维普资讯 http://www.cqvip.com

快速小波变换的加速算法(Ⅱ)*)

Accelerate Algorithms of Fast Wavelet Transform

李建平　严中洪
(后勤工程学院国际小波分析应用研究中心　重庆400016)
张万萍
(电子科技大学应用数学系　成都610054)

Abstract　A novel method of analytic construction for wavelet filter coefficients is put forward, and corresponding fast wavelet transform is set up. It is more oversimplified, more speedy than famous Mallat Algorithm.

Keywords　Wavelet transform, Fast algorithm, Accelerative way

1　小波变换的加速算法

将文[10]的变换矩阵 $T(\alpha)$ 改写为:

$$T(\alpha)=\cos\alpha\begin{pmatrix} I & \mathrm{tg}\alpha I \\ -\mathrm{tg}\alpha E_2 & E_2 \end{pmatrix}$$

如果不考虑 T(0) 在实际计算时的影响,则有

$$\begin{pmatrix} H_N \\ G_N \end{pmatrix}=\cos\alpha_1\cos\alpha_2\cdots\cos\alpha_n\begin{pmatrix} I & \mathrm{tg}\alpha_1 I \\ -\mathrm{tg}\alpha_1 E_2 & E_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I & \mathrm{tg}\alpha_2 I \\ -\mathrm{tg}\alpha_2 E_2 & E_2 \end{pmatrix}\cdots\cdots\begin{pmatrix} I & \mathrm{tg}\alpha_N I \\ -\mathrm{tg}\alpha_N E_2 & E_2 \end{pmatrix}$$

根据文[10]的计算公式容易知道:

$\cos\alpha_N\cdots\cos\alpha_2\cos\alpha_1=h0$。

因此易见每次计算的重点是做向量乘法。$\begin{pmatrix} H_N \\ G_N \end{pmatrix}X_{2n}$ 总计算量为:$2Nn+2n$ 乘法与 $2Nn$ 加法。如果采用 Mallat 算法为 $4Nn$ 乘法与 $2n(2N-1)$ 加法,其运算量相差近一倍!同时,我们的算法非常简单,很容易实现。不过考虑到 H 与 G 已被按奇偶重新排列了,因此要求将原数据也进行奇偶重排,这一点与 FFT 完全相同。

2　自适应小波变换方法

根据文[10],可以非常简单地改变参数 α,同时还能保证正交性条件,使 T(a) 迅速发生改变,使我们有可能自适应地选择小波变换基来适应目标信号,这就是本文重要的目标。对于任意一向量 $x=(x^{even},x^{odd})^T\in R^{2n}$

$$T(\alpha)x=\begin{pmatrix} \cos\alpha.\,x^{even}+\sin\alpha.\,x^{odd} \\ -\sin\alpha.\,E_2x^{even}+\cos\alpha.\,E_2x^{odd} \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

比如选择 α 使分量 v 或 u 范数最小,或者最大分量达到最小,目标函数可根据图像、语音等处理信号的不同而设置。

3　小波变换加速算法举例

下面具体分析文[10]和本文提出的小波变换加速算法在脑电图信号的分解和压缩问题中的应用。

例1　图1是一个病人的脑电图信号,利用本文和文[10]提出的加速方法可以十分方便地对其各种成份进行有序分解,快速提取对我们有用的信息,利用特征信息达到高压缩存储信息的目的。

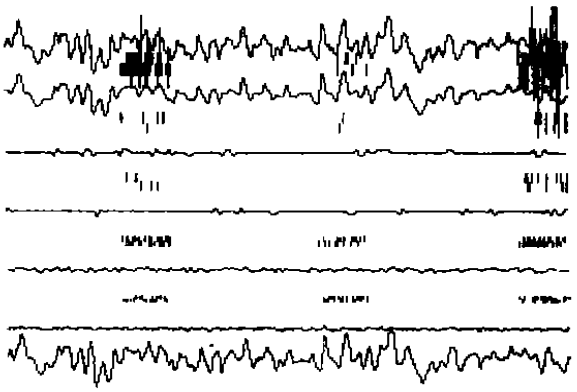

图1　病人脑电信号分析图

例2　图2是一个有严重问题的病人脑电图信号,

(下转第105页)

*)本文的研究得到国家自然科学基金项目(69903012)资助。李建平　博士,教授,博导,主要研究领域是小波分析、分形理论、神经网络、电子商务与排队论等。

维普资讯 http://www.cqvip.com

六、总结及对比试验分析

与 Hugin 的联合树算法相比，基于桶消元的联合树算法具有以下优点：

1 算法在计算中使用的是结点的因子函数集，所以减少了乘法与求和运算的次数，这与 Hugin 算法不同，在 Hugin 算法中，使用的是结点的分布函数，所以每一次消息传递都必须作乘法与求和运算。

2 由于可以直接识别出符合归一化条件的因子函数，因此避免了无谓的计算，进一步提高了算法的计算速度。

3 节省存储空间，在 Hugin 联合树算法中，需要保存每一个结点的分布函数。对一个由 n 个变量构成的结点，其空间复杂性为 $O(a^n)$，a 是一个常数。而在基于桶消元的联合树算法中，保存的是该结点的分布函数的所有因子函数，其空间复杂性为 $O(ca^k)$，其中 k 表示因子函数中包含的最多变量数目，c 为因子函数的数目。由于每一个因子函数包含的变量的数目必然小于或等于 n，即 $k \leqslant n$，因此必有 $O(ca^k) \leqslant O(a^n)$。

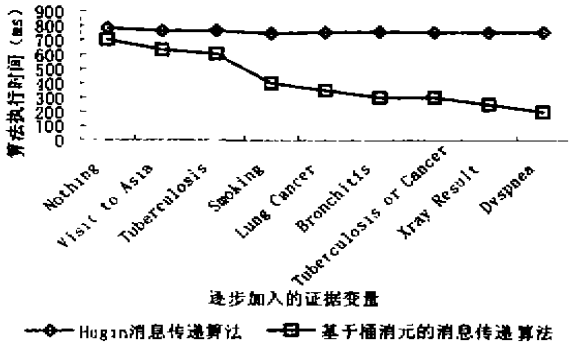

图7 在 Asia 上的对比试验结果

为了检验基于桶消元的联合树算法的效果，我们在一个实际的信度网 Asia 上作了与 Hugin 联合树算法的对比试验，其结果如图7所示。分析可以看出：

1 当没有证据时，基于桶消元的联合树算法的确比 Hugin 联合树算法快。这一方面是因为前者中的乘法及求和运算较之后者要少，另一方面是由于在基于桶消元的联合树算法中，当联合树达到全局一致时，每个结点保存的是其因子函数，而 Hugin 算法则获得的是团结点的分布函数。

2 随着证据结点数目的增加，Hugin 联合树算法的计算速度几乎不变；而基于桶消元的联合树算法却越来越快，尤其当所有的变量都作为证据时，该算法不再做消息传递，其所用的时间几乎接近于0。产生这种情况的原因是基于桶消元的联合树算法利用了证据集合引入的条件独立性。

参 考 文 献

1 Jensen F V, et al. Bayesian updating in causal probabilistic networks by local computations. Comp. Stat. Quart, 1990(4). 269～282

2 Shenoy P P. Binary join trees for computing marginals in the Shenoy-Shafer architecture Intl J. of Approximate Reasoning, 1997, 17(2～3). 230～263

3 Dechter R. Bucket Elimination: A unifying framework for probabilistic inference. In Proc. of the 12th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence. Morgan Kaufmann, San Francisco, 1996. 211～219

（上接第125页）

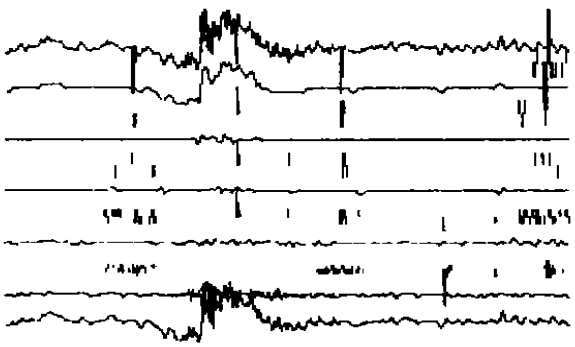

图2 病人脑电信号分析图

文[10]和本文的加速方法能快速对其实施有序分解，其结果清晰可辨，为医生对症下药提供了科学的依据。

参 考 文 献

1 李建平. 小波分析与信号处理——理论、应用及软件实现. 重庆：重庆出版社，1997. 12

2 李建平. 矢量积小波变换. 计算机科学，2000，27(1)：88～90

3 李建平. 小波滤波器系数的解析构造. 计算机科学，2000，27(1)：91～93

4 李建平. 小波分析与信号处理——理论、应用及软件实现. 重庆：重庆出版社，2001. 1，第二版

5 李建平，唐远炎. 小波分析方法的应用. 重庆：重庆大学出版社，1999. 10

6 李建平. 计算机网络与电子贸易的最新技术——矢量积小波变换理论. 重庆：重庆出版社，2001

7 孙荣恒，李建平. 排队论基础. 北京：科学出版社，2001

8 李建平 基于小波分析的系统与参数识别. 系统科学与数学，2000，20(4)

9 李建平. 从傅里叶分析到小波分析. 回顾与发展. 计算机科学，1999，26(12)：29～31

10 李建平. 快速小波变换的加速算法(I). 计算机科学，2001，28(5)