基于小波分析的模式识别的几个问题*)

Some Key Problems of Pattern Recognition Based on Wavelet Analysis

李建平　严中洪

（后勤工程学院国际小波分析应用研究中心　重庆400016）

张万萍

（电子科技大学应用数学系　成都610054）

Abstract　Wavelet analysis is a very important tool for pattern recognition, some key problems on pattern recognition are put forward based on wavelet analysis in this paper.

Keywords　Wavelet analysis, Pattern recognition

小波分析是80年代末期、90年代初期发展起来的一种十分有效的分析工具，因其"自适应性"和"数字显微镜性质"而成为国际研究热点，至今仍方兴未艾。小波分析是以著名的 Mallat 离散小波算法[1]和被广泛使用的 Daubechies 基[2]作为技术核心，达到对信号、信息的分解与重构、特征提取、奇异性分析等。小波分析在图像处理方面的卓越效果使得人们对她倾注了大量心血，取得了许多研究成果。这里仅列举信号的分解与重构问题、钢的表面质量分析问题、混沌防伪编码问题、图形方位识别等四个问题，这些问题可从小波分析与 Fourier 分析的联合优势及深入研究中加以解决。

1　信号的分解与重构问题

信号如语音、音乐、人体电信号（心电、脑电等）、载波通讯信号等一般都包含了多种频率成分的信号，为了便于分析、压缩存储、传送，需要将原信号分解成多种（可能是已知的或容易描述的或简单的）信号的组合，这就是信号的分解。反之，如果要知道原始信号可将这些信号重新合成即可，这就是信号的重构问题。如果重构回来的信号与原信号完全相同称之为完全重构，反之称为部分重构或非完全重构。信号的分解与重构问题是当今很多领域的共同问题，如地震波探测与应用地震波探测矿藏、雷达信号分析、各种传感器信号处理、音像压缩与传输等等都会遇到这些问题[3~9]。

信号的分解即用一族（一组）已知信号（从理论上一个连续信号需用无穷多个已知信号才能完全表示出来）来表示原信号，称该族（组）已知信号为基信号系（相当于坐标系）。数学上周期函数可用 sin、cos 函数系表示出来，这就是 Fourier 变换。

例1　用 Fourier 变换表示函数

$f(x)=e^{inx}$

$f(x+2\pi)=e^{in(x+2\pi)}=f(x)$

$$f(x)=\sum_{n=0}^{m}a_n\cos nx+b_n\sin nx \tag{1}$$

计算其中 a_n，b_n，并讨论去掉 $|a_n|<10^{-5}$，$|b_n|<10^{-5}$ 项后重构原 $f(x)$。用图像可以表示信号的结果。此例可用 MatLab 等软件包直接求解或自编程序求解。其中函数的图像表示是数学实验的基本内容。如果用小波函数作为信号分解和重构的基函数，则会取得比 Fourier 变换更好的效果。

2　钢的表面质量分析问题

钢的表面质量包含表面结疤、裂纹等问题，它与很多因素有关，在一个相对稳定或相对确定生产方式、工艺过程下钢的表面质量只与生产钢的原材料成分（C，Si，Mn，S，P，N，O，Al，Na，K，Ca，Cr，Ni，Ti）、生产过程中的控制方法（镇静时间 t、温度 T）等因素有关，而且质量相近，质量水平服从正态分布。根据一组生产数据需要确定什么因素影响最大?。试建立一个数学模型给出一种确定因素的统计方法。

设 Q=f(x)，其中 x 代表原材料成分与生产过程中的控制因素。Q 代表质量水平（次品的百分比）。

显然要估计 f(x)的形式是十分困难的，但似乎可以估计其近似形式，如线性形式。根据函数微分有：

$$df(x)=\frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}dx_n$$

*）本文的研究得到国家自然科学基金项目（69903012）资助。李建平　博士，教授，研究领域是小波分析、分形理论、神经网络、排队论及电子商务。

可见钢的表面质量与某因素的改变大小$\frac{\partial f}{\partial x}dx$有关，并且需知道是什么因素改变的大小$\frac{\partial f}{\partial x}dx$最大。假定一组钢（多炉钢）的平均质量水平$\bar{q}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n)$是生产中最稳定的情形，其它炉钢在这个水平上波动，即讨论是什么因素引起的波动最大。

$$f(x)-\bar{q}\approx\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1-\bar{x}_1)+\frac{\partial f}{\partial x_2}(x_2-\bar{x}_2)+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}(x_n-\bar{x}_n) \quad (2)$$

最后根据收集各炉钢的资料可以建立一个关于未知数$(\frac{\partial f}{\partial x_1},\frac{\partial f}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial f}{\partial x_n})$的线性方程，求出$(\frac{\partial f}{\partial x_1},\frac{\partial f}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial f}{\partial x_n})$。当然实际研究过程中会遇到这样难堪的场面，由于管理的问题，收集各炉钢的资料不全或不准确，不得不进行二次处理，去掉一些误差较大或明显有误的数据；否则得到的模型就会失去意义。求解的步骤归结如下：

1）求$\bar{q}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n)$；

2）根据2）建立方程；

3）求解超定线性方程组；

4）分析数据，筛选数据重复1）～3）。根据已计算出的$(\frac{\partial f}{\partial x_1},\frac{\partial f}{\partial x_2},\cdots,\frac{\partial f}{\partial x_n})$，分析质量影响因素；

5）对原始数据进行分组聚类处理再进一步讨论各组数据的特征。这一步中的分组聚类方法需参考文[2～4]。

其中解线性方程组可参考文[1,2]

3 一种混沌防伪编码系统的应用

在日常生活中，经常会遇到请你输入密码这样的问题。在网络信息领域更是如此。怎样用一种规则或一种加密技术对一组数据进行加密，使得密码不易被破解。也就是说，加密规则不易被已知的一个或多个密码数据破译出加密的方法。第二次世界大战中英国数学家图灵成功地破译了德国的军事情报，从而赢得了多次战役的胜利，图灵也为计算机及计算机信息编码技术的发展做出了巨大贡献。应用微分方程的一种混沌理论可以设计一种防伪编码系统。加密编码的一般规则是：

①加密点应是随机的，在密码空间中高度稀疏分布。

②加密点是非线性排列的，不易被推理知道其排列方法，不易被枚举出密码内容。

③加密的基本思想是从低维空间到高维空间的一种变换或映射，原始数据与密码应是高度非线性的映射。

对某函数$Code=f(Data,Para)$，$Data\in R^n$，$Para\in R^k$，$Code\in R^m$，其中一般有m>>n，Para是随机产生的，记录编码为Code|Para；如果为了安全还可以进一步加密，即二次加密，三次加密…，使得加密越来越复杂，当然解秘的可能性就越来越小，使用时验证密码的时间就越长。

如果要建立一个商品电码防伪系统：期望通过电话查询系统验证某产品是否是该单位生产的，有什么产品特征，由于品种繁多，数量大，如果同时使用该系统的厂家也很多，要完全记录所有产品的信息，这个数据库将非常庞大，查询时间将非常长，因此必须对商品进行分类编码，人为地为某类产品分配一些特征码或信息编码，然后对信息码按某种规则加密即可。一旦某人查询了某个产品信息码，就登录查询记录，并作好查询标记即可，如果同一码被多次查询则提示用户上一次查询信息并告之谨防假冒。因此要解决的关键问题归纳为两个方面：

1. 产品分类编码PCode：可借用目前全国统一的商品条码来实现。再引入产品顺序码（产品生产流水号）、时间等信息，以此码作为基本输入数据，显然不同的厂家不可能相同。

2. 以Pcode为基础，对Pcode进行加密处理。

例2 设Pcode＝23467 54909 09001，可5位一组分别进行编码，加密位数用10位，PCode→Code这是一个变换：

$$y=f(x)=a\sin(bx+c)$$

如果用$x_{N+1}=f(x_N)$进行迭代，其收敛性取决于a的性质，记a是有限长n位的小数，或是要编码的原始数据PCode，随机取一个只有3位小数的参数b经过充分大的N次迭代运算得到x_{N+1}。只取小数后7位（m>n）。记录该x_{N+1}。最后记录各位密码，显然此处变换的形式非常简单，要求解原数据比较简单，但如果给出的是一个超越方程，要破译该密码，就非常困难了。其它形式的变换很容易在计算机上完成修改。如果一旦这个迭代方程不收敛，又怎样来实现编码，这些混沌的特征又怎样利用来加密呢？国际上已有了一种利用混沌理论来加密的方法[2]，利用复杂的非线性映射是加密理论最有效的方法之一，从数学的角度仍是函数映射的一种，只不过比较复杂，无法用解析的手段来表示而已。

4 图形方位的识别确定问题

在大量相同的图形识别过程中，例如服装厂生产的服装标签，对同一款式的服装标签应是相同的，但生产并不能保证所有标签的质量，所以需要对标签的质量进行检查，如果用人工检查，数量很大，劳动强度大，

因此人们期望用计算机获取图形来检查质量。计算机图形识别需要解决的首要问题是，图形在摄象机下的相对或绝对位置，也即是需要知道图形的边缘及所放方位。尽管目前小波理论已在边缘检查、识别方面产生积极的作用[2]，如果要进一步判断它与某一标准图形的差异，方位判断与识别仍是重要的。这里用计算机来探索一种简单的方法以"解决"这一问题，当然只能从某种程度上解决此问题。

识别的一个重要思想就是判断一物体的特征，而特征包含了边缘、中心、突变点等特征，是人大脑最敏感反应的地方[3~6]，换言之，人脑对有差异的地方才会有感觉，怎样充分检索、处理这些差异呢?其中更重要的是设计、定义的检查参数应与图形所在的坐标无关，即与图形方位无关，此时识别才有意义，可见图形方位判断是识别另一方面问题。如果假定背景图总是不变的，图1对人眼来看，可能很容易知道它们只是方位不同而已。

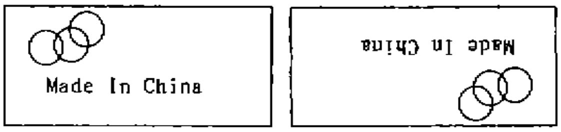

图1

那么怎样检索它们的位置呢?记各点的颜色为 $Color_i$，$I=0,1,\cdots,N$，从数学上可以定义图的质心坐标，把某点处的颜色值理解为该点处所含物质的质量，然后计算图形的质心坐标：

$$x_c=\frac{\sum_{i=0}^{N}Color_i x_i}{\sum_{i=0}^{N}Color_i},\quad y_c=\frac{\sum_{i=0}^{N}Color_i y_i}{\sum_{i=0}^{N}Color_i}$$

从数学或物理角度可以证明，物体的质心坐标相对于图形本身结构而言与坐标系无关，因此可以为这两个图建立一个基于同一原点(如取质心坐标)的两个坐标系。剩下的任务是确定两个坐标系的旋转关系。

在极坐标系下，从数学上定义图的质心坐标：

$$\theta_c=\frac{\sum_{i=0}^{N}Color_i\theta_i}{\sum_{i=0}^{N}Color_i},\quad r_c=\frac{\sum_{i=0}^{N}Color_i r_i}{\sum_{i=0}^{N}Color_i}$$

从数学可以证明，同一物体的角度质心坐标在相对于物体本身同一点上的两个极坐标系下相差一个常数，该常数即两个极坐标系相差的角度；而极径应相同。因此，只要分别计算两个图形相对同一点的极坐标系的角度质心即可。

在计算机上要实现以上方法是非常容易的。由此可以完全判断两个图形是否相同了，更一般的问题：任意两个图案能从中判断它们的关系吗?这在很大程度上是计算机的视觉判断问题，也是机器视觉必须解决的问题，即任意图像识别问题。图像识别的关键在于图像的特征描述、结构描述。如目前世界上已出现了人眼的虹膜识别技术，并用在银行业务上，指纹识别技术用到安全防范等领域[4,6]。

参考文献

1 李建平. 小波分析与信号处理——理论、应用及软件实现. 重庆:重庆出版社，1997. 12

2 李建平. 小波分析与信号处理——理论、应用及软件实现. 重庆:重庆出版社，2001. 1、第二版

3 李建平，唐远炎. 小波分析方法的应用. 重庆:重庆大学出版社，1999. 10

4 李建平. 计算机网络与电子贸易的最新技术——矢量积小波变换理论. 重庆:重庆出版社，2001

5 孙荣恒，李建平. 排队论基础. 北京:科学出版社，2001

6 李建平. 基于小波分析的系统与参数识别. 系统科学与数学，2000，20(4)

7 李建平. 从傅里叶分析到小波分析:回顾与发展 计算机科学，1999，26(12):29~31

8 李建平. 矢量积小波变换. 计算机科学，2000，27(1). 88~90

9 李建平. 小波滤波器系数的解析构造. 计算机科学，2000，27(1):91~93