简记为:

$$a_0 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \Delta r, a_1 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \Delta \hat{r}_n, \dots, a_N = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \Delta r,$$

显然,这 N 个原子集构成了 U 的一种划分。

定义3 称上面定义的 a_0, a_1, Δ, a_N 为原子概念,所有原子概念之集称为概念空间 C ,即

$$C = \{a_0, a_1, \Delta, a_N\}$$

定义4 设 $U \neq \emptyset$ 是有限论域, T 是特征集, C 是由 T 导出的概念空间,对任何知识 $A \subseteq U$,若 A 可表示成一些原子概念的并,则称 A 关于概念空间 C 是确定性知识,否则称 A 关于概念空间 C 是不确定性知识。

注:(1)若 A 是确定性知识,其直观含义是: A 可由一族原子概念精确描述,即 A 是可以精确定义的;(2)若 A 是不确定性知识,则 A 只能由原子概念加以粗糙定义,为此引进上近似知识和下近似知识的概念。

定义5 设 $U \neq \emptyset$ 是有限论域, T 是特征集, $C = \{a_0, a_1, \Delta, a_N\}$ 是由 T 导出的概念空间,对 U 中的任何知识 A ,称

$$C_-(A) = \bigcup_{a_i \subseteq A} a_i$$

为知识 A 关于概念空间 C 的下近似知识;

$$C^-(A) = \bigcup_{a_i \cap A \neq \emptyset} a_i$$

为知识 A 关于概念空间 C 的上近似知识;

$$bn(A) = C^-(A) - C_-(A)$$

为知识 A 关于概念空间 C 的边界。

注:(1)在不需要特别强调概念空间 C 时,下上近似知识分别简记为 A_- 和 A^- ;

(2)当 $A_- = A^-$ 时,说明知识 A 可以由概念空间 C 精确定义,即 A 是确定性知识,对确定性知识来讲其边界是空集;

(3)当 $A_- \neq A^-$ 时,说明知识 A 不能由概念空间 C 加以精确定义,即 A 是不确定性知识。

(4)对于不确定性知识 A 来说,有下面四种情况:

- ①当 $A_- \neq \emptyset$ 且 $A^- \neq U$ 时,称 A 为粗糙可定义的;
- ②当 $A_- = \emptyset$ 且 $A^- \neq U$ 时,称 A 为内不可定义的;
- ③当 $A_- \neq \emptyset$ 且 $A^- = U$ 时,称 A 为外不可定义的;
- ④当 $A_- = \emptyset$ 且 $A^- = U$ 时,称 A 为完全不可定义的。

3 不确定性知识表示的精确度

在下面的叙述中,我们把基于粗集的知识系统记为: $S = (U, T, C, F)$,其中 U 是非空有限论域, $T = \{r_1, r_2, \Delta, r_n\}$ 是特征集, $C = \{a_1, a_2, \Delta, a_N\}$ 是由 T 导出的概念空间, F 是特征关系。

在知识的粗集表示中, A_- 就是 A 中能够被概念空间 C 精确定义的部分,我们把它称为知识 A 的核;而 A^- 是那些能够对 A 的一部分作出某种程度的描述

的原子概念的并集,它形成对 A 的最小覆盖,因此把它称为知识 A 的可定义域。

从知识的粗集表示中可以看出,知识的确定和不确定性依赖于一定的概念空间,是相对的,对给定论域 U 上的概念空间 C ,它对知识 A 的描述程度怎样,我们给出下面的数量指标。

定义6 设 A 是知识系统 $S = (U, T, C, F)$ 中的任意一个知识,称

$$d_c(A) = \frac{|A_-|}{|A^-|}$$

为知识 A 关于概念空间 C 的精确度,其中 $|\cdot|$ 表示所含非空原子概念的个数。

$d_c(A)$ 所度量的是在 A 的可定义域中,能够精确定义的部分(即 A 的核)所占的比重有多大。

显然, $0 \leq d_c(A) \leq 1$, $d_c(A)$ 越大,表明 A 能精确定义的部分就越大,特别地,当 $d_c(A) = 1$ 时, A 可以由概念空间 C 完全加以定义, A 关于概念空间 C 是确定性知识,而当 A 是内不可定义或完全不可定义时, $d_c(A) = 0$ 。

对不确定性知识 A 来说, A 的边界 $A^- - A_-$ 所表示的正好是 A 的不确定部分,它的大小反映出不确定性知识 A 的不确定程度,为此我们定义

$$p_c(A) = (|A^-| - |A_-|) / |A^-|$$

为知识 A 关于概念空间 C 的不确定度, $|\cdot|$ 的含义同上。

不确定度给出了不确定性知识 A 中不确定因素在 A 的可定义域内所占的比重,它和知识的精确度恰好是互为相反数的关系:

$$p_c(A) = 1 - d_c(A)$$

$p_c(A)$ 的值越接近于 1,其不确定成分就越大,反之不确定因素就小。

例1 设 $U = \{\omega_i, i = 1, 2, \dots, 10\}$, $r_1 = \{\omega_1, \omega_4, \omega_7, \omega_{10}\}$, $r_2 = \{\omega_2, \omega_5, \omega_8, \omega_{10}\}$, $r_3 = \{\omega_3, \omega_6, \omega_9, \omega_{10}\}$ 。由此构造原子概念如下:

$$a_0 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_{10}\}, a_1 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_4\},$$

$$a_2 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_8, \omega_{10}\}, a_3 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_3, \omega_9\},$$

$$a_4 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_{10}\}, a_5 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_1, \omega_7\},$$

$$a_6 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \{\omega_5\}, a_7 = \hat{r}_1 \hat{r}_2 \hat{r}_3 = \emptyset.$$

对知识 $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$,有:

$$A_- = a_1, A^- = a_1 \cup a_2 \cup a_3 \cup a_5,$$

$$d_c(A) = \frac{1}{4}, p_c(A) = \frac{3}{4}$$

4 不确定性知识之间的关联性

为了研究基于粗集的不确定性推理,我们需要考虑不确定性知识之间的各种有关联系,如关联性、依赖性等等。

4.1 不确定性知识的关联性

定义7 设 A, B 是知识系统 $S = (U, T, C, F)$ 中的任意两个知识。

- (1) 如果 $A^- \cap B^- \neq \Phi$, 则称 A, B 是外关联的;
- (2) 如果 $A_- \cap B_- \neq \Phi$, 则称 A, B 是内关联的;
- (3) 如果 $A^- \cap B^- \neq \Phi$ 且 $A_- \cap B_- = \Phi$, 则称 A, B 是边界关联的。

在以上关联关系中,最重要的是内关联,对于两个不确定性知识 A 和 B 来说,由于不能精确地对它们加以描述,因此无法精确地考察它们之间的关联性,而借助于内关联,我们可以在一定的精确程度上对此加以精确刻画。

外关联关系反映的是两个不确定性知识的可定义域之间有重叠的部分存在,内关联和边界关联都是它的特例,除此之外,在外关联关系中,还有一种特殊的情形。

定义8 设不确定性知识 A, B 是外关联的,如果 $(A \cap B)^- = A^- \cap B^-$ 则称 A, B 是正则关联的。

对于正则关联的不确定性知识 A 和 B 来讲, $A \cap B$ 作为一个独立的知识其可定义域就是 $A^- \cap B^-$,而对于非正则的 A, B 来讲, $A \cap B$ 的可定义域比 $A^- \cap B^-$ 小,这一点可由粗集的运算性质直接得出^[1]。

例2 条件同例1,考虑 $A_1 = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}, A_2 = \{\omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}, A_3 = \{\omega_4, \omega_7, \omega_{10}\}$, 有 $A_1 \cap A_2 = \{\omega_3, \omega_4\}, A_1 \cap A_3 = \{\omega_4\}$, 容易算得:

$$A_1^- = a_1 \cup a_2 \cup a_3 \cup a_5, A_2^- = a_6 \cup a_7 \cup a_8 \cup a_9$$

$$A_3^- = a_1 \cup a_4 \cup a_5, (A_1 \cap A_2)^- = a_1 \cup a_3, (A_1 \cap A_3)^- = a_1$$

$$\therefore (A_1 \cap A_2)^- = a_1 \cup a_3 = A_1^- \cap A_2^-, \therefore A_1, A_2 \text{ 是正则关联的。但 } A_1^- \cap A_3^- = a_1 \cup a_5 \supseteq (A_1 \cap A_3)^-, \text{ 故 } A_1, A_3 \text{ 不是正则的, } A_1 \cap A_3 \text{ 的可定义域比 } A_1^- \cap A_3^- \text{ 小。}$$

边界关联性是三种关联关系中最弱的一种,由于它反映的是两个不确定性知识的不确定因素之间的联系,因此完全可能出现下列情形: A, B 本身根本不存在关联性,但它们却是边界关联的。下面给出这三种关联性的数量指标。

内关联系数:

$$r_-(A, B) = \frac{|A_- \cap B_-|}{|A_-| + |B_-| - |A_- \cap B_-|}$$

外关联系数:

$$r^-(A, B) = \frac{|A^- \cap B^-|}{|A^-| + |B^-| - |A^- \cap B^-|}$$

边界关联系数:

$$r^{\square}(A, B) = \frac{|(A^- - A_-) \cap (B^- - B_-)|}{|A^- - A_-| + |B^- - B_-| - |(A^- - A_-) \cap (B^- - B_-)|}$$

其中 $|\cdot|$ 的含义同上。

4.2 不确定性知识的依赖性

在存在关联关系的不确定性知识之间,我们进一步考虑不确定性知识之间的扩充关系,对于确定性知识 A, B 来说,如果 $A \subseteq B$, 我们说 B 是 A 的扩充或者说 A 是 B 的特例。对于不确定性知识 A, B , 由于不能精确地给出 A, B 的明确外延,因此无法确切地讨论它们之间的扩充关系,现在我们利用不确定性知识的上、下近似来讨论一种类似的关系。

定义9 设 A, B 是知识系统 $S = (U, T, C, F)$ 中的任意两个知识。

- (1) 如果 $A^- \subseteq B^-$, 则称 B 是外依赖于 A 的;
- (2) 如果 $A^- \subseteq B^-$ 且 $B^- \subseteq A^-$, 则称 A 和 B 是外等价的;
- (3) 如果 $A_- \subseteq B_-$, 则称 B 是内依赖于 A 的;
- (4) 如果 $A_- \subseteq B_-$ 且 $B_- \subseteq A_-$, 则称 A 和 B 是内等价的。

依赖关系刻画出不确定性知识之间的某种扩充关系,外依赖性从可定义域上描述了不确定性知识的扩充关系,内依赖性从知识核的角度来反映其扩充关系。

等价关系则给出两个不确定性知识之间的某些共同点,外等价说明两个不确定性知识有共同的可定义域,而内等价则说它们有公共的知识核。

当 B 外依赖于 A 时,外关联系数变为: $r^-(A, B) = |A^-| / |B^-|$, 称为 B 相对于 A 的外依赖程度。

当 B 内依赖于 A 时,内关联系数 $r_-(A, B) = |A_-| / |B_-|$, 称为 B 相对于 A 的内依赖程度。

在 A 和 B 外(内)等价时,其外(内)关联系数恰好是1。

例3 条件同例1,考虑 $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}, B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$, 容易算出

$$A_- = a_1, A^- = a_1 \cup a_2 \cup a_3 \cup a_5$$

$$B_- = a_6 \cup a_7, B^- = a_6 \cup a_7 \cup a_8$$

$\therefore A_- \subseteq B_-$, $\therefore B$ 内依赖于 A , 其依赖程度 $r_-(A, B) = 1/2$, 但 A, B 并不存在外依赖关系。

利用粗集的运算性质^[3], 不难得到依赖关系的下属性。

定理1 设 P, Q, R 是知识系统 $S = (U, T, C, F)$ 的三个不确定性知识。

- (1) 若 Q 内依赖于 P, R 内依赖于 Q , 则 R 内依赖于 P ;
- (2) 若 Q, R 都依赖于 P , 则 $Q \cup R$ 和 $Q \cap R$ 也都内依赖于 P ;
- (3) 若 R 既内依赖于 P , 又内依赖于 Q , 则 R 内依赖于 $P \cap Q$ 。
- (4) 若 R 既内依赖于 P , 又内依赖于 Q , 且 $(P \cup Q)_- = P_- \cup Q_-$, 则 R 内依赖于 $P \cup Q$ 。

证明:(1)显然。

(2) $\because P \subseteq Q, P \subseteq R$, 由粗集运算性质知 $P \subseteq Q \cup R \subseteq (Q \cup R)_-, P \subseteq Q \cap R = (Q \cap R)_-, \therefore Q \cup R$ 和 $Q \cap R$ 都内依赖于 P 。

(3) $\because P \subseteq R, Q \subseteq R, \therefore (P \cap Q)_- = P_- \cap Q_- \subseteq R$, 即 R 内依赖于 $P \cap Q$ 。

(4) $\because P \subseteq R, Q \subseteq R, \therefore (P \cup Q)_- = P_- \cup Q_- \subseteq R$, 证毕。

定理1给出了内依赖性的四条性质,性质(1)说明不确定性知识的核的扩充性可以传递,性质(2)则表明核的扩充还可以传播给知识的并和交,而性质(3)反映的是核的扩充可以进行交组合,但并组合一般不成立,只有在满足条件 $(P \cup Q)_- = P_- \cup Q_-$ 时,才有性质(4)成立,下面的例子说明了这一点。

例4 条件同前,考虑 $P = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}, Q = \{\omega_4, \omega_6, \omega_8\}, R = \{\omega_1, \omega_5, \omega_8\}$, $\therefore P_- = a_1, Q_- = a_3 \cup a_4, R_- = a_2 \cup a_5 \cup a_8, \therefore R$ 内依赖于 P, Q , 显然 R 也内依赖于 $P \cap Q$, 但由 $P \cup Q = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_6, \omega_8\}$ 知 $(P \cup Q)_- = a_0 \cup a_1 \cup a_2, \therefore R$ 不内依赖于 $P \cup Q$ 。

事实上,一般情况下只有 $(P \cup Q)_- \supseteq P_- \cup Q_-^{[4]}$ 。

关于外依赖性,我们有下面的性质。

定理2 设 P, Q, R 是知识系统 $S = \langle U, T, C, F \rangle$ 的三个不确定性的知识。

(1)若 Q 外依赖于 P, R 外依赖于 Q , 则 R 外依赖于 P ;

(2)若 Q, R 都外依赖于 P , 则 $Q \cup R$ 外依赖于 P ;

(3)若 Q, R 都外依赖于 P , 且 Q, R 是正则关联的, 则 $Q \cap R$ 外依赖于 P ;

(4)若 R 既外依赖于 P , 又外依赖于 Q , 则 R 外依赖于 $P \cap Q$ 和 $P \cup Q$ 。

证明:(1)显然。

(2) $\because P \subseteq Q, P \subseteq R, \therefore P \subseteq Q \cup R = (Q \cup R)_-, \therefore Q \cup R$ 外依赖于 P 。

(3) $\because P \subseteq Q, P \subseteq R$, 且由 Q, R 正则知 $(P \cap Q)_- = P_- \cap Q_-$, $\therefore P \subseteq Q \cap R = (Q \cap R)_-$ 。

(3) $\because P \subseteq R, Q \subseteq R, \therefore (P \cap Q)_- \subseteq P_- \cap Q_- \subseteq R, (P \cup Q)_- = P_- \cup Q_- \subseteq R$, 即 R 外依赖于 $P \cap Q$ 和 $P \cup Q$ 。证毕。

外依赖的性质(1)说明不确定性知识的可定义域的扩充性可以传递,性质(2)反映出可定义域的扩充还可以传播给知识的并,(3)指出可定义域的扩充可以传播给两个正则知识的交,而性质(4)则表明可定义域的扩充可以进行交、并组合。

结束语 上面给出了不确定性知识的精确性的数字特征,提出不确定性知识之间关联性的概念及其数量表示,还讨论了关联性的若干性质。从以上结果中可以看出,通过粗集来刻画不确定性知识,其本质已纳入了精确化的轨道,并且这种精确化是通过知识系统自身的信息来实现的,在此基础上展开的推理,即是一种精确化的操作,又便于机器实现,有关这方面的研究,我们正在进行。

参考文献

- 1 Pawlak Z. Rough set. International Journal of Information and Computer Science, 1982(11): 341~356
- 2 Pawlak Z. Rough set-theoretical aspects of reasoning about data. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991
- 3 Pawlak Z, et al. Rough sets. Communications of ACM, 1995, 38(11): 89~95
- 4 曾寅麟. 粗集理论及其应用. 重庆大学出版社, 1998
- 5 胡涛, 吕炳朝, 等. 基于粗糙集的不确定知识表示方法. 计算机科学, 2000, 27(3): 90~92
- 6 刘清, 刘群. 各种不精确理论的 Rough 集解释. 计算机科学, 1999, 26(12): 5~8

(上接第120页)

之间只能连接聚合关系和通信关系。因为共享不能是普通类的父类, 所以就没有继承关系。当用户连接错误时系统会自动纠正为聚合关系。

建立简明、准确的表示模型是把握复杂系统的关键, 模型可以从全局上把握系统的概貌及其相关部件的关系。用户使用该模型可以为工程产生一个基本的代码框架, 并且从整体上描述了组成工程的类和各个类的关系, 并且为构架的重用提供了良好的基础。为了方便用户编程, 我们采用了图形区和代码区之间可交互的方式, 用户可以一边写程序代码, 一边通过调整可视编辑区来不断完善工程中需要的新类和类的关系。

结束语 试用表明, 并行程序设计不再是专业人员的专利, 从事特定领域研究的非计算机科技人员运

用 SPC++ 语言特性及友好直观的可视化程序设计环境, 快速生成高效的并行程序实际上是一件很轻松的事情。

丰富的类库是该环境推广的先决条件, 如何抽取特定领域内的类 & 对象, 形成该领域的类层次是下一步要完善的主要工作。

参考文献

- 1 周之英. 现代软件工程(中). 科学出版社, 2000
- 2 邱仲潘. UML with Rational Rose 从入门到精通. 电子工业出版社
- 3 Philippi S. Visual programming of concurrent object-oriented system. University of Koblenz-Landau
- 4 Giese H, Wirtz G. Visual Modeling of Object-Oriented Distributed System. <http://www.math.uni-muenster.de/cs/u/versys/index.html>