: A New Philosophy in Biorthogonal Wavelet Constructions. In: A. F. Laine and M. Unser, eds. Wavelet Applications in Signal and Image Processing II, Proc. SPIE 2569, 1995, 68~79
- 2 田金文, 柳斌, 柳健. 基于整数小波变换的准无失真图像压缩技术. 电子学报, 2000, 28(4): 1~5
- 3 Sweldens W. The Lifting Scheme: A Construction of Second Generation Wavelets. [Technical Report]. Industrial Mathematics Initiative, Department of Mathematics, University of South Carolina, 1995
- 4 Daubechies I, Sweldens W. Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps. J. Fourier Anal. Appl., 1998, 4(3): 245~267
- 5 Fernandez G, Periaswamy S, Sweldens W. LIFTPACK: A Software Package for Wavelet Transforms Using Lifting. In: M. Unser, A. Aldroubi, A. F. Laine, eds. Wavelet Applications in Signal and Image Processing IV, Proc. SPIE 2825, 1996, 396~408
- 6 Mallat S, Hwang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets. IEEE Trans Inform. Theory, 1992, 38(2): 617~643
- 7 杨敬安. 基于 Gabor 小波模型图像配准的计算视觉新方法. 合肥工业大学学报, 1999, 22(1): 8~13
- 8 骆正虎, 杨敬安, 吴刚. 基于小波变换的图像的多分辨率分解与重构的实现. 计算机科学, 已录用